

УДК 533.6.011.55

**КОНИЧЕСКОЕ КРЫЛО МАКСИМАЛЬНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО
КАЧЕСТВА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА**

ЛАПЫГИН В. И., ТРЕТЬЯКОВ П. В.

Расчет сверхзвукового обтекания пространственных тел и крыльев представляет весьма сложную задачу, решение которой еще более затрудняется в случае поиска оптимальных аэродинамических форм. Эти трудности привели к необходимости упрощения вариационных задач и использованию простейших зависимостей, таких, например, как формула Ньютона [1–3]. Но даже в такой постановке получение аналитического решения возможно только при жестких ограничениях на толщину тела, что сводит пространственную задачу о форме крыла к плоской задаче о форме продольного профиля. Использование более сложных моделей течения требует ограничения класса рассматриваемых конфигураций. В частности, в работе [4] показано, что при гиперзвуковых скоростях полета максимальным аэродинамическим качеством может обладать крыло, наветренная поверхность которого вогнута. Задача о V-образном крыле максимального аэродинамического качества представляет интерес и в сверхзвуковом диапазоне скоростей, где могут быть использованы результаты линейной теории [5] или аппроксимационные зависимости типа [6].

1. Анализ результатов расчетов обтекания V-образного крыла треугольной формы в плане, проведенных по методу [7], показал, что коэффициенты нормальной силы его наветренной и подветренной сторон соответственно могут быть определены по формулам

$$C_y = 2 \sin^2 \alpha (\cos \psi)^{2-n} \left[\frac{\kappa+1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\kappa+1}{4}\right)^2 + K_1^{-2}} \right] \quad (1.1)$$

$$C_v = \frac{2(\cos \psi)^n}{\kappa \beta^2} \left[\left(1 - \frac{\kappa-1}{2} K_1 \right)^m - 1 \right] \quad (1.2)$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \gamma, \quad n=0 \quad (\psi < 0), \quad n=1 \quad (\psi > 0)$$

$$\beta^2 = M^2 - 1, \quad K_1 = \beta \sin \alpha, \quad m = \frac{2\kappa}{\kappa - 1}$$

где κ — отношение удельных теплоемкостей, α — угол атаки, 2γ — угол между подветренными (наветренными) сторонами консолей V-образного крыла.

Формула (1.1) применима при отсутствии в ударном слое внутренних скачков уплотнения (см., например, [8]). Структура этих формул аналогична зависимостям, определяющим коэффициент давления на наветренной и подветренной сторонах плоской пластинки в гиперзвуковом потоке [9]. При $K_1 \ll 1$ и $\psi = 0$ зависимости (1.1), (1.2) совпадают с формулами линейной теории, а при $K_1 \gg 1$ — с формулой Ньютона.

Если угол стреловидности передней кромки $\chi \rightarrow 0$, то треугольное крыло вырождается в прямоугольную пластинку бесконечного размаха, помещенную в поток под углом α . В этой связи представляет интерес сравнение значений коэффициента давления c_p , вычисленного по точным и приближенным зависимостям. Возможность использования формул (1.1) для

Таблица 1

	M=1,5					M=3				
K_1	0,060	0,078	0,112	0,138	0,213	0,070	0,151	0,570	1,090	1,733
$-P_1$	32,00	24,55	16,69	13,37	8,28	27,40	12,12	2,51	0,99	0,45
$-P_2$	30,98	23,64	15,81	12,55	7,55	27,27	11,98	2,45	0,94	0,41
$-P_3$	33,10	25,74	17,80	14,49	9,39	28,57	13,24	3,51	1,83	1,15

Таблица 2

	M=6, $\alpha^\circ=7$					M=4, $\alpha^\circ=5$				
γ°	90	75	67,5	60	45	90	75	60	45	120
$-10C_{y1}$	0,27	0,27	0,27	0,26	0,25	0,37	0,37	0,37	0,35	0,31
$-10C_{y2}$	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0,37	0,37	0,37	0,37	0,32

Таблица 3

	$\gamma^\circ=70,2$				$\gamma^\circ=80,1$		$\gamma^\circ=114,5$			
α°	9	15	21	21	21	6	9	15	21	
ν°	30,7	30,7	30,7	44,8	30	32,7	32,7	32,7	32,7	
$10C_{y1}$	0,69	1,69	3,13	3,10	3,24	0,32	0,60	1,41	2,57	
$10C_{y2}$	0,69	1,66	3,06	3,06	3,19	0,31	0,60	1,46	2,68	

определения c_p на клине иллюстрируется графиком фиг. 1, где дано сопоставление результатов расчетов $P=c_p/\sin^2\alpha$ по формуле (1.1) (сплошная кривая) и по формулам косога скачка уплотнения (точки на графике), цифры 1-3 соответствуют $\alpha=10; 20; 30^\circ$. За исключением чисел Маха, близких к отходу скачка от клина (точки $a, b, в$ на фиг. 1), данные вычислений удовлетворительно согласуются друг с другом.

Значения P , определяемые формулой (1.2) (P_1), формулами течения Прандтля - Майера (P_2) и значения $P_3=-2K_1$, даны в табл. 1.

Из приведенных данных видно, что P_1 и P_2 близки друг другу, а значения P_3 при больших значениях K_1 существенно отличаются от точного решения.

Значения C_y для наветренной стороны крыла, вычисленные по методу [7] (C_{y1}) и по формулам (1.1), (1.2) (C_{y2}), приведены в табл. 2 и 3 (для $M=10$).

Данные для $M=4$ и 6 соответствуют крылу с углом при вершине $\nu=30^\circ$.

Приведенные значения C_{y1} и C_{y2} свидетельствуют об их удовлетворительном согласовании.

2. Рассмотрим V-образное крыло с клиновидным профилем (фиг. 2). Ось x правой декартовой системы координат с началом в вершине крыла направим вдоль корневой хорды. Угол при вершине профиля обозначим δ , размах крыла $-2l$, а индексами 0 и 1 - параметры наветренной и подветренной сторон крыла.

Задачу определения формы поперечного сечения оптимального крыла рассмотрим в предположении, что $\alpha^2 \ll 1$, $\delta^3 \ll 1$, $a \sin^2 \psi_0 \ll 1$, $a = \delta/l$, а коэффициент трения C_f на поверхности крыла и коэффициент донного давления p_1 постоянны. В этих предположениях аэродинамические коэффициенты запишутся в виде

$$C_y = C_{y0} - C_{y1}$$

$$C_x = \delta(C_{y0} - C_{y1}) + \frac{C_f(1 + \sqrt{1 + \mu^2})}{\cos \psi_0} \quad (2.1)$$

$$K = \frac{C_y}{\alpha C_y + C_x}, \quad \mu = a \cos \psi_0$$

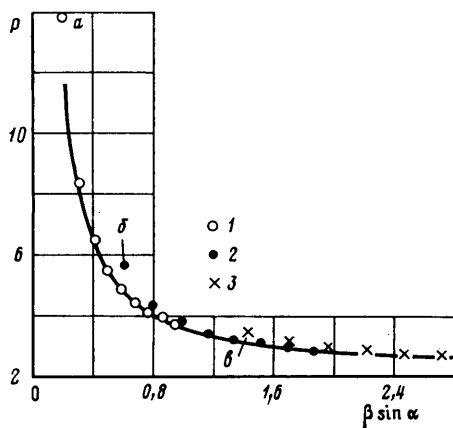
причем C_{y1} определяется формулой (1.2), а C_{y0} — формулой (1.1) с заменой α на $(\alpha + \delta)$. При определении C_y, C_x в качестве характерной принята площадь крыла в плане.

Задача заключается в определении параметров $\alpha, \delta, \psi_0, \psi_1$, соответствующих наибольшему значению K при некоторых дополнительных условиях. В качестве такого условия рассмотрим объемный параметр

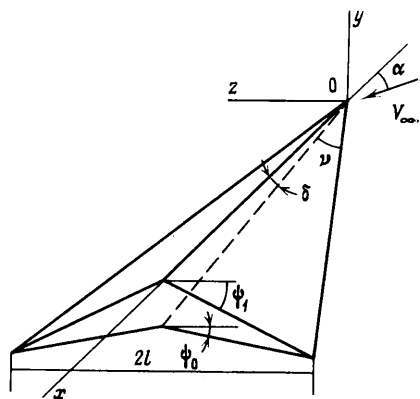
$$\tau = \frac{V}{\sqrt{S^3}} = \sqrt{\frac{\delta a}{3} \left(\frac{\cos \psi_0}{1 + \sqrt{1 + \mu^2}} \right)^3} \quad (2.2)$$

где S — площадь смоченной поверхности крыла.

Определяя $\delta(\psi_0)$ из выражения (2.2) и подставляя его в (2.1), получаем зависимость аэродинамического качества от угла ψ_0 . Анализ знака величины $\partial K / \partial(\cos \psi_0)$ показывает, что при $0 \leq \cos \psi_0 \leq 1$ эта производная всегда положительна и, следовательно, наибольшее значение K достигается при $\cos \psi_0 = 1$, т. е. при $\psi_0 = 0$. Нетрудно убедиться, что такой же результат получается и при задании в качестве дополнительных условий объема V , объемного параметра τ и δ, τ и l, δ и V, V и l .



Фиг. 1



Фиг. 2

В силу эквивалентности вариационных задач о форме оптимального крыла максимального аэродинамического качества и о форме крыла минимального полного сопротивления при заданной подъемной силе [1, 2] угол $\psi_0 = 0$ и при задании в качестве дополнительного условия величины подъемной силы.

Для упрощения дальнейшего анализа ограничимся изучением того диапазона изменения α, δ, M , где справедлив линейный закон изменения C_y от угла атаки. В этом случае аэродинамическое качество оптимального крыла определяется выражением (2.3), из которого можно определить угол $\alpha = \alpha_*$, соответствующий наибольшему значению $K = K_*$

$$\delta K = \frac{\alpha_1(1+t)+1}{\alpha_1^2(1+t)+2\alpha_1+1+0,5\beta C_f(1+t^{-1})-0,5\beta p_1\delta} \quad (2.3)$$

$$\alpha_* = \sqrt{\frac{\beta C_f}{2t} - \frac{p_1 \beta \delta}{2(1+t)} + \frac{t \delta^2}{(1+t)^2} - \frac{\delta}{1+t}}, \quad K_* = \left(2\alpha_* + \frac{\delta}{1+t} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\delta}, \quad t = \cos \psi_1$$

Величина K_* при известных β , C_f , p_1 зависит от двух параметров: ψ_1 и δ . Поэтому в случае задания двух дополнительных условий, например τ и l , значения α_* и K_* определяются из этих условий.

Если задан только объем крыла V , то нетрудно показать, что максимум K_* соответствует $\delta = \psi_1 = 0$, т. е. крыло вырождается в плоскую пластинку бесконечного размаха. При этом в соответствии с выражениями (2.3), (2.4) $\alpha_* = \sqrt{0,5\beta C_f}$, $K_* = 1/(2\alpha_*)$.

Практического интереса это решение не представляет, но позволяет при известных β и C_f определить верхнюю границу значений аэродинамического качества.

При задании объемного параметра τ величина K_* записывается в виде (2.5), а значение t , соответствующее максимуму K_* , является решением уравнения (2.6)

$$\frac{1}{K_*} = \sqrt{2 \left[\frac{\beta C_f}{t} - \frac{9\tau^2 p_1 \beta (1+t)^2}{t^2 \sqrt{1-t^2}} \right]} + \frac{324\tau^4 (1+t)^3}{t^3 (1-t)} \quad (2.5)$$

$$\frac{\beta C_f}{\tau^4} + \frac{9p_1 \beta (t^3 + 3t^2 - 2)}{\tau^2 t (1-t) \sqrt{1-t^2}} - 162 \frac{(1+t)^2 (t^2 + 4t - 3)}{t^2 (1-t^2)} = 0 \quad (2.6)$$

Оптимальные значения δ и ψ_1 могут противоречить условию о существовании присоединенной к передней кромке крыла головной ударной волны. В этом случае максимальное значение K_* соответствует минимальному значению t , при котором головная волна еще остается присоединенной к передним кромкам. Величина δ определяется при этом выражением

$$\delta = 9\tau^2 \frac{(1+t)^3}{t^2 \sqrt{1-t^2}}$$

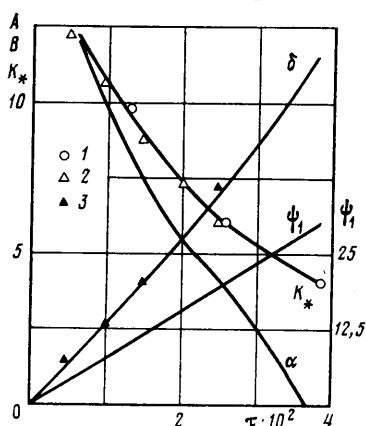
В качестве примера на фиг. 3 приведены зависимости от параметра τ величин K_* , $A=50\delta$, ψ_1 , $B=500\alpha_*$ оптимального крыла при $M=3$, $l=0,4$, $C_f=0,001$, $p_1=0$. Точками 1 на графике изображены значения K_* , определенные по нелинейным зависимостям (1.1) и (1.2). Углы α , δ даны в радианах, а ψ_1 — в градусах.

3. Рассмотренная в предыдущем разделе задача ограничена достаточно узким классом тел, поперечное сечение которых представляет собой симметричный относительно одной из диагоналей четырехугольник. Вместе с тем известные решения, полученные в рамках линейной теории обтекания [5], позволяют рассмотреть более широкий и практически интересный класс конфигураций.

Пусть V-образное крыло с клиновидным профилем и коническими элементами на верхней и нижней поверхностях (оси этих элементов совпадают с линиями пересечения верхних и нижних плоскостей крыла (фиг. 4)) движется со сверхзвуковой скоростью $M > 1$.

Ограничимся рассмотрением конфигураций со сверхзвуковыми кромками. При $(\alpha + \delta)^2 \ll 1$ и $R_i^2 \ll 1$ (α — угол атаки, δ — относительная толщина крыла, R_i — относительные радиусы конических элементов тела) для решения задачи о поперечном сечении тела, обладающего максимальным аэродинамическим качеством, могут быть использованы результаты, полученные по линейной теории [5].

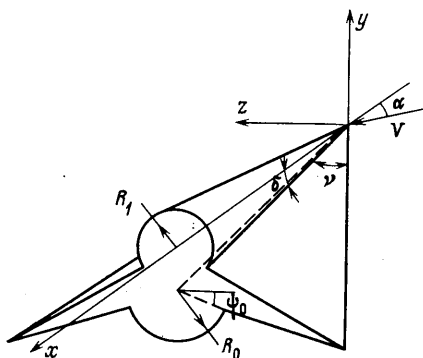
Определяя коэффициенты нормальной силы и силы волнового сопротивления в соответствии с работой [5] и полагая $p_1=0$, $C_f=\text{const}$, получаем зависимость аэродинамического качества от геометрических параметров



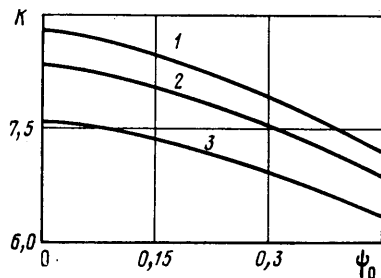
Фиг. 3

тела δ , R_0 , R_1 , ψ_0 , ψ_1 , числа Маха и коэффициента трения. Задача заключается в определении оптимальных значений δ_* , R_{0*} , ..., соответствующих максимуму K при заданных C_f , M и некоторых дополнительных условиях, в качестве которых ниже приняты $\tau=\text{const}$, $l=\text{const}$. Эта задача решалась численно на ЭВМ с использованием метода покоординатного спуска, который заключается в поочередном (циклическом) варьировании параметров δ , R_0 , ψ_0 до достижения ими оптимальных значений.

При расчете каждого варианта (комбинация значений M , C_f , τ , l) бралось несколько начальных значений параметров δ , R_0 , ψ_0 . Независимо от этого максимальное качество достигалось при одних и тех



Фиг. 4



Фиг. 5

же δ_* , R_{0*} , ψ_{0*} . Результаты расчетов при $C_f=0,001$ представлены ниже:

$\tau \cdot 10^2$	0,5	1,0	1,5	2,0
K_*	12,38	10,60	8,76	7,53
$\delta_* \cdot 10^2$	2,69	5,40	6,45	8,08
$R_{1*} \cdot 10^2$	0,44	0,87	7,60	9,82
ψ_{0*}	0	0	-0,16	-0,20
$\alpha_* \cdot 10^2$	2,68	1,98	3,05	3,42
K_{*v}	12,31	10,59	8,75	7,30

Во всех рассмотренных случаях $R_{0*}=0$. При малых значениях $\tau=0,005-0,01$ конфигурация тела, обладающего максимальным аэродинамическим качеством, близка к V-образному крылу с плоской нижней поверхностью ($R_{1*} \approx 0$, $\psi_{0*}=0$). При увеличении τ ($\tau=0,015-0,02$) значения R_{1*} и $|\psi_{0*}|$ возрастают, причем нижняя поверхность крыла оказывается выпуклой. Однако значение K_* при этом практически не отличается от K_{*v} соответствующего V-образного крыла.

В этой связи отдельно проводился расчет для определения параметров V-образного крыла, обладающего максимальным аэродинамическим качеством при заданных τ , l ($R_1=R_2=0$).

Результаты расчетов, проведенных при $0,005 \leq \tau \leq 0,03$, $0,4 \leq l \leq 1,2$, $M > 2$, свидетельствуют о том, что, как и выше, максимальным аэродинамическим качеством обладают крылья с плоской нижней поверхностью. В качестве

примера на фиг. 5 приведены типичные зависимости величины K от угла ψ_0 при различных значениях l и $C_f=0,001$, $M=3$, $\tau=0,015$, которые показывают, что с уменьшением l значение K возрастает. Цифры 1, 2, 3 на графике соответствуют $l=0,4$; 0,5; 0,7. Углы на фиг. 5 даны в радианах.

Следует отметить удовлетворительную сходимость значений кинематических и аэродинамических параметров оптимального крыла, полученных в рамках линейной теории и по приближенным зависимостям (1.1), (1.2), что в случае $M=3$ иллюстрируется графиками фиг. 3, на которой точками 2, 3 обозначены результаты расчетов K_* , δ соответственно.

У тонкого оптимального крыла, как показывают проведенные расчеты, значение аэродинамического качества K практически не зависит от α в достаточно широкой окрестности оптимального угла атаки α_* .

Таким образом установлено, что максимальным аэродинамическим качеством обладают крылья с плоской нижней поверхностью (или близкие к ним конфигурации). Даны простые аналитические зависимости, определяющие аэродинамические коэффициенты крыла при углах атаки вплоть до отхода головной ударной волны от передних кромок.

Отметим в заключение, что проведенный анализ справедлив при тех режимах обтекания, при которых в ударном слое около наветренной стороны крыла отсутствуют внутренние скачки уплотнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miele A., Hull D. G. Three-dimensional lifting wings of minimum drag in hypersonic flow. Rice University, Dep. Aero-Astronaut., Rept № 26, 1966, 31 p.
2. Miele A., Hull D. G. Three-dimensional wings of maximum lift-to-drag ratio in hypersonic flow. Rice Univ., Dep. Aero-Astronaut., Rept., № 27, 1966, 27 p.
3. Майкапар Г. И. Крыло с максимальным аэродинамическим качеством при гиперзвуковых скоростях. — ПММ, 1966, т. 30, вып. I, с. 186—189.
4. Гонор А. Л., Остапенко Н. А. Гиперзвуковое обтекание крыльев с маховской системой ударных волн. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 3, с. 104—116.
5. Шурьгин В. М. V-образные крылья в сверхзвуковом потоке. — Сб. теоретических работ по аэродинамике. М.: Оборонгиз, 1957, с. 371—425.
6. Лапыгин В. И. Нормальная сила плоского треугольного крыла в сверхзвуковом потоке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 3, с. 162—164.
7. Лапыгин В. И. Расчет сверхзвукового обтекания V-образных крыльев методом установления. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 3, с. 180—185.
8. Лапыгин В. И. О решении задачи обтекания V-образного крыла с сильной ударной волной на передней кромке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 3, с. 114—119.
9. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.

Москва

Поступила в редакцию
6.III.1985