МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 · 1986

УДК 536.25

ЭВОЛЮЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СПЕКТРОВ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ ЛАМИНАРНОЙ КОНВЕКЦИИ К ТУРБУЛЕНТНОЙ

БОГАТЫРЕВ Г. П., ЗИМИН В. Д.

Экспериментально исследовались пространственные спектры термогравитационной конвекции при переходе от ламинарных режимов к турбулентным в подогреваемом снизу коротком горизонтальном цилиндре. По экспериментальным данным для каждого набора определяющих параметров задачи строился базис, удовлетворяющий условию диагональности корреляционной матрицы коэффициентов разложения профилей температуры в среднем горизонтальном сечении цилиндра. Использование таких базисов существенно упрощает описание области перехода. Показано, что при возникновении турбулентного режима конвекции пространственный спектр кризисным образом расширяется.

В исследованиях перехода от ламинарной конвекции к турбулентной фиксируют внимание на изменениях во временны́х спектрах пульсаций температуры и скорости в некоторых точках пространства. Возникновение стохастических режимов конвекции сопровождается либо кризисным расширением пиков, соответствовавших периодическим колебаниям, либо кризисным ростом фона. В связи с кризисным характером таких переходов можно говорить, что дискретный спектр сменяется сплошным, хотя фоновая составляющая может присутствовать и в режимах регулярных конвективных колебаний.

Развитая турбулентная конвекция характеризуется не только хаотическим изменением полей температуры и скорости во времени, но и хаотическим изменением этих величин в пространстве. В связи с этим наряду с возникновением временно́й хаотичности при сохранении сравнительно простой структуры течения большой интерес представляет исследование эволюции пространственных спектров в области перехода от ламинарной конвекции к турбулентной.

В данной работе эти вопросы исследуются экспериментально на примере подогреваемой снизу замкнутой полости. Полость, заполненная дистиллированной водой, имела форму короткого горизонтального цилиндра диаметром D=30,9 мм, и длиной d=4,7 мм. На торцах цилиндра задавался однородный градиент температуры **A**, направленный под углом α к вертикали. Для изменения α вся модель поворачивалась вокруг горизонтальной оси цилиндра. На диаметральной линии, которая проходит на равном расстоянии от торцов цилиндра и при $\alpha=0$ располагается горизонтально, с шагом 2,6 мм были расположены спаи 11 термопар. Подробное описание модели приведено в [1].

С помощью коммутирующего устройства термопары поочередно подключались к цифровому вольтметру Щ68000, информация с которого передавалась в ЭВМ. Время опроса всех термопар составляло 1,8 с, что примерно в 10 раз меньше характерного периода высокочастотных пульсаций для данной модели.

Стационарные режимы конвекции для $\alpha<12°$ и числах Рэлея $R=g\beta\nu^{-1}\chi^{-1}A(d/2)^4$ в диапазоне $0<R<70$ описаны в [2]. Обнаружено четыре типа стационарных движений, отличающихся друг от друга числом конвективных ячеек. Вертикальный размер ячеек совпадает с вертикальным размером полости в месте их расположения. Внутри каждой ячейки завихренность сохраняет один и тот же знак, меняя его при переходе к соседним ячейкам. Профиль температуры на линии расположения термопар однозначно определяет тип стационарного движения.

В [1, 3] для анализа профилей температуры использовалась аналоговая схема, выполняющая преобразование Фурье по пространственным переменным в реальном времени. Это позволило исследовать временные спектры амплитуд низших пространственных гармоник $\sin[\pi(n+1)D^{-1}x]$ в режимах стохастических колебаний [3].

В данном случае для каждого набора определяющих параметров R и α находилась корреляционная матрица $P_{nm}=\langle a_n a_m\rangle$ коэффициентов $a_n(t)$ в разложении профилей температуры по синусоидальным функциям

$$T=\sum_n a_n(t)\,s_n(x),\qquad s_n=\sqrt{\frac{2}{D}}\sin\frac{\pi(n+1)x}{D} \tag{1}$$

Установлено, что для всех режимов конвекции в исследованном диапазоне R и α матрица P_{nm} недиагональна, т. е. коэффициенты $a_n(t)$ скоррелированы.

Статистическое описание исследуемых процессов существенно упрощается, если перейти от базиса $s_n(x)$ к новому функциональному базису $f_n(x)$, для которого коэффициенты разложения

$$T(x,t)=\sum_n b_n(t)\,f_n(x) \tag{2}$$

не коррелируют: $\langle b_n b_m\rangle=R_{nm}\infty\delta_{nm}$.

Исходный базис $s_n(x)$ подвергался ортогональному преобразованию

$$f_n(x)=\sum_m Q_{nm}s_m(x) \tag{3}$$

При этом коэффициенты a_n и матрица P_{nm} преобразуются по формулам

$$b_n=\sum_m Q_{nm}a_m \tag{4}$$

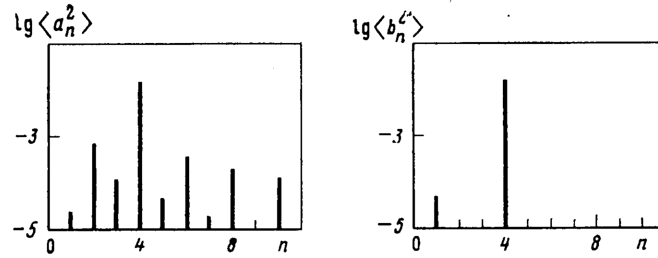
$$R_{nm}=\sum_{lk} Q_{nl}P_{lk}Q_{km} \tag{5}$$

Матрица Q_{nm} находится в результате решения задачи на собственные значения

$$\sum_m P_{nm}Q_{km}=\lambda_k Q_{kn} \tag{6}$$

При этом матрица R_{nm} становится диагональной. Коэффициенты b_n являются амплитудами пространственных мод $f_n(x)$, которые далее будем называть собственными.

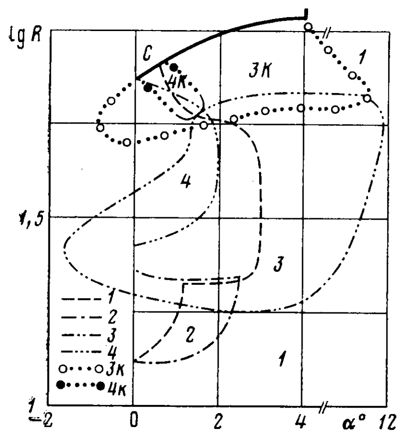
Применение описанной процедуры к стационарному движению приводит к матрице $P_{nm}=a_n a_m$. Все собственные числа такой матрицы, за исключением одного: $\lambda_k=b_k^2$, равны нулю. Индекс k определяет число ячеек, соответствующее данному типу стационарного движения. Этому собственному числу соответствует базисная функция f_k, которая дает аппроксимацию стационарного профиля температуры $T(x)$ конечным числом членов ряда (1). Базисная функция f_k зависит от R и α. Независимо от числа отсчетов на оси x или, что то же самое, от числа рассматриваемых членов в разложении (1), фазовое пространство системы при переходе к бази-



Фиг. 1

су f_n становится одномерным, а состояние системы изображается точкой на расстоянии b_k от начала координат.

Удобство использования базиса f_n для описания нестационарных режимов конвекции определяется тем, насколько сокращается размерность фазового пространства при переходе от s_n к f_n. На фиг. 1 приведены спектры $\langle a_n^2\rangle$ и $\langle b_n^2\rangle$ для $R=70$ и $\alpha=30'$. За единицу измерения амплитуд a_n и b_n принята величина AD. Нижняя граница диаграммы выбрана на уровне 10^{-5}, соответствующем уровню шумов в отсутствие конвекции. Этот уровень определялся при $\alpha=0$. Как видно из диаграммы, разложение (1) дает девять значимых коэффициентов, тогда как собственных мод всего две. Доминирующей является четвертая мода.

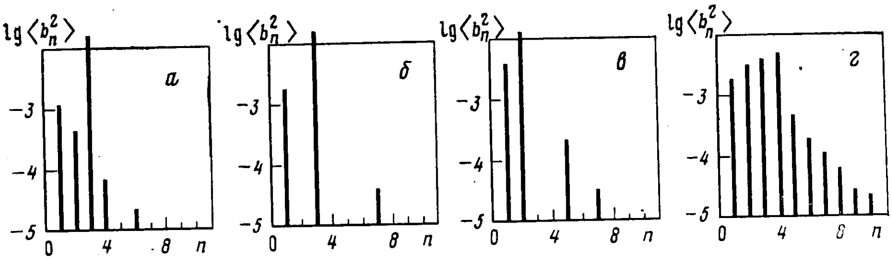


Фиг. 2

В данных экспериментах наблюдались стационарные режимы конвекции, колебательные режимы с доминирующей собственной модой и режимы стохастических колебаний с широким пространственным спектром. Карта режимов для $R<115$ и $\alpha<12°$ приведена на фиг. 2. Цифрами *1*—*4* обозначены области существования стационарных движений. Число конвективных ячеек совпадает с порядковым номером области. Колебательные режимы с доминирующей пространственной модой n обозначены nk. Наблюдались колебания с доминированием трехъячеистой структуры *3k* и четырехъячеистой *4k*. Буквой C обозначена область существования стохастических колебаний. Число точек в обозначениях границ областей соответствует числу конвективных ячеек. Прямые штрихи соответствуют стационарным режимам, а волновые — колебательным. Границы областей определены с погрешностью 3%, за исключением границы области C, погрешность определения которой составляет 6%.

Режимы, приведенные на фиг. 2, получены при медленном изменении параметров R и α, начиная от точки, принадлежащей квадранту $\alpha>0$. Тип движения и направление циркуляции жидкости в ячейках может сохраняться и после смены знака α. Две такие области изображены на карте в квадранте $\alpha<0$. Полная карта режимов получится в том случае, если все границы областей на фиг. 2 зеркально отразить относительно линии $\alpha=0$ и изобразить все полученные области на одном рисунке.

Если изменять определяющие параметры задачи достаточно малыми ступеньками вдоль некоторой траектории на плоскости (R, α), то смена движения одного типа другим происходит кризисным образом при пересечении границы области существования исходного движения. При обратном движении вдоль той же траектории новое движение сменится исход-



Фиг. 3

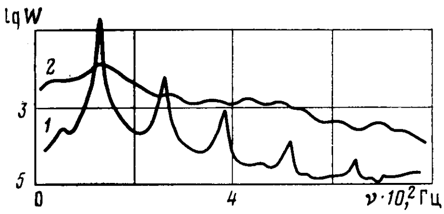
ным уже в другой точке, а именно при пересечении границы области существования второго движения. Карта режимов отражает все гистерезисные явления, наблюдавшиеся при медленном изменении параметров задачи.

В тех случаях, когда после пересечения границы области существования исходного движения система попадает в зону наложения нескольких областей, из всех возможных режимов на смену исходному появляется тот, который наиболее близок к исходному по числу конвективных ячеек. Таким образом, пользуясь картой, легко выбрать траекторию, которая обеспечит в данной области любой из возможных в ней режимов конвекции.

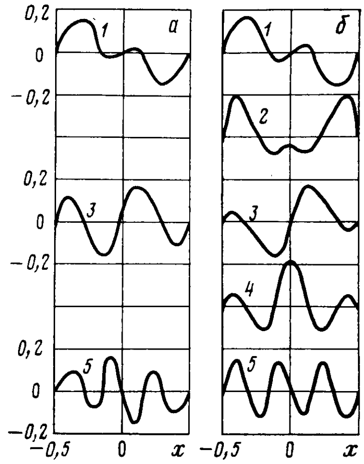
Когда о кризисных изменениях течения судят только по появлению новых независимых гармоник во временны́х спектрах, то кризисные изменения пространственной структуры могут быть не замечены. Это может быть, например, в том случае, когда имеет место синхронизация колебаний всех мод доминирующей пространственной модой. Кризисные изменения пространственной структуры трудно обнаружить и по спектрам $\langle a_n^2 \rangle$. Наиболее чувствительны к перестройке течения спектры $\langle b_n^2 \rangle$.

На фиг. 3 представлена эволюция пространственного спектра $\langle b_n^2 \rangle$ с ростом R при $\alpha=0$. Первые три спектра относятся к колебательному режиму конвекции с доминированием третьей моды (R=53, 55 и 70). Второе место по величине среднеквадратичной амплитуды занимает первая мода. С ростом R среднеквадратичная амплитуда первой моды возрастает, достигая вблизи порога возникновения стохастического режима примерно 60% от среднеквадратичной амплитуды третьей моды. Четвертый спектр, приведенный на фиг. 3, соответствует стохастическому режиму при R=73. В этом случае возбуждены все собственные пространственные моды, которые могли быть зарегистрированы в данном эксперименте. При дальнейшем росте R огибающая дискретного спектра $\langle b_n^2 \rangle$ приобретает вид, характерный для диссипативного интервала пространственного спектра развитой турбулентности [4].

Порог возбуждения стохастического режима определяется параметрами R и α и не зависит от того, какова структура предшествующего ему движения. Например, как видно из фиг. 2, режим C возникает при $\alpha=40'$ как из стационарного режима *1*, так и из колебательных режимов *3k* и *4k* при одном и том же числе Рэлея. При возрастании R режимы *3k* и *4k* исчезают в результате разрушения ячеистой структуры колебаниями крупномасштабной циркуляции жидкости, соответствующей первой моде. Об этом говорит тот факт, что вблизи границы области C среднеквадратичная амплитуда первой моды приближается к амплитуде доминирующей моды. Аналогичным образом происходит переход к режиму C от стационарного четырехъячеистого движения. Визуальные наблюдения такого перехода описаны в [1]. Вблизи границы области C возникают колебания одноячеистой циркуляции жидкости, которые разрушают четырехъячеистое движение. Колебательный режим с доминированием первой



Фиг. 4



Фиг. 5

моды не устанавливается из-за его неустойчивости к более мелкомасштабным возмущениям. В области C недалеко от ее границы наблюдается перемежаемость пространственных мод.

Внутри областей, изображенных на фиг. 2, наблюдаются кризисные изменения пространственной структуры движения, не сопровождающиеся сменой доминирующей моды. Например, внутри области $3k$ при $\alpha=0$ амплитуды первой и третьей моды изменяются с ростом R монотонно, а пятая мода возбуждается жестко, возникая с конечной амплитудой при $R=56$. При $R<56$ ее амплитуда ниже уровня шумов. С появлением пятой моды скорость роста $\langle b_1^2\rangle$ становится меньше, а $\langle b_3^2\rangle$ начинает уменьшаться с ростом R. Чем больше α, тем при бóльших R возбуждается пятая мода.

Если, оставаясь в области $3k$, уменьшить R, то при подходе к границе области 4 в пространственном спектре начинают расти четные моды. Это видно из сопоставления спектров при $R=51$ и 53 на фиг. 3. При $R=49$ устанавливается четырехъячеистое стационарное движение.

Пространственные спектры в области $4k$ исследованы при $\alpha=30'$. Если $R<71$, то в спектрах присутствуют лишь четвертая и первая мода (фиг. 1). При $R=71$ мягко возбуждается седьмая мода. С увеличением R амплитуда доминирующей четвертой моды уменьшается, как и в случае режима $3k$, а $\langle b_1^2\rangle$ и $\langle b_z^2\rangle$ увеличиваются. Перед возникновением стохастического режима $\langle b_1^2\rangle$ примерно в 3 раза меньше, чем $\langle b_4^2\rangle$, тогда как внутри области $4k$ они отличаются более чем в 100 раз (фиг. 1).

С помощью аналоговой схемы, позволяющей выделять собственные моды в реальном времени, были зарегистрированы временны́е реализации пульсаций первой, третьей и пятой собственных мод в режиме $3k$ при $\alpha=0$. Анализ этих реализаций показывает, что знак амплитуды третьей доминирующей моды сохраняется во времени. Знаки у амплитуд первой и пятой мод изменяются, хотя обе эти моды имеют постоянные составляющие. Во временны́х спектрах амплитуд $b_1(t)$, $b_3(t)$ и $b_5(t)$ наблюдаются одинаковые частоты. Различие состоит лишь в соотношениях кратных гармоник и в ширине пиков.

На фиг. 4 приведены временны́е спектры первой моды при $\alpha=0$ и двух значениях R. При $R=62$ (кривая *1*) спектр имеет пики на кратных частотах. Колебания не строго периодические: пики широкие, значительный уровень имеет фоновая составляющая. Во временно́м спектре первой моды при $R=73$, когда режим становится стохастическим, кратных частот нет, спектр сплошной. В пространственном спектре для такого режима возбуждены все собственные моды ($R=73$, фиг. 3, *г*). Таким образом, стохастический режим характеризуется случайным поведением системы как во времени, так и в пространстве.

Отметим, что режим C отличается от стохастических режимов конвекции, описанных в [5], где в колебаниях участвует небольшое число мод, а стохастичность наблюдается только временная. Пространственная структура движения остается сравнительно простой. В данных экспериментах режимам, подобным описанным в [5], являются режимы $3k$ и $4k$.

Идея представления случайных функций в виде суперпозиции компонент фиксированного функционального вида со случайными взаимно некоррелированными коэффициентами, использованные выше, заимствованы из [6].

На фиг. 5 приведены нормированные собственные функции для a — квазипериодического конвективного течения (R=62) и b — для стохастического режима (R=73) при α=0. В том и в другом случаях собственные моды существенно отличаются от синусоидальных.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Богатырев Г. П., Гилев В. Г.* Надкритические конвективные движения в коротком горизонтальном цилиндре.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 4, с. 137—142.
2. *Богатырев Г. П., Гилев В. Г.* Экспериментальное исследование надкритических конвективных движений в щелевой полости.— В сб.: Конвективные течения. Пермь: Изд-во Пермск. ун-та, 1979, с. 25—30.
3. *Богатырев Г. П., Гилев В. Г., Зимин В. Д.* Пространственно-временные спектры стохастических колебаний в конвективной ячейке.— Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, вып. 3, с. 229—232.
4. *Зимин В. Д., Кетов А. И.* Турбулентная конвекция в подогреваемой снизу кубической полости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 4, с. 133—138.
5. *Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И.* О конвективных движениях в ячейке Хеле-Шоу.— Докл. АН СССР, 1977, т. 235, № 3, с. 554—557.
6. *Яглом А. М.* Спектральные представления для различных классов случайных функций.— Тр. 4-го Всесоюз. матем. съезда. Т. 1. Л.: Изд-во АН СССР, 1963, с. 250—273.

Поступила в редакцию 21.III.1985

Пермь