

УДК 532.5.013.2

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ  
СФЕРИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА ПРИ ПОГРУЖЕНИИ  
В СЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ**

**ЕРОШИН В. А., КОНСТАНТИНОВ Г. А., РОМАНЕНКОВ Н. И.,  
ЯКИМОВ Ю. Л.**

Гидродинамические силы, возникающие при погружении в жидкость тел вращения простейших форм, в настоящее время исследованы достаточно полно [1–10]. Вопросам определения давления посвящено сравнительно небольшое число работ. В основном это теоретические исследования по определению распределения давления при ударе тупых тел о воду без учета влияния атмосферы [8–13]. Однако в ряде случаев наличие атмосферы приводит к существенному перераспределению давления на смоченной поверхности. Еще более сильное влияние атмосферы может оказывать на характер расширения смоченной поверхности и область начального контакта [14].

В ряде работ численный расчет распределения давления проводится с учетом влияния атмосферы, но в предположении несжимаемости жидкости [14, 15]. При плоском ударе это не дает возможности довести расчет до конца и определить величину максимального давления. Экспериментальные работы по определению распределения давления ограничиваются, как правило, исследованиями удара о воду с очень малыми скоростями [15–17].

В данной статье приведены экспериментальные данные по определению давления на расширяющейся во времени смоченной поверхности сферического сегмента при его погружении в сжимаемую жидкость.

**1. Описание установки и методика проведения экспериментов.** Исследование распределения давления на сферическом сегменте при вертикальном симметричном погружении в воду проводилось методом физического моделирования. В общем случае погружения тупого тела сложной формы в сжимаемую жидкость при наличии атмосферы избыточное давление на смоченной поверхности можно представить в виде

$$\Delta p = p - p_0 = \rho_0 v_0 a_0 f \left( M, M_1, Re, Re^t, Fr, \frac{\rho_0}{\rho_1}, \gamma, \theta, \alpha, \frac{x}{L}, \frac{y}{L}, \frac{z}{L}, \frac{a_0 t}{L} \right)$$

$$M = \frac{v_0}{a_0}, \quad M_1 = \frac{v_0}{a_1}, \quad Re = \frac{v_0 L}{\nu}, \quad Re^t = \frac{v_0 L}{\nu_1}, \quad Fr = \frac{v_0}{\sqrt{gL}}$$

где  $v_0$  — скорость погружения,  $\rho_0, \rho_1$  — плотности жидкости и атмосферы,  $a_0, a_1$  — скорости звука в жидкости и атмосфере,  $M, M_1$  — числа Маха по отношению к жидкости и атмосфере,  $Re, Re^t$  — числа Рейнольдса по отношению к жидкости и атмосфере,  $Fr$  — число Фруда,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\nu, \nu_1$  — кинематические вязкости жидкости и атмосферного газа,  $\gamma$  — коэффициент адиабаты атмосферного газа,  $\theta$  — угол входа (между вектором скорости и свободной поверхностью),  $\alpha$  — угол атаки (между вектором скорости и осью симметрии тела),  $x, y, z$  — координаты точки на смоченной поверхности,  $L$  — характерный линейный размер и  $t$  — время.

Основная трудность экспериментальных исследований подобного рода связана с необходимостью проведения измерения давления при крайне малом времени протекания процесса. Стремление растянуть процесс во времени приводит к необходимости использования метода физического моде-

лирования, когда вместо воды в качестве рабочей среды используется жидкость с низкой скоростью звука, безразмерное уравнение состояния которой совпадает с безразмерным уравнением состояния воды [5].

Обеспечение равенства соответствующих чисел Маха  $M$  по отношению к жидкости при погружении тупого тела в воду и в жидкость с низкой скоростью звука, т.е. подобие с точки зрения сжимаемости жидкости, в этом случае не вызывает трудностей. Влияние чисел Рейнольдса  $Re$ ,  $Re^1$  и Фруда  $Fg$  на распределение давления несущественно.

Среди безразмерных параметров, характеризующих влияние атмосферы, имеется возможность обеспечить равенство лишь отношений плотности газа к плотности жидкости и соответствующих чисел  $\gamma$ .

Описанные ниже эксперименты проводились при нормальном атмосферном давлении воздуха. Числа Маха  $M_1$ , характеризующие сжимаемость воздуха при погружении в воду и жидкость с низкой скоростью звука (при одном и том же значении числа  $M$ ), различаются существенным образом. Вообще, при погружении тупых тел в жидкость с низкой скоростью звука параметр  $M_1$  является малым, а моделирование атмосферы — неполным. В этом смысле приведенные ниже экспериментальные зависимости надо рассматривать как предельные при  $M_1 \ll 1$ . Величины  $\theta$  и  $\alpha$  при вертикальном симметричном погружении сферического сегмента соответственно равны  $\theta = \pi/2$ ,  $\alpha = 0$ . За характерный линейный размер тела принимаем радиус сферической поверхности сегмента. Таким образом, в дальнейшем считаем, что

$$\Delta p = \rho_0 v_0 a_0 f \left( M, \frac{r}{R}, \frac{a_0 t}{R} \right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

и определяем эту зависимость экспериментально.

Опыты по определению давления на поверхности сферического сегмента проводились при вертикальном симметричном погружении в жидкость с низкой скоростью звука. Бак с жидкостью диаметром 400 мм, к днищу которого для устойчивости прикреплен тяжелый груз, свободно подвешивался на стальных струнах [7]. Модель с датчиками давления и ускорения под действием силы тяжести разгонялась по направляющим струнам и погружалась в сжимаемую жидкость, находящуюся в баке. Скорость модели изменялась в пределах от 2 до 6 м/с и определялась двумя способами: вычислялась по высоте свободного падения и измерялась контактным способом на базе 100 мм с выходом на электронный осциллограф. Скорость звука в жидкости определялась как скорость распространения возмущений вблизи свободной поверхности жидкости и определялась с помощью датчиков давления на базе 350 мм с выходом на шлейфовый осциллограф. Уточнение скорости звука проводилось путем сравнения с теоретическими (адиабатическими) значениями

$$a_0 = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0 \beta_0}}, \quad \rho_0 = \rho_f (1 - \beta_0)$$

где  $p_0$  — давление на свободной поверхности,  $\rho_f$  — плотность несущей жидкости,  $\beta_0$  — объемная концентрация газа,  $\gamma$  — показатель адиабаты газа. Расхождение теоретических и экспериментальных значений скорости звука лежит в основном в пределах  $\pm 5\%$ . Плотность жидкости определялась денсиметрами. Глубина слоя жидкости в баке составляла 150 мм.

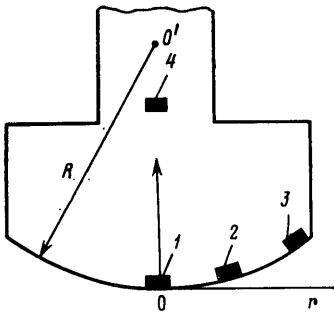
На фиг. 1 изображена модель с датчиками давления и ускорения. Вес модели с направляющей рамкой составляет 14,4 кг, радиус кривизны сферической поверхности равен  $R = 110$  мм. На поверхности модели расположено три пьезоэлектрических датчика давления. Диаметр чувствительного элемента датчиков составляет 10 мм, расстояния центров датчиков от оси модели соответственно равны:  $r_1' = r_1/R = 0$ ,  $r_2' = r_2/R = 0,309$ ,  $r_3' = r_3/R = 0,654$ . Регистрация сигналов давления и ускорения модели производилась двухлучевым электронным осциллографом. Численные значения давлений, ускорение модели и время определялись из осциллограмм (фиг. 2) и приводились к безразмерному виду по формулам

$$\pi_k = \frac{\Delta p_k}{\rho_0 v_0 a_0 (1 + 2M)}, \quad F = \frac{m w}{\rho_0 v_0 a_0 S (1 + 2M)}, \quad \tau = \frac{a_0 t}{R}$$

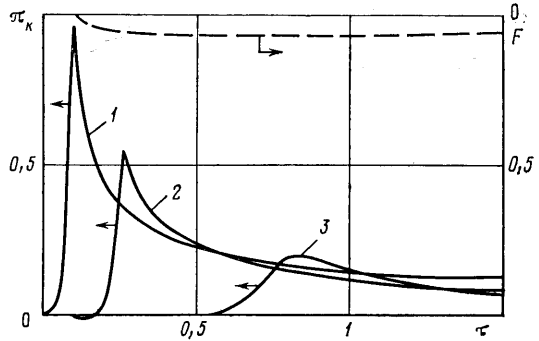
где  $\Delta p_k = p_k - p_0$  — избыточное давление  $k$ -го датчика ( $k = 1, 2, 3$ ),  $m$  — масса модели,  $w$  — ускорение модели,  $R$  — радиус кривизны сферической поверхности,  $S = \pi R^2$ . При

определения давления использовались пьезокристаллические датчики из титаната бария. Погрешность измерения давления по результатам тарировки находится в пределах  $\pm 10\%$ .

**2. Обсуждение экспериментальных результатов.** Приведем экспериментальные результаты по определению давления на поверхности сферического сегмента. Схематичное изображение записи давления в точках 1—3 приведено на фиг. 2. Зависимость давления от времени в центре сегмента (т. 1) показывает, что в начальной стадии погружения на формирование давления заметное влияние оказывает наличие атмосферы. Следствием этого является плавное нарастание давления в начале погружения. В ряде экспериментов влияние атмосферы можно заметить также в окрестности



Фиг. 1



Фиг. 2

второго датчика (т. 2): истечение воздуха из зазора между поверхностью сегмента и свободной поверхностью жидкости приводит вначале к незначительному понижению давления по отношению к атмосферному, а затем уже происходит быстрый рост давления до значения  $p_2^{\max}$ . Влияние атмосферы на запись давления в точке 3 не обнаружено. Время нарастания сигнала давления в этом случае в основном связано с постепенностью входа рабочей поверхности датчика в контакт с жидкостью (измеренное в эксперименте время нарастания давления от нуля до максимума составляет приблизительно 80—85% времени  $t$  погружения датчика под невозмущенный уровень свободной поверхности:  $t = d \sin \varphi / v_0$ , где  $d$  — диаметр датчика,  $\varphi$  — угол плоскости датчика с невозмущенным уровнем свободной поверхности).

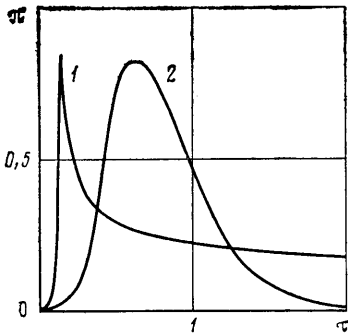
На фиг. 2 наряду с осциллограммами давления в точках 1—3 сферического сегмента пунктиром приведена зависимость от времени действующей на сегмент безразмерной силы  $F$ . Сравнение показывает, что при проникании в жидкость тяжелого сферического сегмента наличие острого пика давления в центре в начальной стадии погружения практически не влияет на величину ударной силы (ускорение в области пика очень мало).

На фиг. 3 сравниваются осциллограммы записи давления от времени в центре сферического сегмента (1) и диска (2) при числе Маха  $M = 0,2$ . Из графиков видно, что как в центре диска, так и в центре сферического сегмента в начальной стадии погружения имеет место плавное нарастание давления, т.е. взаимодействие с жидкостью начинается через атмосферу до касания свободной поверхности. Величина максимального давления в центре сферического сегмента, так же как и в центре диска, имеет порядок  $p_{\max} \sim \rho_0 v_0 a_0$ . В остальном зависимости существенным образом различаются.

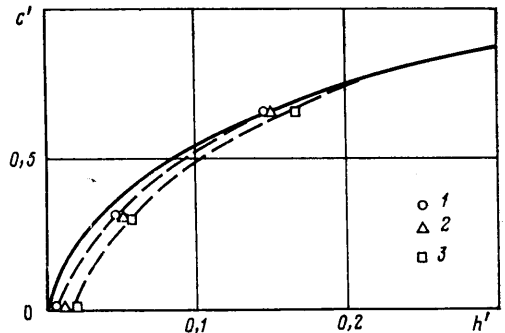
На диске рост давления в центре сопровождается одновременным ростом давления на всей его поверхности, причем градиенты давления не очень велики. После достижения максимума со стороны кромок диска со скоростью звука  $a_0$  идет процесс разгрузки через свободную поверхность

жидкости, где давление атмосферное. Это определяет как характер убывания давления, так и время разгрузки  $t_p \sim R/a_0$ .

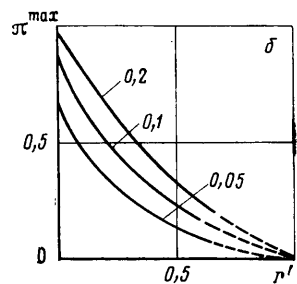
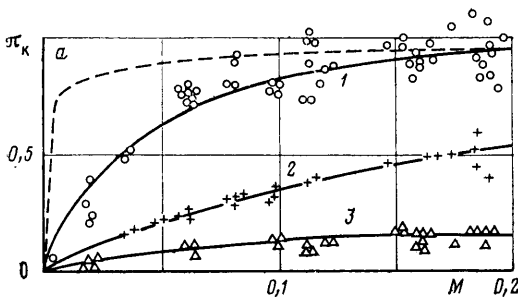
В отличие от диска взаимодействие сферического сегмента с жидкостью начинается с окрестности центральной точки сегмента, которая в течение короткого промежутка времени быстро расширяется. Вслед за быстрым ростом давления в центре до величины порядка  $p \sim \rho_0 v_0 a_0$  происходит резкое его падение. С увеличением радиуса смоченной поверхности скорость ее расширения уменьшается, а давление в центре падает. В отличие от диска разгрузка на сферическом сегменте идет до уровня давления на границе смоченной поверхности, которое не равно атмосферному и зависит от скорости расширения смоченной поверхности и угла



Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4

встречи сегмента с жидкостью. Разгрузка до уровня атмосферного давления начинается только после смачивания всей поверхности сегмента. Этим объясняется более медленное по сравнению с диском понижение давления в центре сферического сегмента.

На фиг. 4, а приведены зависимости максимальных значений давления в точках 1—3 от числа Маха. Зависимость 1 показывает, что влияние атмосферы на величину максимального давления в центре сегмента очень существенно: при отсутствии атмосферы максимальное давление было бы равно  $p_1^{\max} = \rho_0 v_0 a_0 (1 + 2M)$ , причем при малых числах Маха с уменьшением  $M$  падение давления в центре сферического сегмента значительно больше, чем падение удельного давления на диске при плоском ударе о сжимаемую жидкость (штрихованная линия) [7]. Однако вклад этих пиковых давлений в величину силы, как уже отмечалось выше, пренебрежимо мал. Зависимости (2), (3) лежат существенно ниже кривой 1. Максимальные давления в точках 2, 3 зависят как от угла встречи поверхности сегмента с жидкостью в окрестности датчика, так и от скорости расширения смоченной поверхности. Результаты, изображенные на фиг. 4, а, могут быть представлены также в виде зависимости максимального давления от радиуса  $\pi^{\max}(r/R, M)$  для различных чисел Маха (фиг. 4, б).

На фиг. 5 приведена зависимость радиуса смоченной поверхности сегмента  $c' = c/R$  от глубины погружения  $h' = h/R$ . При отсутствии атмосферы для  $c' \ll 1$  эту кривую приближенно можно представить в виде [3]

$$c' = \sqrt{1,5(1 - (1 - h')^2)}, \quad h' = v_0 t / R \quad (2.1)$$

где  $t$  — время, отсчитываемое от момента касания сегмента с поверхностью жидкости (сплошная линия).

В эксперименте отсчет времени ведется с начала силового взаимодействия сферического сегмента с жидкостью, а момент касания сегмента с поверхностью жидкости практически совпадает с наступлением максимума давления в точке 1  $\tau_1^{\max}$ . Поэтому, если размеры датчиков невелики, а передний фронт давления достаточно крутой, в момент наступления максимума давления  $k$ -го датчика  $\tau_k^{\max}$  величина  $h'$  равна  $h_k' = M \tau_k^{\max}$  а радиус смоченной поверхности  $c_k'$  будет составлять  $c_k' = r_k'$  ( $r_1' = 0$ ;  $r_2' = 0,309$ ;  $r_3' = 0,654$ ). На фиг. 5 экспериментальные значения величины  $c'(h')$  для чисел Маха 0,05; 0,1; 0,2 приведены соответственно точками 1—3 (штриховыми линиями для  $M = 0,05$  и 0,2 приведены результаты обработки экспериментов методом наименьших квадратов). Ввиду того что взаимодействие сегмента с жидкостью начинается до его выхода на невозмущенный уровень свободной поверхности, параметр  $h' = v_0 t / R$  в данном случае надо рассматривать как безразмерное время.

**3. Распределение давления на поверхности сферического сегмента.** Описание распределения давления как функции радиуса и времени  $\pi(M, r/R, \tau)$  является задачей чрезвычайно сложной как ввиду волнового характера процесса распространения давления, так и из-за довольно сложной (вследствие подъема свободной поверхности и наличия атмосферы) зависимости величины смоченной поверхности от времени.

Для приближенного описания зависимости  $\pi(M, r/R, \tau)$  за начало отсчета времени  $\tau$  возьмем момент выхода нижней точки сферического сегмента на невозмущенный уровень свободной поверхности и предположим, что в центре сегмента давление мгновенно принимает свое максимальное значение:  $\pi(M, 0, 0) = \pi_1^{\max}(M)$ . В произвольный момент времени величину смоченной поверхности  $c' = c'(\tau)$  определяем по формуле (2.1). Давление на границе смоченной поверхности  $r' = c'$  полагаем равным  $\pi^{\max}(r', M)$  (фиг. 4, б). Таким образом, пока второй датчик не оказался в области взаимодействия сегмента с жидкостью ( $c' < 0,309$ ), давление известно лишь в центре смоченной поверхности  $\pi_1(M, \tau)$  и на ее границе  $\pi^{\max}(r', M)$ . В этом случае зависимость безразмерного давления  $\pi(M, r/R, \tau)$  на смоченной поверхности сферического сегмента можно представить в виде

$$\pi\left(M, \frac{r}{R}, \tau\right) = \pi_1(M, \tau) - \left[ \pi_1(M, \tau) - \pi^{\max}\left(\frac{r}{R}, M\right) \right] \left(\frac{r}{c}\right)^2 \quad (3.1)$$

где  $r$  — текущая координата,  $c$  — радиус смоченной поверхности сегмента в момент  $t$ .

По результатам проведенных экспериментов зависимость давления в центре сферического сегмента от безразмерного времени можно приближенно представить в виде

$$\pi_1(M, \tau) = (\pi_1^{\max}(M) - \pi_\infty) \exp(-a\tau^\lambda) + \pi_\infty, \quad \lambda = 0,84 M^{0,3}$$

$$\pi_\infty = \frac{M}{2(1+2M)}, \quad a = 2,175 + 1,25 \left( M + \frac{0,0001}{M} \right)$$

где  $\pi_1^{\max}(M)$  — максимальное значение безразмерного давления в центре сферического сегмента (фиг. 4, а).

Полученные зависимости могут быть использованы в расчетах на прочность сферических конструкций.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972, с. 26–34, 91–101.
2. *Логвинович Г. В.* Гидродинамика течений со свободными границами. Киев. Наук. думка, 1969. 215 с.
3. *Логов А. Б.* Об ударе шара о поверхность воды.— Уч. зап. ЦАГИ, 1971, т. 2, № 4, с. 22–30.
4. *Шорыгин О. П.* Погружение в жидкость тел вращения простейших форм под углом к свободной поверхности.— В сб.: Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. М.: Наука, 1973, с. 397–403.
5. *Ерошин В. А., Романенков Н. И., Серебряков И. В., Якимов Ю. Л.* Гидродинамические силы при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6, с. 44–51.
6. *Ерошин В. А.* Погружение диска в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 2, с. 142–144.
7. *Ерошин В. А., Плюснин А. В., Романенков Н. И., Созоненко Ю. А., Якимов Ю. Л.* О влиянии атмосферы на величину гидродинамических сил при плоском ударе диска о поверхность сжимаемой жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 3, с. 15–20.
8. *Поручиков В. Б.* Удар диска по поверхности идеальной сжимаемой жидкости.— ПММ, 1964, т. 28, № 4, с. 797–800.
9. *Скалак, Фейт.* Удар о поверхность сжимаемой жидкости.— Тр. амер. о-ва инж.-мех. Конструирование и технология машиностроения, 1966, т. 88, № 3, с. 97–104.
10. *Сагомонян А. Я.* Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974, с. 76–81.
11. *Григолюк Э. И., Горшков А. Г.* Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью (удар и погружение). Л.: Судостроение, 1976, с. 100–108.
12. *Кубенко В. Д.* Проникание упругих оболочек в сжимаемую жидкость. Киев: Наук. думка, 1981, с. 97–101.
13. *Дробышевский Н. И.* Проникание сферических и цилиндрических тел в идеальную сжимаемую жидкость.— В кн.: Динам. упруг. и тверд. тел, взаимодействующих с жидкостью. Тр. 4-го семинара. Томск, 15–19 сент., 1980. Томск, 1981, с. 74–84.
14. *Koehler B. R., Kettleborough C. F.* Hydrodynamic impact of a falling body upon a viscous incompressible fluid.— J. Ship. Res., 1977, v. 24, № 3, p. 165–181.
15. *Verhagen J. H. G.* The impact of a flat plate on a water surface.— J. Ship. Res., 1967, v. 11, № 4, p. 211–223.
16. *Chuang S. L.* Experiments on flatbottom slamming.— J. Ship. Res., 1966, v. 10, № 1, p. 10–17.
17. *Lewison G., Maclean W. M.* On the cushioning of water impact by entrapped air.— J. Ship. Res., 1968, v. 12, № 2, p. 116–130.

Москва

Поступила в редакцию  
27.V.1985