

то усредненная по площадке S радиуса R величина давления будет равна

$$p_c = \frac{p_0}{\pi R^2} \iint_S \cos(\omega t - kx) dS = \alpha p_0 \cos \omega t$$

$$\alpha = J_0(kR) + J_2(kR)$$

где J_0, J_2 — функции Бесселя. Поэтому на фиг. 5 среднеквадратичные пульсации давления нормированы на коэффициент α . Характерно, что интенсивность пульсаций зависит от числа Маха $M = U_0/c$, c — скорость звука в воздухе (см. фиг. 5; 1 — $M=0,022$; 2 — $M=0,044$; 3 — $M=0,09$). От скорости потока зависит также и интенсивность фоновых пульсаций на стенке r_ϕ в отсутствие цилиндра. Однако их величина, как показали измерения, мала по сравнению с пульсациями, обусловленными вихревой дорожкой. Так, фоновые среднеквадратичные пульсации давления, отнесенные к гидродинамическому напору $\beta = (p_\phi^2)^{1/2} / (1/2 \rho U_0^2)$, составляют 0,035 при $M=0,022$; 0,02 при $M=0,044$ и 0,015 при $M=0,09$.

В заключение отметим наиболее важные экспериментальные результаты. При приближении цилиндра к стенке частота пульсаций давления возрастает. Такой эффект наблюдается вплоть до $Re=10^5$. Максимальная интенсивность пульсаций на стенке наблюдается, когда цилиндр удален от нее на расстояние, равное полутора радиусам, а максимальная амплитуда пульсаций давления на стенке может достигать 20% от динамического напора.

Автор выражает признательность М. И. Рабиновичу за обсуждение результатов, П. Р. Громову и А. Б. Зобничу за помощь при проведении эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bearman P. W., Zdravkovich M. M. Flow around a circular cylinder near a plane boundary. — J. Fluid Mech., 1978, v. 89, Pt. 1, p. 33–47.
2. Анерилли, Бергамаски, Коссалтер. Исследование изменений процесса срыва вихрей с кругового цилиндра, обусловленных влиянием стенки. — Тр. амер. о-ва инж.-мех. Теорет. основы инж. расчетов, 1982, № 4, с. 189–194.
3. Chen Y. N. 60 Jahre Forschung über Karmansen wirbelsstrassen — Ein Rückblick. Schweizerische Bauzeitung. 1978, 21, № 44, p. 1079–1096.

Горький

Поступила в редакцию
25.V.1984

УДК 532.529.5

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЯДРООБРАЗОВАНИЕ В ПЕРЕОХЛАЖДЕННОМ ПАРЕ: АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

ШНЕЙДМАН В. А., ШУБЕНКО А. Л.

При описании процесса образования зародышей новой фазы в потоке переохлажденного пара традиционно предполагают применимость квазистационарного приближения, когда скорость ядрообразования определяется из стационарного решения кинетического уравнения для функции распределения зародышей по размерам. Такое приближение, однако, может оказаться неприменимым при быстром изменении температуры пара вдоль линий тока в сверхзвуковых сочлах.

Нестационарное ядрообразование впервые рассматривалось в [1]. Последующие работы сводились главным образом к аналитическому и численному изучению релаксации к стационарному распределению (см. обзор в [2]), но не была изучена ситуация, когда температура системы изменяется столь быстро, что квазистационарное решение оказывается неприменимым. В [3] численно решалось нестационарное уравнение ядрообразования в быстро расширяющемся потоке без учета обратного влияния образующихся зародышей на параметры течения.

Цель настоящей работы — аналитическое определение нестационарного потока зародышей в пространстве размеров, численное решение уравнения ядрообразования в расширяющемся объеме пара с учетом выделения тепла при росте образующихся зародышей и сравнение аналитических результатов с численными.

Уравнение нестационарного ядрообразования представим в виде [1]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = - \frac{\partial i}{\partial g}, \quad i = -D(g)n(g) \frac{\partial f}{\partial g} \frac{n}{n} \quad (1)$$

$$n(g) = N \exp \left\{ \mu \left[\frac{g}{g_*} - \frac{3}{2} \left(\frac{g}{g_*} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] \right\} \quad (2)$$

Здесь f – функция распределения зародышей по «размерам» g (в дальнейшем g будет соответствовать числу молекул), $i(g)$ – поток зародышей в пространстве размеров, D – коэффициент диффузии, n – равновесная функция распределения, взятая согласно классической теории [4], N – число молекул пара в системе, $\mu = g_* \ln S$, S – степень пересыщения. Вблизи критического размера g_* функция $n(g)$ имеет резкий минимум при шириной $\Delta = g_*^{\gamma/2}/\mu$, которая определяет характерное время релаксации к стационарному распределению $\tau = \Delta^2/D_*$, $D_* = D(g_*)$.

Уровень нестационарности процесса образования ядер определяется безразмерной величиной $\gamma\tau$, где $\gamma = -(\frac{1}{2}) \partial \mu / \partial t$, а нестационарная функция распределения имеет вид [5]

$$f(g, t) = n(g, t) \frac{\exp(\frac{1}{2}(1-x^2)) U(\frac{1}{2}(\gamma\tau+1), x\sqrt{2})}{U(\frac{1}{2}(\gamma\tau+1), -\sqrt{2})}, \quad x = \frac{g-g_*}{\Delta} \quad (3)$$

где $U(a, x)$ – функция параболического цилиндра [6]. Последнее выражение описывает как квазистационарную ($\gamma\tau \ll 1$), так и существенно нестационарную ($\gamma\tau \gtrsim 1$) ситуации. Поток зародышей в пространстве размеров, соответствующий распределению (3), определяется из (1) с учетом рекуррентных соотношений для функций $U(a, x)$,

$$i(g, t) = \frac{D_* n_*(t)}{\Delta \sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{2\pi} \exp(\frac{1}{2}(x^2+1)) U(\frac{1}{2}(\gamma\tau-1), x\sqrt{2})}{U(\frac{1}{2}(\gamma\tau+1), -\sqrt{2})} \quad (4)$$

Здесь $n_* = N \exp(-\mu/2)$ – значение равновесной функции распределения, соответствующее критическому размеру. Нетрудно проверить, что в стационарном случае $\gamma\tau=0$ значение потока (4) не зависит от размера и соответствует известной формуле Зельдовича – Френкеля $i_s = I = D_* n_*/(\Delta \sqrt{\pi})$.

Формула (4) может служить основой для определения скорости ядрообразования, которая соответствует величине потока при достаточно больших значениях размера, когда поток является чисто дрейфовым. Для умеренной нестационарности ($\gamma\tau \lesssim 1$) начальный размер образующихся зародышей может быть выбран равным $g_* + \Delta$, что позволяет определить скорость ядрообразования как величину потока (4) при $x=1$.

Выражение для скорости конденсации пара следует из условия сохранения полного числа молекул в системе

$$\frac{\partial N}{\partial t} = - \int_{t_0}^t j(t') \dot{g}(t, t') dt' \quad (5)$$

Здесь t_0 – время начала ядрообразования, $g(t, t')$ – размер зародыша, который в момент образования t' имел начальный размер G (выбор величины G в известной степени произволен, однако должен быть согласован со скоростью ядрообразования j).

Изменение температуры системы в условиях однородного расширения с учетом тепла, выделяемого при конденсации, имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{q}{C_v} \frac{\partial \ln N}{\partial t} - (k-1)T \frac{\partial \ln V}{\partial t} \quad (6)$$

Здесь q и C_v – соответственно теплота фазового перехода и теплоемкость в расчете на молекулу, k – показатель адиабаты, V – объем системы.

При численном решении уравнений (1), (2), (5), (6) принимались следующие граничные условия: $f(g_0) = n(g_0)$, $f(G) = 0$, где постоянные величины g_0 и G выбирались так, чтобы для всего рассматриваемого временного интервала выполнялись неравенства $g_0 + \Delta < g_* < G - \Delta$. Вместо континуального уравнения (1) использовался его дискретный аналог – система уравнений, приведенная в [4]. В интегральном соотношении (5) скорость ядрообразования $j(t)$ определялась как поток при $g=G$ и аппроксимировалась ступенчатой функцией, а рост зародышей предполагался изотермическим и свободномолекулярным

$$\dot{g} = D(g) (1 - \exp \{ \ln S[(g_*/g)^{\frac{1}{\gamma}} - 1] \}) \quad (7)$$

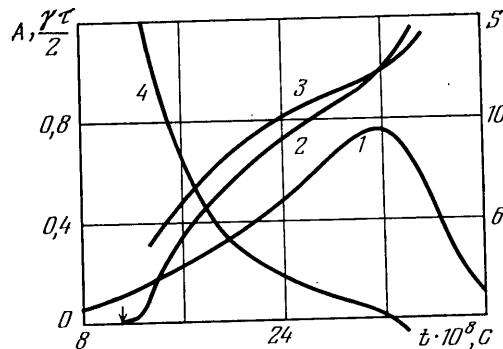
где $D = \alpha_c \beta s_g$, α_c – коэффициент конденсации, βs_g – частота соударений молекул пара с поверхностью зародыша s_g .

При расчетах значения параметров q , C_v , k и т. д. выбирались соответствующими водяному пару; начальное значение температуры – 363,2 К, пересыщения – 1,5.

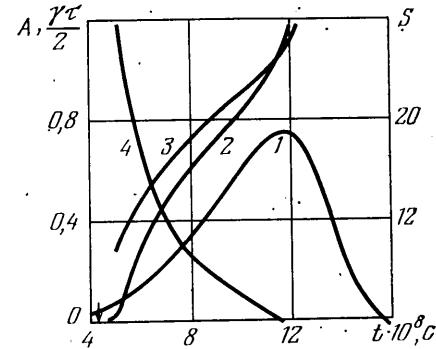
Рассматривалось однородное расширение с постоянной скоростью α : $V = V_0(1+\alpha t)$. Коэффициент конденсации α_c предполагался равным единице (результат можно также рассматривать как соответствующий меньшим значениям α и α_c при сохранении их отношения [3]). Контроль правильности численного решения проводился путем проверки его нечувствительности к изменению параметров g_0 , G , t_0 и к уменьшению вдвое временного шага.

Результаты численных расчетов для $\alpha=2,5 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ и $\alpha=10^7 \text{ с}^{-1}$ приведены соответственно на фиг. 1 и 2; момент начала ядрообразования отмечен стрелкой. Пересыщение $S(t)$ показано кривыми 1. Кривые 2 показывают отношение потока $i(g, t)$ при $g=g_*+\Delta$ к стационарному значению I . Указанная величина A близка к единице лишь в окрестности максимума пересыщения, когда выделяемое при конденсации тепло практически компенсирует адиабатическое охлаждение и процесс действительно является квазистационарным.

Кривые 3 показывают это же отношение $i(g_*+\Delta)/I$, вычисленное по аналитическому решению (3) при соответствующем значении $\gamma\tau$ (кривые 4). Сравнение



Фиг. 1



Фиг. 2

кривых 2 и 3 показывает правильный характер полученного решения; отличие связано главным образом с некоторой завышенностю при $\gamma\tau>0$ граничного условия $f(g_*-\Delta)=n(g_*-\Delta)$, использованного в [5] при выводе выражения для функции распределения.

Аналогичные расчеты, в которых скорость ядрообразования определялась по аналитическому решению (4), дают практически ту же зависимость пересыщения от времени, что и «точное» решение. Это позволяет использовать традиционные методы описания ядрообразования даже в тех случаях, когда квазистационарное решение оказывается неприменимым; эффекты, связанные с нестационарностью процесса, учитываются в виде поправочного множителя к стационарной скорости ядрообразования.

Таким образом, при описании процесса ядрообразования можно, не решая скопомса о применимости квазистационарного приближения, для определения скорости ядрообразования использовать выражение для потока зародышей (4), спрощенное практически при произвольном уровне нестационарности; при слабой нестационарности из (4) следует известное квазистационарное выражение Зельдовича – Френкеля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории образования новой фазы. Кавитация.– ЖЭТФ, 1942, т. 12, № 11–12, с. 525–538.
2. Abraham F. F. Homogeneous nucleation theory. N. Y.: Acad. Press, 1974, 263 с.
3. Давыдов Л. М., Пирумов У. Г. Расчет скорости нестационарного образования ядер конденсации в перенасыщенном паре.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1, с. 173–175.
4. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкости.– Л.: Изд-во АН СССР, 1959, т. 3, 460 с.
5. Шубенко А. Л., Шнейдман В. А. Нестационарное ядрообразование при быстром изменении термодинамических параметров исходной фазы.– Докл. АН УССР. Сер. А, 1984, № 8, с. 70–73.
6. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979, 832 с.

Харьков

Поступила в редакцию
26.IV.1985