

УДК 533.6.011.8

НЕРАВНОВЕСНАЯ ГОМОГЕННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ В ВОЛНАХ РАЗРЕЖЕНИЯ

ИТКИН А. Л., ПИРУМОВ У. Г., РОЗОВСКИЙ П. В.

Представлены результаты численных расчетов расширения конденсирующегося пара в вакуум и в сверхзвуковом коническом сопле. Проведено сравнение с теорией определяющих параметров процесса неравновесной гомогенной конденсации. Доказано, что равенство определяющих параметров обеспечивает единство протекающих таких процессов в различных устройствах. Исследовалось также влияние нестационарности нуклеации на величину максимального переохлаждения. Все расчеты проводились для паров воды и азота.

1. Рассмотрим процесс расширения в вакуум первоначально заключенного в сферическую оболочку и покоящегося пара. В момент времени $t=0$ оболочка убирается и пар начинает расширяться. При этом образуется нестационарная сферически-симметричная волна разрежения, распространяющаяся от границы пар — вакуум к центру шара. В этой волне происходит переохлаждение пара, и он неравновесно конденсируется.

Будем считать, что течение обладает сферической симметрией, т. е. все параметры в некоторой точке зависят только от времени t и от расстояния r этой точки до центра шара.

Так как масса смеси газа и конденсата остается все время постоянной, то расчет исследуемого течения удобно проводить в переменных Лагранжа, что позволяет при вычислении массовой доли не выделять траектории частиц пара.

Запишем уравнения одномерного сферически-симметричного нестационарного течения смеси невязкого нетеплопроводного газа и конденсата в переменных Лагранжа (t, s) , где s — масса смеси, заключенная в телесном угле в 1 стерадиан. Имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial (r^2 u)}{\partial s}, \quad s = \int_0^r \rho(y, t) y^2 dy$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -r^2 \frac{\partial P}{\partial s} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -P \frac{\partial (r^2 u)}{\partial s} \quad \frac{\partial q}{\partial t} = f(P, T, q) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = u \quad (1.2)$$

Здесь (1.1) — уравнение неразрывности, сохранения импульса, энергии и кинетики конденсации, а (1.2) — уравнение траектории движения смеси пара и конденсата. Эта система замыкается калорическим и термическим уравнениями состояния смеси, которые для идеального газа с постоянной теплоемкостью записываются в виде

$$\varepsilon = C_v T - Lq + RTq, \quad P = \rho RT(1 - q) \quad (1.3)$$

Здесь u — скорость, P — давление, T — температура пара, ρ и ε — плотность и внутренняя энергия смеси, q — массовая доля конденсата, L —

удельная теплота парообразования, R — газовая постоянная, C_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

При выводе системы уравнений (1.1)–(1.3) использовалась односкоростная однотемпературная модель течения, а давлением и объемом конденсата пренебрегалось.

Для численного решения системы (1.1)–(1.3) использовалась полностью консервативная разностная схема [4]. В рассматриваемой области $\{0 \leq s \leq M, t \geq 0\}$, где M — масса газового шара, отнесенная к телесному углу в 1 стерадиан, вводилась неравномерная сетка

$$\{(s_i, t_j), (s_{i+1/2}, t_j); s_{i+1} = s_i + h_i, s_{i+1/2} = s_i + h_i/2, \\ t_{j+1} = t_j + \tau_j, i=0, \dots, k-1; j=0, 1, 2, \dots; s_0=0, t_0=0\}$$

Здесь k — количество расчетных точек по s , а h и τ — шаги сетки по s и по t . К целым узлам сетки (s_i, t_j) относятся сеточные функции радиуса r_i^j и скорости u_i^j , к полуцелым $(s_{i+1/2}, t_j)$ — давления $P_{i+1/2}^j$, плотности $\rho_{i+1/2}^j$, температуры $T_{i+1/2}^j$, массовой доли конденсата $q_{i+1/2}^j$ и внутренней энергии $\varepsilon_{i+1/2}^j$

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_{i+1/2}^{j+1} - \left(\frac{1}{\rho}\right)_{i+1/2}^j = \frac{\tau_j}{2h_i} [F_{i+1}(u_{i+1}^{j+1} + u_{i+1}^j) - F_i(u_i^{j+1} + u_i^j)] \\ u_i^{j+1} - u_i^j = -F_i[(P)_{i+1/2}^j - (P)_{i-1/2}^j] \frac{2\tau_j}{h_i + h_{i-1}} \\ \varepsilon_{i+1/2}^{j+1} - \varepsilon_{i+1/2}^j = -\left(P_{i+1/2}^j \frac{\tau_j}{2h_i}\right) [F_{i+1}(u_{i+1}^{j+1} + u_{i+1}^j) - F_i(u_i^{j+1} + u_i^j)] \\ q_{i+1/2}^{j+1} - q_{i+1/2}^j = 1/2 \tau_j (f_{i+1/2}^j + f_{i+1/2}^{j+1}) \\ (r_i^{j+1} - r_i^j) / \tau_j = (u_i^j + u_i^{j+1}) / 2 \\ \varepsilon_{i+1/2}^{j+1} = C_v T_{i+1/2}^{j+1} - L q_{i+1/2}^{j+1} + R T_{i+1/2}^{j+1} q_{i+1/2}^{j+1} \\ P_{i+1/2}^{j+1} = \rho_{i+1/2}^{j+1} R T_{i+1/2}^{j+1} (1 - q_{i+1/2}^{j+1}) \\ F_i = 1/2 [(r_i^{j+1})^2 + r_i^{j+1} r_i^j + (r_i^j)^2]$$

(1.4)

Значения функции f_i в уравнении кинетики конденсации вычислялись по алгоритму [2]. Такая схема имеет второй порядок точности по координате и первый по времени. Выбор схемы первого порядка точности по времени обусловлен тем, что в задачах, связанных с изучением кинетики конденсации, шаг разностной сетки определяется временем релаксации, которое много меньше характерного газодинамического времени.

На границах рассматриваемой области в каждый момент времени t задавались условия

$$r_1 = u_1 = 0 \quad (1.5)$$

$$u_k = 2a_0 / (\gamma - 1), \quad r_k = r_0 + 2a_0 t / (\gamma - 1) \quad (1.6)$$

Здесь a_0 — скорость звука, соответствующая параметрам смеси в начальный момент времени, γ — показатель адиабаты, r_0 — начальный радиус шара. Условие (1.5) соответствует неподвижности центра шара, а (1.6) следует из того, что граница пар — вакуум движется с максимальной скоростью истечения.

В начальный момент времени газ был неподвижен при давлении P_0 и температуре T_0 , а конденсат отсутствовал.

2. Результаты решения описанной выше нестационарной задачи сравнивались с результатами расчета квазиодномерного стационарного тече-

ния конденсирующегося пара в коническом сверхзвуковом сопле при той же кинетике конденсации [3, 4]. Система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих квазиодномерное стационарное течение, решалась с использованием неявной разностной схемы первого порядка точности.

В качестве рабочего тела при расчетах использовались пары воды и азота. Зависимости поверхностного натяжения σ , плотности жидкости ρ_l и давления насыщенных паров P_∞ этих веществ от температуры задавались формулами

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 T, \quad \rho_l = \rho_{l1} + \rho_{l2} T, \quad P_\infty = P_1 \exp(a - bT^{-1}) \quad (2.1)$$

Коэффициенты, используемые в (2.1), приведены в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты	H ₂ O	N ₂
σ_1 , Н/м	0,128	0,02514
σ_2 , Н/(м·К)	-0,019	-0,22·10 ⁻³
ρ_{l1} , кг/м ³	1100,0	808,4
ρ_{l2} , кг/(м ³ ·К)	-0,4	0,0
P_1 , Па	10	10 ⁵
a	28,26	9,3996
b , К	5338	723,47

Опишем теперь процедуру задания начальных данных. Как следует из [5, 6], для того чтобы на $P - T$ -диаграмме кривые, изображающие изменение давления и температуры в процессе течения газа с конденсацией, совпадали, необходимо равенство определяющих параметров T_s и \dot{T} . Здесь T_s — температура пара в точке росы, а \dot{T} — средняя скорость охлаждения от точки росы до точки Вильсона. Заметим, что в соответствии со сделанным выше предположением $\gamma = \text{const}$ в рассматриваемых течениях выход системы пар — конденсат из состояния равновесия происходит адиабатически.

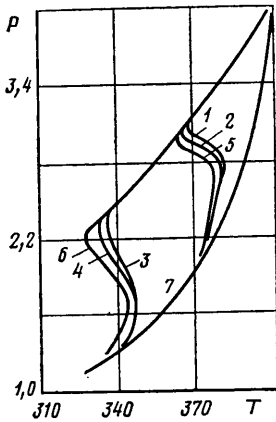
Будем считать, что в начальный момент времени внутри шаровой оболочки находится насыщенный пар, т. е. $P_0 = P_\infty(T_0)$, а начальный радиус шара r_0 задан. Решая систему (1.4) с этими начальными данными, определим изменение параметров пара вдоль траекторией частиц (кривая 2 на фиг. 1). Найдем теперь среднюю скорость охлаждения вдоль кривой 2 на участке от точки росы до точки Вильсона по формуле $\dot{T} = (T_s - T_k)/t_k$, где $T_s = T_0$, T_k — температура газа в точке Вильсона, а t_k — время, за которое температура пара меняется от T_s до T_k вдоль кривой 2. Теперь необходимо определить параметры сверхзвукового конического сопла, в котором реализуется конденсация пара с такими же значениями T_s и \dot{T} . Заметим, что в случае конических сопел с малым углом полуоткрытия величина \dot{T} слабо меняется на участке от точки росы до точки Вильсона [7]. Зададим теперь угол полуотворота сопла ϕ и число Маха $M > 1$ и определим радиус сечения d сопла, в котором достигаются параметры насыщения пара по формуле [3]

$$d = (\gamma - 1) T_s M^3 v \operatorname{tg} \phi \sqrt{\gamma R T_s} / (M^2 - 1) |\dot{T}| \quad (2.2)$$

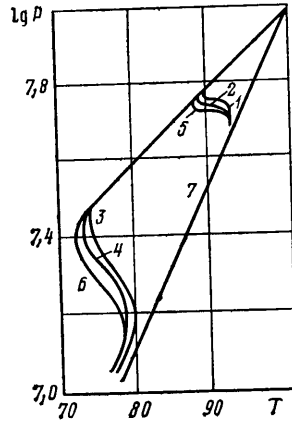
где $v = 1$ для плоского случая и $v = 2$ для осесимметричного. Это сечение и выбирается в качестве начального. В этом сечении пар имеет температуру $T_s = T_0$ и скорость охлаждения \dot{T} .

Результаты расчета конденсации пара в таком сопле представлены кривыми 1, 2 на фиг. 1. Во всех описываемых ниже расчетах использовалось плоское сопло шириной 0,014 м с углом полуотворота 5° и числом Маха в точке насыщения, равным 2. Температура насыщения была равна 400 К для H₂O и 100 К для N₂. В табл. 2 представлены рассчитанные зна-

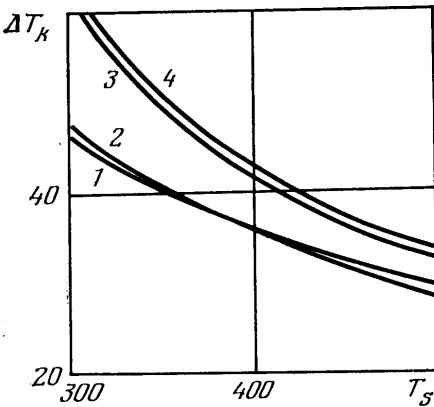
чения максимального переохлаждения ΔT_k , К, среднего размера частиц r_m , Å, и концентраций частиц конденсата N , m^{-3} паров воды в точке Вильсона при $T_s=400$ К и двух различных значениях \dot{T} . Первая строка табл. 2 соответствует $\dot{T}=10^6$ К/с, что реализовывалось при $r_0=8000$ м или $d=0,0153$ м, а вторая — $\dot{T}=10^9$ К/с, $r_0=0,065$ м, $d=10^{-6}$ м. Результаты этих же расчетов приведены на фиг. 1. Здесь кривые 1 и 2 отвечают конденсации водяного пара в сверхзвуковом сопле, а 3 и 4 — в нестационарной волне разрежения, кривая 7 — равновесию пара и жидкости, температура T



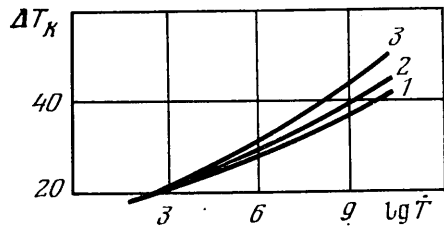
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

приведена в К, давление P — в МПа. Было проведено две серии таких расчетов, которые различались значениями \dot{T} . При этом кривые 1 и 3 соответствуют первой строке табл. 2, а 2 и 4 — второй. Видно, что при равенстве определяющих параметров T_s и \dot{T} процесс конденсации происходит одинаково. Аналогичные расчеты, проведенные для паров азота, представлены на фиг. 2. Здесь обозначения те же, что и на фиг. 1, однако давление P измеряется в Па, а кривые 2 и 4 соответствуют $\dot{T}=10^8$ К/с. Равенство определяющих параметров обеспечивает одинаковый характер протекания неравновесной конденсации.

Таким образом, разнообразные теоретические и экспериментальные данные по неравновесной гомогенной конденсации паров необходимо представлять в зависимости от определяющих параметров. Такое представление обеспечивает возможность сравнения данных, полученных в различных устройствах. Поскольку вид таких зависимостей для конкретного

вещества является достаточно общим, то за счет этого можно существенно уменьшить число необходимых экспериментов.

На фиг. 3 и 4 представлены зависимости максимального переохлаждения ΔT_k от T_s и T для водяного пара (обозначения те же, что и на фиг. 1). Видно, что согласие результатов, полученных при расчетах течений с конденсацией в сверхзвуковом сопле и в нестационарной волне разрежения, наблюдается в широком диапазоне изменения определяющих параметров.

Таблица 2

Устройство	ΔT_k	$\lg r_m$	$\lg N$
Шар	25,2	2,1	12,7
Сопло	25,1	2,2	12,4
Шар	47,5	0,72	17,7
Сопло	47,1	0,73	17,7

3. На вид зависимостей $\Delta T_k(T_s, T)$, $r_m(T_s, T)$, $N(T_s, T)$ может существенно влиять выбор модели кинетики конденсации. Проиллюстрируем это на примере. При расширении газового шара в вакуум в точках, близких к внешней границе шара, реализуются большие скорости охлаждения. В этих условиях использование квазистационарной теории нуклеации может привести к существенным погрешностям в определении ΔT_k (см. кривые 5 и 6 на фиг. 1, 2, 4, полученные при расчетах расширения паров воды и азота в вакуум). В данных расчетах скорость зародышеобразования определялась по теории [8]. Как видно из фиг. 4, указанная погрешность в определении ΔT_k для паров воды может достигать 5 К. При $T < 10^6$ К/с эти различия несущественны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980. 352 с.
2. Давыдов Л. М. Исследование неравновесной конденсации в сверхзвуковых соплах и струях.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 3, с. 66–73.
3. Иткин А. Л. Исследование неравновесной гомогенной конденсации в высокоскоростных потоках. Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. М.: МАИ, 1984. 17 с.
4. Иткин А. Л. Стационарные течения с неравновесной конденсацией.— В сб.: Создание летательн. аппаратов и их двигателей. М.: МАИ, 1980, с. 18–21.
5. Иткин А. Л. Условия подобия неравновесной гомогенной конденсации различных веществ.— Ж. техн. физики, 1985, т. 55, № 3, с. 609–611.
6. Пирумов У. Г. Определяющие параметры при неравновесном течении газа с гомогенной конденсацией.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 3, с. 80–87.
7. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Течения газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978. 351 с.
8. Kantrowitz A. Nucleation in very rapid vapor expansions.— J. Chem. Phys., 1951, v. 19, № 9, p. 1097–1100.

Москва

Поступила в редакцию
18.11.1985