

УДК 533.6.011.72

О СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ, ЭКРАНИРОВАННЫХ ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

ГУВЕРНЮК С. В., САВИНОВ К. Г.

Рассматривается установившееся обтекание сверхзвуковым потоком газа лобовой части затупленных тел с учетом экранирующего влияния тонкой перфорированной поверхности, наличие которой моделируется введением дополнительного гидродинамического разрыва (активной поверхности [1, 2]).

1. Сверхзвуковой набегающий поток идеального совершенного газа предполагаем однородным с постоянными значениями скорости V , давления p , плотности ρ . Неподвижное затупленное тело W обтекается газом, просочившимся через тонкостенный перфорированный экран, который рассматриваем как поверхность разрыва S параметров невязкого течения. На поверхности S ставятся следующие граничные условия [1, 2]:

$$\begin{aligned} [\rho V_n] &= 0, \quad [\rho V_n V] = -\mathbf{n}[p] - \mathbf{P} \\ \left[V^2 + \frac{2c^2}{\gamma-1} \right] &= 0, \quad \left[\frac{p}{\rho^\gamma} \right] \geq 0, \quad \mathbf{P} = \mathbf{n}P \end{aligned} \tag{1.1}$$

где последнее условие выражает отсутствие обмена импульсом в касательном направлении между газом и тонкостенным перфорированным экраном.

Здесь \mathbf{n} — направление нормали, $V_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}$ — нормальная составляющая скорости, \mathbf{P} — нагрузка на единицу площади экрана, γ — показатель адиабаты, $c = (\gamma p / \rho)^{1/2}$ — скорость звука, квадратными скобками обозначен скачок параметров на разрыве. В дальнейшем интенсивность разрыва S характеризуется величиной $R = (\rho_1 - \rho_2) / \rho_1$, индексами 1 и 2 выделяются параметры потока непосредственно на лицевой и теневой сторонах поверхности S , M_n — число Маха, вычисленное по V_n .

Систему (1.1) необходимо дополнить соотношениями, учитывающими структуру локального течения газа через перфорацию. Из физических соображений ясно, что если экран расположен достаточно близко к поверхности тела, то $M_{1n} \ll 1$ и обтекание рассматриваемого экранированного тела будет мало отличаться от обтекания соответствующего тела W без экрана, при этом интенсивность разрыва S может быть сколь угодно мала и в качестве дополняющего систему (1.1) граничного условия можно взять известное гидравлическое соотношение $p_1 - p_2 = 1/2 \rho_1 V_{1n}^2 \zeta$, где $\zeta(\varepsilon)$ — коэффициент местного гидравлического сопротивления перфорации экрана, ε — параметр пористости, $0 < \varepsilon < 1$, $\zeta \approx (\varepsilon^{-1} - 1)^2$. Удаление экрана от поверхности тела приведет к увеличению расхода через экран и в некоторых местах может наступить запирание (переход от докритического к сверхкритическому протеканию). В этом случае параметры потока на теневой стороне разрыва S уже не могут быть связаны однозначно с параметрами потока перед экраном, а в качестве дополнитель-

ного граничного условия следует взять «одностороннее» соотношение за-
пиcания [1–3]

$$V_{1n} = c_1 M_* (\varepsilon), \quad M_* = \varepsilon \left(\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} M_*^2 \right)^{1/2(\gamma+1)/(\gamma-1)}, \quad 0 < M_* < 1$$

Обе отмеченные возможности будут учтены граничным соотношением вида $M_{1n} = f(R, \varepsilon)$, в котором непрерывная неубывающая по R функция f удовлетворяет условиям $f \approx (2R/\gamma\zeta)^{1/2}$ при $R \rightarrow 0$, а также $f = M_*$ при $R > R_*(\varepsilon)$, где значение интенсивности разрыва $R = R_*$ соответствует переходу от докритического к сверхкритическому протеканию газа через ячейки перфорации. Конкретная (неявная) зависимость f от R при $0 < R < R_*$ и величина R_* могут быть получены из известной модели ло-
кального течения газа через перфорацию по схеме «удар Борда» [1]. Однако в качестве граничного условия удобнее использовать для $f(R, \varepsilon)$ приближенное явное выражение [3]

$$f = (2R/\gamma\zeta)^{1/2} \quad (0 < R < \sqrt{2}\gamma\zeta M_*^2), \quad f = M_*(\varepsilon) \quad (R \geq \sqrt{2}\gamma\zeta M_*^2) \quad (1.2)$$

До тех пор пока протекание газа через разрыв происходит в режиме G , когда $V_{1n} < c_1$, $V_{2n} < c_2$, других дополнительных граничных соотноше-
ний не требуется, так как система (1.1), (1.2) удовлетворяет условию эволюционности разрыва [4]. Эту систему можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \rho_2 &= (1-R)\rho_1, & p_2(1-R)(1-z^2) &= p_1(1-R-z)(1-R+z) \\ (1-R)V_{2n} &= V_{1n} = c_1 f(R, \varepsilon), & \mathbf{V}_2 - \mathbf{n}V_{2n} &= \mathbf{V}_1 - \mathbf{n}V_{1n} \\ \mathbf{P} &= \mathbf{n}(p_1 - p_2) \left(1 - \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{z^2}{1+z^2-R} \right), & z &= \left(1 + \frac{2}{\gamma-1} M_n^{-2} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (1.3)$$

позволяющему при $\varepsilon = \text{const}$ однозначно определить скачок всех параметров потока на разрыве и силу воздействия газа на экран в зависимости от одного параметра R .

Дальнейшее удаление экрана S от поверхности тела W может привести к переходу на другой режим, при котором нормальная составляю-
щая скорости просочившегося через экран газа станет сверхзвуковой и потребуется увеличение числа дополнительных граничных условий. Обтекание проницаемых экранов в таком режиме Ω исследовалось в [2], начальные параметры сверхзвукового течения на теневой стороне экрана формируются независимо от наличия тела, что позволяет разделить задачи обтекания экрана и последующего обтекания тела. Здесь этот случай не рассматривается.

2. Предполагая режим G , примем следующую схему обтекания затупленного экранированного тела, которое для определенности будем считать сферой или цилиндром. В набегающем потоке перед экраном S имеется отошедшая ударная волна H (фиг. 1). В областях между H , S и S , W течения непрерывные, причем всюду на поверхности разрыва S , разделяющей эти две области, нормальная составляющая скорости потока меньше, чем местная скорость звука.

Краевая задача обтекания ставится так. Требуется найти решение уравнений Эйлера в области $ABDE$ (фиг. 1) с неизвестной границей AB , терпящее разрыв вдоль заданной линии S и удовлетворяющее следующим граничным условиям: на линии AB – соотношениям на ударной волне, на оси AE – условию симметрии, на теле ED – условию непротекания, на экране S – соотношениям (1.3) сращивания течений набегающего и

просочившегося потоков газа. Границная линия BD выбирается так, чтобы нормальная к ней составляющая скорости была больше местной скорости звука, и тогда граничные условия на BD ставить не нужно.

Для решения поставленной задачи использовался численный метод установления, основанный на схеме Бабенко – Русанова [5], в которую были внесены изменения, учитывающие наличие в расчетном поле внутренней поверхности разрыва.

Суть этих изменений заключалась в следующем. При отсутствии запирания ($0 < R < R_*(\epsilon)$, $M_{1n} < M_*$) прямая и обратная прогонки (от тела до волны и обратно) проводятся обычным образом [5] всюду, за исключением поверхности разрыва S , на которой используется взаимно однозначная зависимость (1.3) между параметрами газа на внешней и внутренней сторонах экрана. Тем самым учитывается взаимное влияние течений набегающего и просочившегося потоков газа. В случае запирания ($M_{1n} = M_*$, $R > R_*$) параметр R в (1.3) становится свободным, а течение перед экраном определяется независимо от течения за экраном на основании граничного условия $M_{1n} = M_*(\epsilon)$, как в [2], после чего однопараметрические по R соотношения (1.3) дают возможность проводить прямую и обратную прогонки между телом и экраном, определяя внутреннее течение и нагрузку на экран.

3. Ниже представлены результаты расчетов обтекания сферы и цилиндра радиуса r_w , экранированных концентрическим проницаемым экраном радиуса r_s , при $\gamma=1,4$ и числе Маха набегающего потока $M_\infty=6$. Обозначено: x, y — декартовы координаты в плоскости осевого сечения, отнесенные к r_s , $r=(x^2+y^2)^{1/2}$, θ — полярный угол, $\delta=(r_s-r_w)/r_w$ — относительное расстояние между экраном и телом, $P_s(y)=P_{\rho_\infty^{-1}V_\infty^{-2}}$ — безразмерная нагрузка на единицу площади экрана $r_s=1$, $p_w(y)=p_0^{-1}V_\infty^{-2}$ — коэффициент давления на теле $r=r_w/r_s$.

Расчеты проводились в полярной системе координат (r, θ) , разностная сетка имела 22 точки по координате r (по 11 между телом и экраном и между экраном и волной) и 21 точку по координате θ . Точность расчетов контролировалась по выполнению интеграла Бернулли, ошибка не превышала 1%.

Положение ударных волн и звуковых линий перед сферическим телом для двух значений отношения $r_w/r_s=0,7$ и $0,8$ при $\epsilon=0,18$ показано на фиг. 1. Протекание газа через экран происходило в режиме запирания, поэтому течение между ударной волной H и экраном S было одним и тем же всюду в расчетной области $0 \leq \theta \leq 1,1$. Разрыв звуковой линии $M=1$ объясняется тем, что при переходе через экран газ скачком приобретает большую скорость. Аналогичная картина обтекания реализуется перед цилиндром, отличие состоит лишь в том, что увеличивается отход ударной волны (для указанных значений параметров координата ударного фронта на оси симметрии $y=0$ составляет $x=0,099$ для сферы и $x=0,279$ для цилиндра).

Исследовался характер перехода от докритического к сверхкритическому режиму обтекания экрана. При заданном ε определялись размеры зоны $0 < \theta < \theta_*$, где имеется запирание. Зависимость $\theta = \theta_*(\delta)$ при различных ε показана на фиг. 2, сплошные линии соответствуют сферическому телу, штрихи — цилиндрическому. Значками на каждой кривой отмечена точка, в которой θ_* совпадает с угловой координатой звуковой линии $M=1$ на лицевой стороне экрана. Для каждой проницаемости имеется небольшой диапазон изменения $0 \leq \delta \leq \delta_*(\varepsilon)$, в котором запирание отсутствует всюду на экране: с ростом ε этот диапазон увеличивается. Значительная крутизна рассматриваемых кривых на начальном участке указывает на быстрое распространение зоны запирания на весь лобовой участок экрана.

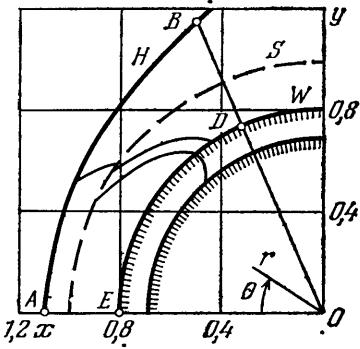
На фиг. 3 для $\epsilon=0,18$ показано распределение по угловой координате θ давления p_w на сфере (сплошные линии) и нагрузки P_s на сферическом экране (штрихи) при различных значениях отношения r_w/r_s . С удалением экрана от тела p_w снижается и выравнивается, а P_s возрастает.

Результаты расчета невязкого обтекания можно использовать для оценки тепловых потоков к телу, расположенному за проницаемым экраном

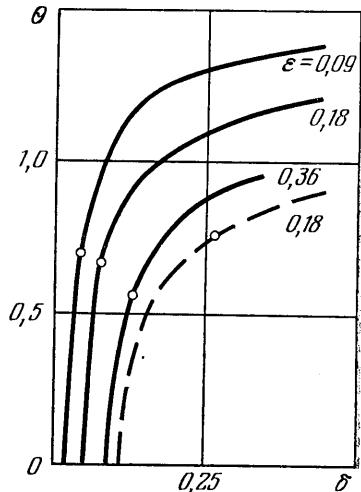
ном. С этой целью возьмем известное приближенное выражение теплового потока q в окрестности точки торможения на теле [6]

$$q = k_1 \left(1 + \frac{k_2 T_w}{T} \right) \left(\frac{\mu \rho}{\mu_w \rho_w} \right)^{1/2} (\mu_w \rho_w \beta)^{1/2} c_p (T - T_w) \text{Pr}^{-0.6}$$

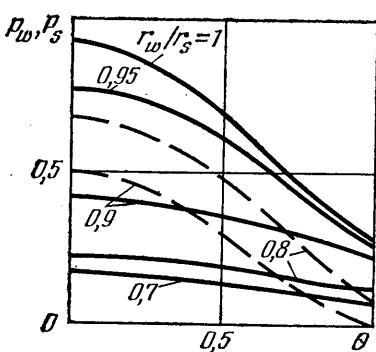
Здесь $k_1 = 0,51$ и $0,71$, $k_2 = 0,12$ и $0,08$ соответственно для плоского и осесимметричного случаев, T — температура, μ — динамический коэффициент вязкости, Pr — число Прандтля, β — градиент скорости, c_p — коэф-



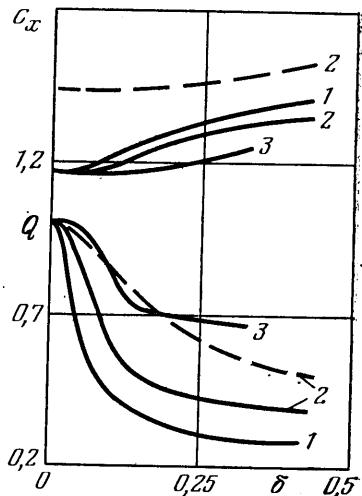
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

фициент теплоемкости газа при постоянном давлении, индекс w относится к параметрам непосредственно на теле, параметры на внешней границе пограничного слоя — без индекса.

Рассмотрим отношение теплового потока q в точке торможения на теле при наличии экрана к тепловому потоку q_0 в точке торможения на теле без экрана, считая при сравнении температуру тела T_w одинаковой в обоих случаях. После несложных преобразований с учетом уравнения состояния получаем

$$Q = q/q_0 = (p/p_0)^{1/2} (\beta/\beta_0)^{1/2} \quad (3.1)$$

Здесь p , β – давление и градиент растекания в точке торможения на теле при невязком обтекании, индексом 0 выделено их значение в случае отсутствия экрана. Расчеты показали, что основной вклад в характер изменения Q вносит первый сомножитель в формуле (3.1), причем второй сомножитель либо меньше 1, либо незначительно превышает 1 (зависимость β от δ немонотонная). Следовательно, наличие экрана может приводить к снижению теплопотоков к телу за счет необратимых потерь полного давления при протекании газа через перфорацию экрана. На фиг. 4 для различных ε построена зависимость $Q(\delta)$, полученная с использованием формулы (3.1); сплошные линии соответствуют сферическому телу, штрихи – цилинду; 1 – $\varepsilon=0,09$; 2 – $\varepsilon=0,18$; 3 – $\varepsilon=0,36$. Удаление экрана (рост δ) приводит к значительному снижению тепловых потоков, причем для каждой проницаемости есть участки, где это снижение происходит довольно быстро.

В связи с отмеченным свойством проницаемого экрана уменьшать теплопоток к телу представляет интерес оценка сопротивления экранированного тела. Был вычислен коэффициент сопротивления лобовой части $0 \leq y \leq y_0$ экранированных сферы и цилиндра соответственно

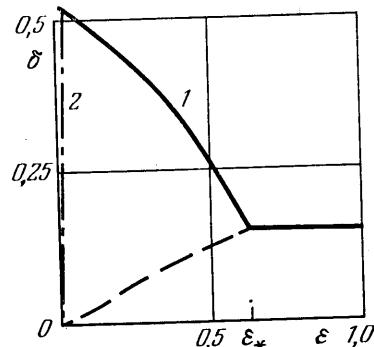
$$c_x = 4y_0^{-2} \int_0^{y_0} (p_w + P_s) y dy, \quad c_x = 2y_0^{-1} \int_0^{y_0} (p_w + P_s) dy$$

Зависимость c_x от δ при $y_0=0,8 r_w/r_s$ и различных ε показана на фиг. 4. В данном случае наличие экрана приводит к некоторому увеличению сопротивления, например при $\varepsilon=0,18$ и $\delta=0,2$ c_x сферы увеличивается на 9% (одновременно теплопоток снижается более чем вдвое).

4. Отметим ограничения, связанные с принятой постановкой задачи. Во-первых, для обеспечения возможности описания основного течения в рамках модели идеальной среды, очевидно, необходимо соблюдение условий $\Delta \ll r_w$, $\Delta_s \ll r_s$, $\Delta + \Delta_s \ll r_s - r_w$, где Δ – характерная толщина пограничного слоя на теле, Δ_s – толщина пристеночного диссипативного слоя на экране, имеющая порядок характерного линейного размера структуры перфорации экрана.

Другое ограничение определяется пределами существования предполагаемого в ходе решения задачи режима G . При γ , $M_\infty = \text{const}$ область существования режима G может быть изображена на плоскости параметров (ε, δ) (фиг. 5, $M_\infty=6$, $\gamma=1,4$, тело сферическое). При $\varepsilon > \varepsilon_*(\gamma, M_\infty)$ решение поставленной задачи оказывается докритическим вплоть до максимальных δ , при которых экран достигает фронта головной ударной волны. При $\varepsilon < \varepsilon_*$ с увеличением $\delta > 0$ происходит переход от докритического к сверхкритическому протеканию газа через экран (штрихи на фиг. 5), максимальное δ (кривая 1) здесь соответствует переходу на другой, отличный от G , режим Ω (с $M_{2n} \geq 1$ [2]). При $\varepsilon = \varepsilon_*$ максимальному δ соответствует решение с запиранием, когда фронт головной ударной волны касается экрана в точке запирания $x=1$, $y=0$ (согласно [2], при $\gamma=1,4$, $M_\infty=6$ имеем $\varepsilon_* \approx 0,634$).

Третье ограничение обусловлено требованием о возможности продолжения полученного решения для расчета обтекания экранированного тела в целом. Ясно, что при $\delta \neq 0$ и $\varepsilon \rightarrow 0$ такое продолжение невозможно из-за исчезающее малого расхода газа через лобовую часть экрана. Иско-



Фиг. 5

мое ограничение можно получить, например, обрывая экран на границе расчетной области BD (фиг. 1) и рассматривая возможность срашивания внутреннего и внешнего течений без образования возмущений, попадающих внутрь области $ABDE$. Неудовлетворяющие данному ограничению точки (ε, δ) расположены на фиг. 5 выше штрихпунктирной линии, которая построена для BD : $\theta=1,1$. Тем самым случай $\delta \neq 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ исключается.

Кривые 1–2 на фиг. 5 ограничивают область применимости рассмотренной постановки задачи об обтекании экранированных тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринь В. Т., Крайко А. Н., Миллер Л. Г. К распаду произвольного разрыва на перфорированной перегородке.— ПМТФ, 1981, № 3, с. 95–103.
2. Гувернюк С. В., Савинов К. Г., Ульянов Г. С. Сверхзвуковое обтекание затупленных перфорированных экранов.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 1, с. 143–149.
3. Гувернюк С. В., Ульянов Г. С. Обтекание сверхзвуковым потоком пластинки с перфорированной хвостовой частью.— В кн.: Парашюты и проницаемые тела. М., 1980, с. 96–106.
4. Бармин А. А., Куликовский А. Г. О разрывных решениях в механике сплошной среды.— В кн.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978, с. 70–89.
5. Бабенко К. И., Русанов В. В. Разностные методы решения пространственных задач газовой динамики.— Тр. 2-го Всесоюз. съезда по механике. Обзорные доклады. Вып. 2. М.: Наука, 1965, с. 247–262.
6. Авдеевский В. С., Галицкий Б. М., Глебов Г. А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975. 623 с.

Москва

Поступила в редакцию
12.VI.1985