

УДК 533.6.011

СИЛЬНОЕ ИСПАРЕНИЕ ЗАПОЛНИТЕЛЯ ИЗ ПОРИСТОГО ТЕЛА С ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

АБРАМОВ А. А.

Методом прямого статистического моделирования решена задача о сильном испарении вещества, заполняющего периодические прямоугольные полубесконечные каналы в пористом двумерном теле. Толщины каналов, элементов внешней поверхности тела и расстояние от нее до поверхности испарения предполагаются равными по порядку величины средней длине свободного пробега молекул. Получены граничные условия для уравнений газовой динамики в форме Эйлера, позволяющие адекватно описывать течение вне кнудсеновского слоя. Проведено исследование структуры течения в последнем в зависимости от определяющих параметров.

1. Задачи получения граничных условий при вдуве (отсосе) вещества через пористую поверхность рассматривались на основе модельных кинетических уравнений в линейном приближении в [1]. Когда нормальная составляющая среднемассовой скорости становится порядка тепловой скорости молекул, кинетическое уравнение нельзя линеаризовать и задача

становится нелинейной. Ниже рассматривается двумерная модель пористого тела с испаряющимся заполнителем. Испарение заполнителя считается сильным: $M_\infty = O(1)$, где M_∞ — число Маха, реализующееся на внешней границе кнудсеновского слоя.

Рассмотрим простейшую модель пористого тела, представляющую собой двумерную периодическую поверхность (фиг. 1). Полубесконечные поры имеют прямоугольную форму и заполнены испаряющимся материалом (стенки тела не испаряются). Предполагаются известными температура поверхности заполнителя и стенок пор T_w , коэффициент прилипания молекул на испаряющейся поверхности a_w , плотность насыщенного пара материала заполнителя n_{ev} . Размеры пор с заполнителем удовлетворяют условиям $h \sim H \sim d \sim l$, где l —

средняя длина свободного пробега молекулы, а h , H и d — длины отрезков AB , KD и BC на фиг. 1. При выполнении этих соотношений получение граничных условий для уравнений Эйлера, описывающих примыкающую к кнудсеновскому слою область внешнего течения, требует решения стационарного уравнения Больцмана с соответствующими граничными условиями [2, 3]

$$\xi_x \frac{\partial f}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y} = J(f, f) \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} f &= n_0 F_w, \quad \xi_v > 0, \quad 0 \leq x \leq h, \quad y = 0 \\ f &= n_{r_1} F_w, \quad \xi_x < 0, \quad x = h, \quad 0 \leq y \leq d \\ f &= n_{r_2} F_w, \quad \xi_v > 0, \quad h \leq x \leq H, \quad y = d \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$f(x, y, \xi_x, \xi_y, \xi_z) = f(x, y, -\xi_x, \xi_y, \xi_z), \quad x=0, y \geq 0; x=H, y \geq d \quad (1.3)$$

$$f = n_\infty (h_\infty / \pi)^{\frac{1}{2}} \exp(-h_\infty |\xi - \mathbf{u}_\infty|^2), \quad 0 \leq x \leq H, \quad y \rightarrow \infty \quad (1.4)$$

$$F_w = (h_w / \pi)^{\frac{1}{2}} \exp(-h_w \xi^2)$$

$$n_0 = a_w n_{ev} + n_{r_1}, \quad n_{r_1} = n_r(x, y)$$

$$i=1: \quad 0 \leq x \leq h, \quad y = 0$$

$$i=2: \quad x = h, \quad 0 \leq y \leq d$$

$$i=3: \quad h \leq x \leq H, \quad y = d$$

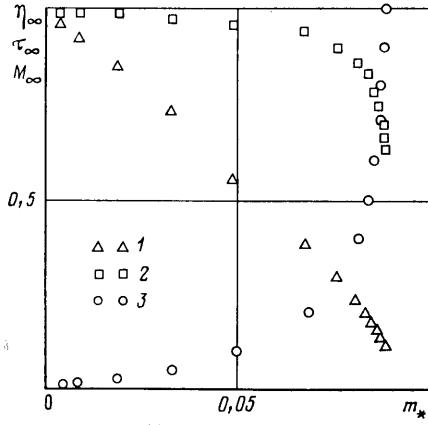
Здесь $n_r(x, y)$ — плотность молекул, отраженных поверхностью $ABCD$; $h_p = m/2kT_p$, где $p=w, \infty$, m — масса молекулы, k — постоянная Больцмана; $f=f(x, y, \xi_x, \xi_y, \xi_z)$ — функция распределения молекул по скоростям; ξ — скорость молекулы, $J(f, f)$ — интеграл столкновений. Границные условия (1.2)–(1.4) выписаны с учетом периодичности течения в кнудсеновском слое. В асимптотическое граничное условие (1.4) входят пять величин: $n_\infty, T_\infty, \mathbf{u}_\infty$. Вопрос о том сколько из них надо задавать независимо, чтобы полностью построить решение задачи (1.1)–(1.4), рассматривался в [2]. Для случая сильного испарения, когда $u_{v\infty} > 0$ ($M_\infty = O(1)$), в (1.4) необходимо задать один из трех параметров $n_\infty, T_\infty, u_{v\infty}$ или любую их комбинацию, например расход $n_\infty u_{v\infty}$; касательная составляющая вектора скорости $\mathbf{u}_\infty = 0$. При дозвуковой конденсации, когда $u_{v\infty} < 0$ ($M_\infty < 1$), независимыми являются четыре параметра: две компоненты вектора \mathbf{u}_∞ и любые две (или две их комбинации) из трех величин $n_\infty, T_\infty, u_{v\infty}$. При сверхзвуковой конденсации [4] необходимо задавать все величины, входящие в (1.4). Стационарное решение в этом случае существует для $P_\infty \geq P_*$, где P_* — некоторое критическое давление, которое определяет предельный режим сверхзвуковой конденсации, когда реализуется течение газа, состоящее из комбинации ударной волны и примыкающего к стенке кнудсеновского слоя дозвуковой конденсации.

2. Задача (1.1)–(1.4) решалась численно для модели молекул в виде твердых сфер методом прямого статистического моделирования. Пространство $ABC\bar{D}\bar{E}G$ заполнялось моделирующими течение молекулами. Внешняя и внутренняя области $KDEG$ и $ABC\bar{K}$ разбивались соответственно на $M_x \times M_y$ и $M_{ix} \times M_{iy}$ ячеек размерами $H_x = H/M_x, H_y = (L-d)/M_y$ и $H_{ix} = h/M_{ix}, H_{iy} = d/M_{iy}$. Длина L , на которой происходит «выход» макропараметров на постоянные значения, соответствующие параметрам течения на внешней границе слоя Кнудсена, определялась в процессе решения задачи. Размеры ячеек выбирались меньше средней длины свободного пробега молекул, и макропараметры в них считались постоянными.

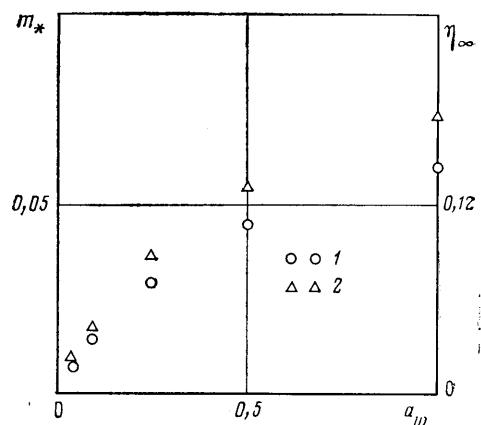
Процесс моделирования осуществляется в два этапа. На первом этапе молекулы свободно перемещаются в пространстве в течение времени Δt_h , меньшего среднего времени между их столкновениями. На втором этапе происходят столкновения молекул в ячейках по схеме [5]. При этом в каждой ячейке перебираются всевозможные пары молекул (i, j) и разыгрывается процесс их столкновения за время Δt_h с вероятностью столкновения $P_{ij} = g_{ij} \sigma(g_{ij}) \Delta t_h / V_h$, где V_h — объем рассматриваемой ячейки, g_{ij} — модуль относительной скорости сталкивающихся молекул, $\sigma(g_{ij})$ — сечение столкновения молекул. В рассматриваемом случае $\sigma = \text{const}$. Скорости молекул после столкновения находятся по формулам $\xi_i' = 0,5(\xi_i + \xi_j + g_{ij}e)$, $\xi_j' = -0,5(\xi_i + \xi_j - g_{ij}e)$, где e — случайный вектор, равномерно распределенный

по поверхности единичной сферы. Макропараметры в ячейках определяются усреднением по времени соответствующих микровеличин вдоль траекторий молекул, пересекающих рассматриваемую ячейку [6].

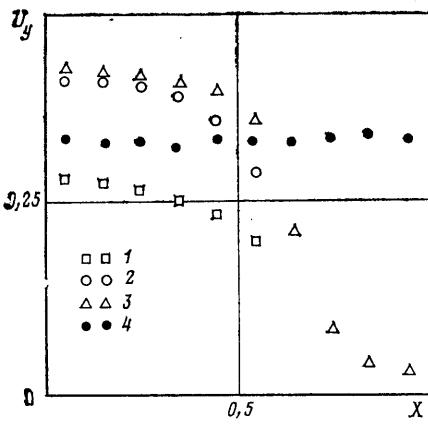
При решении использовался прием обратной задачи. Считалось, что величины n_{ev} , T_∞ , $u_{y\infty}$ заданы. Величины $\eta_\infty = n_\infty/n_{ev}$, $\tau_\infty = T_\infty/T_w$ находились из условий сохранения потоков массы и энергии, записанных на стенке $ABCD$ и линии GE . Решение задачи при таком подходе зависит от числа Маха M_∞ на внешней границе кнудсеновского слоя. В процессе вычисле-



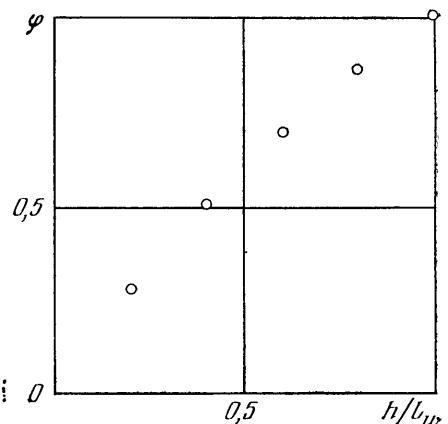
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ний число M_∞ фиксировалось, поэтому розыгрыш скоростей влетающих через GE молекул осуществлялся с фиксированной на этапе расчета функцией распределения. Это приводило к тому, что в кнудсеновский слой не приходили возмущения, связанные с процессом формирования течения в невязкой (эйлеровой) области, в которой, как известно, возмущения не затухают. В результате процесс установления течения в кнудсеновском слое, связанный с изменением величины T_w , происходил достаточно быстро, поскольку вблизи стенки отклонение от состояния равновесия максимально и характерное время установления оказывается порядка среднего времени между столкновениями.

3. Некоторые результаты численного решения поставленной задачи представлены на фиг. 2–5 и в таблице. На фиг. 2 приведены результаты расчета параметров течения на внешней границе кнудсеновского слоя: η_∞ , τ_∞ , M_∞ (точки 1, 2, 3 соответственно), в зависимости от величины безразмерного расхода испаряемого заполнителя $m_* = n_\infty u_{y\infty} / n_{ev} c_{Tw}$ при $d =$

$=2,5l_w$, $H=l_w$, $h=0,6H$, $a_w=1$. Длина свободного пробега $l_w=(\sqrt{2}n_{ev}\sigma)^{-1}$. Предельное значение безразмерного расхода m_* , реализующееся при $M_\infty=-1$ и указанных выше параметрах d , H и h , равно 0,0886. Соответствующее предельное значение m_* для случая испарения со всей поверхности $ABCD$, полученное в [2], равно 0,247.

На фиг. 3 приведены значения параметров m_* и η_∞ (точки 1 и 2) в зависимости от величины коэффициента прилипания a_w для значений H и h , указанных выше, и $d=5l_w$, $M_\infty=0,4$. В отличие от [2, 3] здесь не

d'	$h'=0,6$				$h'=0,8$			
	m_*	η_∞	m_{*p}	$\eta_{\infty p}$	m_*	η_∞	m_{*p}	$\eta_{\infty p}$
0	0,1331	0,3961	0,1331	0,3961	0,1655	0,4931	0,1655	0,4931
0,25	0,1246	0,3707	0,1246	0,3707	0,1587	0,4722	0,1587	0,4722
1,0	0,1046	0,3103	0,1046	0,3109	0,1405	0,4165	0,1413	0,4189
2,5	0,0802	0,2378	0,0792	0,2351	0,1137	0,3358	0,1159	0,3418
5,0	0,0588	0,1742	0,0564	0,1670	0,0879	0,2601	0,0891	0,2616
10,0	0,0388	0,1158	0,0358	0,1058	0,0608	0,1796	0,0610	0,1780

удалось получить формулы пересчета решения при $a_w=1$ для других значений a_w . По-видимому, это связано с существенной двумерностью: на линии CD испарение отсутствует, поэтому после выхода из поры газ испытывает сильное расширение. Заметим, что приведенные в [2] формулы пересчета при малых значениях a_w оказываются менее точными. При этом, как показали расчеты [2], с уменьшением a_w течение все более отклоняется от одномерного.

На фиг. 4 представлены результаты расчета безразмерной скорости $U_y=u_y/c_{T_w}$ в зависимости от координаты $X=x/l_w$ в различных сечениях $Y=y/l_w=\text{const}$ при следующих параметрах: $M_\infty=0,4$; $d=l_w$; $H=l_w$; $h=-0,6H$; $a_w=1$. Точки 1 соответствуют $Y=0,125$; 2 – 0,875; 3 – 1,125; 4 – 6,125. Приведенные данные показывают, что за срезом отверстия KC вследствие расширения газа профиль скорости U_y является существенно неравномерным. По мере удаления от отверстия происходит выравнивание скорости U_y по сечению $Y=\text{const}$.

На фиг. 5 приведены результаты расчета величины $\varphi=m_*(h)/m_{*1}$, где $m_{*1}=m_*$ при $h=H$, в зависимости от размера h , когда граница заполнителя AB находится на одной линии с отрезком CD ($d=0$) и $M_\infty=0,4$; $H=l_w$; $a_w=1$. Отклонение величины φ от линейного закона обусловлено неравномерностью расхода испаряемого материала вдоль AB . При этом в центральной части поверхности (вблизи точки A) испарение несколько интенсивнее, чем вблизи краев. Величина τ_∞ при этом практически не зависит от h и может считаться такой же, как при одномерном испарении с плоской поверхности при соответствующем числе Маха [7].

В таблице приведены результаты исследования влияния глубины пор d на величины m_* , η_∞ при $H=l_w$, $a_w=1$ и фиксированном числе $M_\infty=0,4$ на внешней границе кнудсеновского слоя.

Параметры m_{*p} и $\eta_{\infty p}$, указанные в таблице, для различных значений $d'=d/H$ и $h'=h/H$, рассчитывались по формулам

$$m_{*p}(d)=m_*|_{d=0}(1+d/d_m)^{-1} \quad (3.1)$$

$$\eta_{\infty p}(d)=\eta_\infty|_{d=0}(1+d/d_\eta)^{-1}$$

где d_m , d_η – параметры, зависящие от H , h , M_∞ и a_w . Формулы пересчета (3.1) получены из качественных соображений, основанных на том, что при $d \gg h$ параметры газа на внешней границе кнудсеновского слоя должны определяться в основном течением газа в длинном канале. Кон-

станты d_m и d_n , входящие в (3.1), находились из условия совпадения параметров m_{*p} и $\eta_{\infty p}$ с соответствующими величинами m_* и η_∞ , рассчитанными при $d=0,25 l_w$. При $h'=0,6$ и $0,8$ получено соответственно $d_m=-3,677 l_w$, $d_n=3,645 l_w$ и $d_m=5,835 l_w$, $d_n=5,648 l_w$. Величина τ_∞ слабо зависит от d и ее приближенно можно считать постоянной, такой же как для плоской поверхности испарения при соответствующем числе M_∞ .

В заключение выражаю благодарность В. С. Галкину и Н. К. Макашеву за обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлюкевич Н. В., Горелик Г. Е., Левданский В. В., Лейцина В. Г., Рудин Г. И. Физическая кинетика и процессы переноса при фазовых превращениях. Минск: Наука и техника, 1980. 208 с.
2. Абрамов А. А. Сильное испарение газа с двумерной периодической поверхности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 2, с. 132–139.
3. Коган М. Н., Макашев Н. К. О роли слоя Кнудсена в теории гетерогенных реакций и в течениях с реакциями на поверхности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 6, с. 3–11.
4. Абрамов А. А., Коган М. Н. О режиме сверхзвуковой конденсации газа.— Докл. АН СССР, 1984, т. 278, № 5, с. 1078–1081.
5. Белоцерковский О. М., Яницкий В. Е. Статистический метод частиц в ячейках для решения задач динамики разреженного газа.— Ж. вычисл. матем. и матем. физики, 1975, т. 15, № 5, с. 1195–1208.
6. Абрамов А. А. О вычислении макропараметров в методе прямого статистического моделирования Монте-Карло.— Докл. АН СССР, 1983, т. 271, № 2, с. 315–318.
7. Абрамов А. А. Решение задачи о сильном испарении одноатомного газа методом Монте-Карло.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 1, с. 185–188.

Москва

Поступила в редакцию
14.I.1985