

УДК 532.72+536.421

**АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОМЕРЗАНИЯ
ТОНКОДИСПЕРСНЫХ ГРУНТОВ С УЧЕТОМ МИГРАЦИИ ВЛАГИ
В ТАЛОЙ И МЕРЗЛОЙ ЗОНАХ**

ЯНИЦКИЙ П. А.

Теплообмен в промерзающих-оттаивающих грунтах сопровождается различными процессами, среди которых следует выделить фазовый переход влаги и массоперенос как в талой, так и в мерзлой зонах. Следствием их является образование ледяных шлиров и связанный с этим процесс пучения. При разработке методов расчета миграции влаги предполагалось (см., например, [1, 2]), что массоперенос происходит лишь в талой части грунта и осуществляется преимущественно в жидкой фазе за счет диффузионно-пленочного механизма. Считалось, что фазовое превращение воды в лед целиком происходит на границе раздела фаз (постановка Стебана), при этом на ней задаются дополнительные условия для функции влажности.

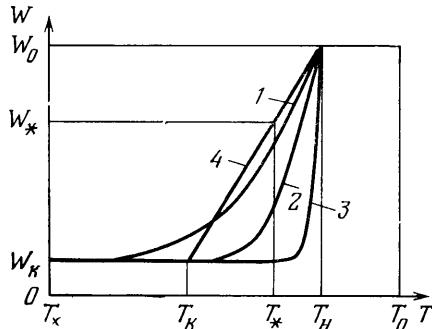
Не все из указанных допущений обоснованы. В частности, при промерзании влажных пород существенным фактором является интенсивное перераспределение влаги в мерзлой зоне [3, 4]. Последнее наблюдается также при оттаивании дисперсных пород и в мерзлых образцах, которые находятся под воздействием градиента температуры. В [5, 7] было осуществлено моделирование указанных явлений на основе единой математической модели, которая описывает кондуктивный перенос тепла, влагоперенос в талой и мерзлой зонах, фазовый переход влаги в диапазоне температур и кинетические релаксационные эффекты процессов кристаллизации влаги и плавления льда. Анализ решений, полученных с помощью конечно-разностного метода, показал, что предложенный способ расчета дает результаты, близкие к эксперименту. Данная статья посвящена дальнейшему изучению указанной модели.

1. Постановка задачи. Рассматривается задача об одностороннем промерзании влажного грунта с учетом фазового перехода влаги в некотором диапазоне температуры и миграции влаги в талой и промерзающей зонах. В настоящее время имеются автомодельные решения подобных задач (см., например, [8, 9]). В этих работах принимается, что содержание незамерзшей воды на подвижной границе постоянно и равно некоторому критическому значению. Противоречия, которые возникают в связи с принятием этой гипотезы, явились поводом для публикаций с их экспериментальным опровержением (см., например, [10]). В данной статье исследуется постановка задачи, в которой удалось избежать указанных ограничений. Миграционный поток влаги определяется на основе работы [3], в которой высказано предположение, что для талых неводонасыщенных пород, так же как и для мерзлых, действует один и тот же пленочный механизм влагопереноса, причем феноменологическая модель является общей для обеих зон и имеет вид $q = -k \operatorname{grad} W$, где k — коэффициент диффузии влаги, m^2/s ; W — влажность, kg/kg .

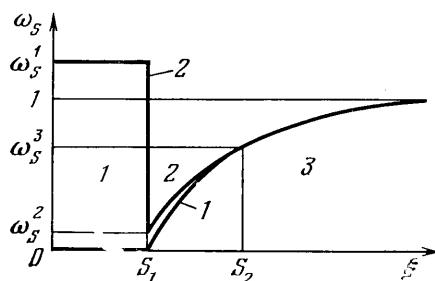
Отметим, что в дисперсных грунтах часть влаги находится в жидкоком состоянии даже при отрицательной температуре, при этом характер зависимости содержания незамерзшей воды W_h от температуры грунта T имеет вид, представленный на фиг. 1 [11]. Кривая 1 соответствует тонкодисперсным породам (глинам, суглинкам). Кривые 2 и 3 принадлежат более грубодисперсным грунтам (супесям, пескам). В дальнейшем при построении автомодельного решения используется кусочно-линейная аппроксимация зависимости $W_h(T)$. На фиг. 1 представлена аппроксимация кривой 1

кривой 4. Здесь W_0 — начальная влажность образца, W_k — влажность грунта в мерзлом состоянии, W_* — содержание незамерзшей воды при температуре T_* , T_H — температура начала фазового перехода влаги в грунте с влажностью W_0 , T_x — температура холодного торца образца, T_0 — начальная температура грунта, T_k — температура, характеризующая окончание фазового перехода влаги в грунте, первая граница промерзающей зоны, T_* — температура грунта на второй границе промерзающей зоны.

Разность $\Delta T = T_H - T_k$ определяет ширину зоны активного фазового перехода влаги (при отсутствии миграции влаги фазовый переход происходит в диапазоне $T_k < T < T_H$, в противном случае — при $T_k < T < T_*$), а следовательно, и интенсивность перераспределения влаги в промерзающей породе. Так как величина ΔT увеличивается при переходе от грубодис-



Фиг. 1



Фиг. 2

персных пород к тонкодисперсным (см. фиг. 1), миграционные эффекты у последних проявляются значительно сильнее [6]. Поток влаги, согласно указанной миграционной модели, направлен из области большего влагосодержания в область меньшего. Это приводит (см. фиг. 1) к перемещению влаги в направлении холодной границы образца.

Уравнения, описывающие тепло- и влагоперенос в промерзающих породах с учетом кинетики фазового перехода вода — лед, записываются в виде [5, 6]

$$\begin{aligned} c \frac{\partial T}{\partial t} &= \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \kappa \rho \frac{\partial L}{\partial t} \\ \frac{\partial W_*}{\partial t} &= \operatorname{div}(k \operatorname{grad} W), \quad W_s = W + L \quad (1.1) \\ \frac{\partial L}{\partial t} &= F(T, W_*, L), \quad W_* = W - W_H(T) \\ T < T_H: \quad F(T, W_*, L) &= \frac{W_*}{\tau_1}, \quad W_* > 0 \\ F(T, W_*, L) &= \frac{W_*}{\tau_2}, \quad W_* < 0, \quad L > 0 \\ F(T, W_*, L) &= 0, \quad W_* < 0, \quad L = 0 \\ T \geq T_H: \quad F(T, W_*, L) &= -\frac{L}{\tau_2} \end{aligned}$$

Здесь c — теплоемкость грунта, W_s — суммарная влажность, L — льдистость, t — время, T — температура грунта, κ — открытая теплота фазового перехода вода — лед, $W_H(T)$ — зависимость равновесного содержания незамерзшей воды от температуры (см. фиг. 1); λ — теплопроводность грунта, τ_1 , τ_2 — характерные времена кристаллизации воды и плавления льда в грунте, ρ — объемная масса скелета грунта.

Функция $F(T, W_*, L)$ характеризует положение системы грунт — вода — лед относительно своего равновесного состояния. Чтобы определить, как меняется льдистость L , необходимо рассмотреть третье уравнение системы (2.1). Первая строка в определении $F(T, W_*, L)$ описывает ситуацию, когда влажность W в грунте превышает свое равновесное значение и поэтому происходит кристаллизация избыточной влаги. При этом $\partial L / \partial t > 0$ — льдистость растет. Вторая строка соответствует случаю, когда влажность ниже равновесного значения $W_h(T)$, т. е. $W_* < 0$. При этом если в данной точке имеется лед ($L > 0$), то $\partial L / \partial t < 0$, т. е. лед тает, а влажность растет. Если же L достигает нуля, функция F определяется из третьей строчки: $F(T, W_*, L) = 0$, при этом таяние льда прекращается. Четвертая строка соответствует ситуации, когда температура грунта в данной точке достигла значения T_h , однако лед еще не успел растаять. В этом случае $\partial L / \partial t = -L / \tau_2$.

В целом с учетом того, что льдистость в начальный момент времени равна нулю и образец находится в талом состоянии, выполняется неравенство $L \geq 0$.

В том случае, когда времена релаксации τ_1, τ_2 принимаются равными нулю, сформулированная задача автомодельна. На фиг. 2 показано разбиение области промерзания на три зоны: мерзлую 1, промерзающую 2 и талую 3, которые разделяются подвижными границами S_1 и S_2 . Здесь x — пространственная переменная, W_s — суммарная влажность грунта, W_s^1 — значение суммарной влажности в мерзлой зоне, W_s^2 — значение суммарной влажности на границе S_1 со стороны промерзающей зоны, W_s^3 — значение суммарной влажности на границе S_2 .

Согласно экспериментальным данным, полученным теплометрическим способом на различных грунтах [12, 13], характерное время установления в них фазового равновесия при промерзании — оттаивании — превышает 15 мин. С другой стороны, процесс промерзания дисперсных пород даже в лабораторных условиях (например, при длине образца 15–20 см) исчисляется десятками часов. Поэтому при исследовании подобных процессов возможно допущение о их равновесии, т. е. $\tau_1 = \tau_2 = 0$. При этом в одномерном случае уравнения (1.1) записываются в зонах 1–3 следующим образом:

$$0 < x < S_1(t) :$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad a_1 = \frac{\lambda_1}{c_1}, \quad W_1 = W_k \quad (1.2)$$

$$S_1(t) < x < S_2(t) :$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}, \quad a_2 = \frac{\lambda_2 + k_2 \kappa \rho \delta}{c_2 + \kappa \rho \delta}, \quad W_2 = \delta(T_2 - T_k) + W_k \quad (1.3)$$

$$S_2(t) < x < \infty :$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial t} = a_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2}, \quad a_3 = \frac{\lambda_3}{c_3}, \quad \frac{\partial W_3}{\partial t} = k_3 \frac{\partial^2 W_3}{\partial x^2} \quad (1.4)$$

$$\delta = \frac{\Delta W}{\Delta T}, \quad \Delta T = T_h - T_k, \quad \Delta W = W_0 - W_k$$

Следует отметить, что при определенных соотношениях между внутренними и внешними параметрами задачи вторая зона исчезает, при этом первая и третья приходят в непосредственный контакт друг с другом. В дальнейшем, если нет специальной оговорки, считается, что существуют все три зоны.

На подвижных границах $S_1(t), S_2(t)$ задаются условия непрерывности функций температуры и влажности, а также сохранения балансов тепла и влаги [2].

$$x=S_1(t): \quad T_1=T_2=T_h, \quad W_2=W_h \quad (1.5)$$

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right]_1 + \kappa \rho \left[k \frac{\partial W}{\partial x} \right]_1 = 0 \quad (1.6)$$

$$v_1 [W_s]_1 + \left[k \frac{\partial W}{\partial x} \right]_1 = 0, \quad v_1 = \frac{dS_1(t)}{dt} \quad (1.7)$$

$$x=S_2(t): \quad T_2=T_3=T_*, \quad W_2=W_H(T_*)=W_3 \quad (1.8)$$

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right]_2 + \kappa \rho \left[k \frac{\partial W}{\partial x} \right]_2 = 0 \quad (1.9)$$

$$v_2 [W_s]_2 + \left[k \frac{\partial W}{\partial x} \right]_2 = 0, \quad v_2 = \frac{dS_2(t)}{dt} \quad (1.10)$$

Здесь $[A]_i$ – разность значений величины A перед i -й границей и за неё; v_i – скорость перемещения i -й границы; $i=1, 2$. На второй границе предполагаем непрерывность потоков влаги, при этом условия (1.9), (1.10) распадаются на

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right]_2 = 0, \quad \left[k \frac{\partial W}{\partial x} \right]_2 = 0 \quad (1.11)$$

при этом, принимая $v_2 > 0$, из (1.10) определяем, что скачок суммарной влажности на второй границе равен нулю, $[W_s]_2 = 0$. Задача (1.2)–(1.11) замыкается начальными и краевыми условиями

$$t=0: \quad T=T_0, \quad W=W_0, \quad x=0: \quad T=T_x, \quad x=\infty: \quad T=T_0, \quad W=W_0 \quad (1.12)$$

Необходимо отметить, что влагоперенос в талой зоне ($T_* < T < T_0, x > S_2$) определяется только миграционными свойствами грунта, в то время как в промерзающей ($T_h < T < T_*, S_1 < x < S_2$) перераспределение влаги зависит и от тепловых условий процесса промерзания. Согласно фиг. 1, $T_* < T_h$, т. е. талая зона как бы «затягивается» в область $T < T_h$, при этом в диапазоне $T_* < T < T_h$ фазовый переход влаги не происходит.

2. Автомодельное решение. Задача формулируется следующим образом. Первоначально среда имеет однородную температуру $T_0 = 0^\circ\text{C}$ и содержит влагу, распределение которой W_0 также равномерно. В момент времени $t=0$ в точке $x=0$ устанавливается температура $T_x < 0^\circ\text{C}$. Безразмерная автомодельная переменная имеет вид $\eta = x/2\sqrt{ta_1}$. Границы окончания и начала фазового перехода влаги представлены в виде $S_1 = 2\beta_1\sqrt{F_0}$, $S_2 = -2\beta_2\sqrt{F_0}$, $F_0 = a_1 t / b^2$ – критерий Фурье, b – характерный размер. Соотношения (1.2)–(1.7) с учетом условия непрерывности температуры и влажности на этих границах (2.5), (2.8) в безразмерных переменных дают

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{\theta_h + 1}{\operatorname{erf}(\beta_1)} \operatorname{erf}(\eta) + \theta_x, \quad \omega_1 = \omega_h \\ \theta_2 &= \frac{\theta_* - \theta_h}{\operatorname{erf}(\beta_2\sqrt{a_{12}}) - \operatorname{erf}(\beta_1\sqrt{a_{12}})} [\operatorname{erf}(\eta\sqrt{a_{12}}) - \operatorname{erf}(\beta_1\sqrt{a_{12}})] + \theta_h \\ \omega_2 &= \delta_1(\theta_2 - \theta_h) + \omega_h \\ \theta_3 &= \frac{\theta_0 - \theta_*}{\operatorname{erfc}(\beta_2\sqrt{a_{13}})} [\operatorname{erf}(\eta\sqrt{a_{13}}) - \operatorname{erf}(\beta_2\sqrt{a_{13}})] + \theta_h \\ \omega_3 &= \frac{1 - \omega_H(\theta_*)}{\operatorname{erfc}(\beta_2/\sqrt{Le_3})} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\eta}{\sqrt{Le_3}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\beta_2}{\sqrt{Le_3}}\right) \right] + \omega_H(\theta_*) \\ \theta_i &= \frac{T_i - T_h}{\Delta T_x}, \quad \omega_i = \frac{W_i}{W_0}, \quad Le_i = \frac{k_i}{a_1}, \quad i=1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}\theta_k &= \frac{T_k - T_H}{\Delta T_x}, & \theta_* &= \frac{T_* - T_H}{\Delta T_x} \\ \theta_0 &= \frac{T_0 - T_H}{\Delta T_x}, & \Delta T_x &= |T_x - T_H|, & \omega_H(\theta) &= \frac{W_H(T)}{W_0} \\ \omega_k &= \frac{W_k}{W_0}, & \delta_1 &= \frac{\Delta T_x}{W_0}, & a_{12} &= \frac{a_1}{a_2}, & a_{13} &= \frac{a_1}{a_3}\end{aligned}$$

Здесь Le_i — критерий Льюиса. Значения коэффициентов β_1 , β_2 и температуры θ_* являются искомыми. Профили распределения влажности ω (кривая 1) и суммарной влажности ω_s (кривая 2) представлены на фиг. 2

$$\omega = \frac{W}{W_0}, \quad \omega_s = \frac{W_s}{W_0}, \quad \xi = \frac{x}{b}$$

Условия (1.6), (1.11) с учетом (2.1) записываются в виде

$$\frac{\lambda_{12}(\theta_k + 1)}{\operatorname{erf}(\beta_1)} \exp(-\beta_1^2) = \frac{\chi_1 \sqrt{a_{12}} (\theta_* - \theta_k) \exp(-\beta_1^2 a_{12})}{\operatorname{erf}(\beta_2 \sqrt{a_{12}}) - \operatorname{erf}(\beta_1 \sqrt{a_{12}})} \quad (2.2)$$

$$\frac{\lambda_{23}(\theta_* - \theta_k) \exp(-\beta_2^2 a_{12})}{\operatorname{erf}(\beta_2 \sqrt{a_{12}}) - \operatorname{erf}(\beta_1 \sqrt{a_{12}})} = \frac{\sqrt{a_{23}} (\theta_0 - \theta_*) \exp(-\beta_2^2 a_{13})}{\operatorname{erfc}(\beta_2 \sqrt{a_{13}})} \quad (2.3)$$

$$\frac{k_{23} \sqrt{a_{12} Le_3} (\theta_* - \theta_k) \exp(-\beta_2^2 a_{12})}{\operatorname{erf}(\beta_2 \sqrt{a_{12}}) - \operatorname{erf}(\beta_1 \sqrt{a_{12}})} = \frac{(\theta_H - \theta_*) \exp(-\beta_2^2 / Le_3)}{\operatorname{erfc}(\beta_2 / \sqrt{Le_3})} \quad (2.4)$$

$$\chi_1 = 1 + \frac{k_2 \chi_0 \delta}{\lambda_2}, \quad \lambda_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad \lambda_{23} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}$$

$$a_{23} = \frac{a_2}{a_3}, \quad k_{23} = \frac{k_2}{k_3}$$

При невыполнении условия $\theta_* > \theta_k$ промежуточная зона исчезает и условия на единственной подвижной границе $S_1 = 2\beta_1 \sqrt{Fo}$ записываются следующим образом:

$$\theta_1 = \theta_3 = \theta_k, \quad \omega_1 = \omega_3 = \omega_k$$

$$\begin{aligned}\frac{\theta_k + 1}{\operatorname{erf}(\beta_1)} \exp(-\beta_1^2) &= \frac{\lambda_{31} \sqrt{a_{13}} (\theta_0 - \theta_k) \exp(-\beta_1^2 a_{13})}{\operatorname{erfc}(\beta_1 \sqrt{a_{13}})} + \\ &+ \sqrt{Le_3} Ko \frac{\exp(-\beta_1^2 / Le_3)}{\operatorname{erfc}(\beta_1 / \sqrt{Le_3})} \\ \lambda_{31} &= \frac{\lambda_3}{\lambda_1}, \quad Ko = \frac{\chi_0 \Delta W}{c_1 \Delta T_x}.\end{aligned}$$

Здесь Ко — критерий Коссовича. Наличие промерзающей области определяется условием $\theta_* > \theta_k$, что с учетом (2.3) — (2.4) дает

$$\frac{\lambda_{23}}{\sqrt{k_{23} Le_2 a_{13}}} \frac{\theta_H - \theta_k}{\theta_0 - \theta_k} \frac{\operatorname{erfc}(\beta_2 \sqrt{a_{13}}) \exp(\beta_2^2 a_{13})}{\operatorname{erfc}(\beta_2 / \sqrt{Le_3}) \exp(\beta_2^2 / Le_3)} > 1 \quad (2.5)$$

Приведенные ниже значения параметров λ_{23} , k_{23} , a_{13} , Le_2 , Le_3 удовлетворяют этому неравенству, и весь последующий текст касается только случая трех зон. Из системы (2.2) — (2.4) определяются параметры β_1 , β_2 , θ_* . Суммарная влажность в промерзающей (второй) зоне с учетом (1.2) — (1.3) определяется следующим образом:

$$\omega_s(\xi, Fo) = \int_{Fo_*}^{Fo} \frac{\partial \omega_s}{\partial Fo} dFo + \omega_H(\theta_*) = \int_{Fo_*}^{Fo} Le_2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} dFo + \omega_H(\theta_*) = \\ = Le_2 a_{12} \delta_1(\theta_2 - \theta_*) + \omega_H(\theta_*), \quad \omega_s = \frac{W_s}{W_0}$$

Здесь Fo_* — момент времени, при котором в данной точке ξ температура грунта достигает значения θ_* , т. е. когда начинается фазовый переход вода — лед. Отметим, что в правой части этого выражения знак первого слагаемого меньше нуля, т. е. в промерзающей зоне, так же как и в талой, суммарная влажность уменьшается в направлении мерзлой зоны (см. фиг. 2). Скачок ω_s на границе $S_1 - [\omega_s]_1$ определяется согласно (1.7), (1.5), (1.3), (2.1)

$$[\omega_s]_1 = \frac{Le_2 \sqrt{a_{12}} \delta_1(\theta_* - \theta_k)}{\sqrt{\pi} \beta_1} \frac{\exp(-\beta_1^2 a_{12})}{\operatorname{erf}(\beta_2 \sqrt{a_{12}}) - \operatorname{erf}(\beta_1 \sqrt{a_{12}})}$$

а $\omega_H(\theta_*)$ — из (2.1), поэтому суммарная влажность в мерзлой зоне вычисляется следующим образом:

$$\omega_s^1 = \delta_1(\theta_* - \theta_k) \left[1 - Le_2 a_{12} + \frac{Le_2 a_{12}}{\sqrt{\pi} \beta_1} \frac{\exp(-\beta_1^2 a_{12})}{\operatorname{erf}(\beta_2 \sqrt{a_{12}}) - \operatorname{erf}(\beta_1 \sqrt{a_{12}})} + \omega_k \right] \quad (2.6)$$

Суммарная влажность на S_1 после разрыва (ω_s^2) и на S_2 (ω_s^3) (см. фиг. 2) определяется

$$\omega_s^2 = \delta_1(\theta_* - \theta_k) (1 - Le_2 \cdot a_{12}) + \omega_k \quad (2.7)$$

$$\omega_s^3 = \omega_H(\theta_*) = \delta_1(\theta_* - \theta_k) + \omega_k \quad (2.8)$$

3. Численное моделирование. Для сравнения решений задач в автомодельных переменных и в бесфронтовой постановке (1.1) последняя была исследована численными методами. Характерные времена релаксации τ_1, τ_2 выбирались достаточно малыми, чтобы кинетикой фазового перехода влаги можно было пренебречь. Система (1.1) в безразмерных переменных в случае постоянства коэффициента теплопроводности, теплоемкости и диффузии влаги внутри каждой зоны имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial Fo} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + Ko \frac{\partial l}{\partial Fo} \\ \frac{\partial \omega_s}{\partial Fo} &= Le \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2}, \quad \omega_* = \omega + l \\ \frac{\partial l}{\partial Fo} &= f(\theta, \omega_*, l), \quad \omega_* = \omega - \omega_H(\theta) \\ f &= B_1 \omega_*, \quad \theta < 0, \quad \omega_* > 0 \\ f &= B_2 \omega_*, \quad \theta < 0, \quad \omega_* < 0, \quad l > 0 \\ f &= 0, \quad \theta < 0, \quad \omega_* < 0, \quad l = 0; \quad f = -B_2 l, \quad \theta > 0 \\ \theta &= \frac{T - T_H}{\Delta T_x}, \quad l = \frac{L}{W_0}, \quad Le = \frac{k_*}{a_1} \\ B_1 &= \frac{b^2}{a_1 \tau_1}, \quad B_2 = \frac{b^2}{a_1 \tau_2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь k_* — характерное значение коэффициента диффузии влаги. Начальное и граничное условия имеют следующий вид:

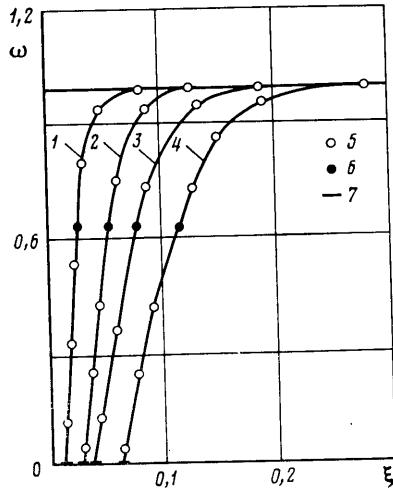
$$\theta(\xi, 0) = \theta_0, \quad \omega(\xi, 0) = 1, \quad l(\xi, 0) = 0, \quad \theta(0, Fo) = -1$$

$$\theta(1, Fo) = \theta_0, \quad \frac{\partial \omega(0, Fo)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \omega(1, Fo)}{\partial \xi} = 0$$

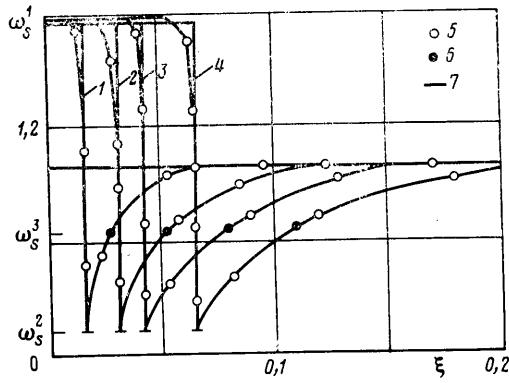
Последние два выражения отражают водонепроницаемость холодного и теплого торцов образца.

Численная схема, с помощью которой моделируется эта задача, была описана в работах [5, 6].

4. Обсуждение результатов. Решение исходной задачи строилось двумя указанными способами при следующих значениях безразмерных параметров: $\lambda_{12}=1$, $\lambda_{23}=1$, $Ko=36$, $B_1=B_2=200$, $Le=Le_2=Le_3=0,02$, $a_{12}=39,4$, $a_{13}=1$, $\theta_0=1$, $\theta_H=0$, $\theta_k=-0,02$, $\chi_1=4,6$. Система трансцендентных уравнений (3.2)–(3.4) решалась методом деления отрезка пополам. При этом были получены следующие результаты: $\beta_1=0,0723$, $\beta_2=0,1366$, $\theta_*=-0,077$.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3, 4 приведены профили распределения безразмерных влажности ω и суммарной влажности ω_s в грунте (кривые 1–4 – $Fo=0,01; 0,04; 0,09; 0,16$). Автомодельное решение изображено сплошными линиями, численное – точками 5. Значения характерных точек ω_s^i , $i=1, 2, 3$ (см. фиг. 2), согласно (2.6)–(2.8) равны: $\omega_s^1=1,76$, $\omega_s^2=0,131$, $\omega_s^3=0,615$. Знаками 7, 6 показано положение первой и второй границ промерзающей зоны в различные моменты времени. В целом эти результаты подтверждают правильность построения автомодельного решения исходной задачи.

Предлагаемое решение позволяет аналитически исследовать сложную физическую картину, когда фазовый переход воды в лед при промезании дисперсных грунтов сопровождается миграцией влаги. При этом в отличие от предыдущих исследований возникает возможность учесть наличие трех зон, для каждой из которых принимаются индивидуальные параметры тепло- и влагопереноса. Кроме того, на границах области фазового перехода задаются условия сохранения балансов тепла и влаги, при этом не возникает необходимости введения дополнительных, как правило, ничем не обоснованных соотношений.

Предложенный подход позволяет интерпретировать ряд экспериментально установленных фактов. В частности, из полученного решения следует, что суммарное содержание влаги уменьшается при продвижении из талой зоны в промерзающую, при этом основное выделение льда происходит на границе, разделяющей мерзлую и промерзающую зоны [3, 4]. Согласно фиг. 3, 4, границы S_1 , S_2 с течением времени удаляются друг от друга. В работах [3, 10] при исследовании начальной стадии промерзания, когда выполняются условия автомодельности, которые используются в приведенной математической постановке, экспериментально было получено, что ширина промерзающей зоны увеличивается во времени. Кроме

того, эффект образования промежуточного слоя был экспериментально замечен только в глинистых грунтах, у которых ΔT больше, чем у грубодисперсных пород. Это подтверждается неравенством (2.5), определяющим наличие промерзающей зоны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Достовалов Б. Н., Кудрявцев В. А. Общее мерзлотоведение. М.: Изд-во МГУ, 1967. 403 с.
2. Мартынов Г. А. К выводу основного уравнения теплопроводности для промерзающих и протаивающих грунтов.— Материалы к основам учения о мерзлых зонах земной коры. М.: Изд-во АН СССР, 1956, с. 167—178.
3. Ершов Э. Д. Влагоперенос и криогенные текстуры в дисперсных породах. М.: Изд-во МГУ, 1979. 214 с.
4. Hoekstra P. Moisture movement in soils under temperature gradients with cold-side temperature below freezing.— Water Resources Res., 1966, v. 2, № 2, p. 241—250.
5. Даниэлян Ю. С., Яницкий П. А. Особенности неравновесного перераспределения влаги при промерзании и оттаивании дисперсных грунтов.— Инж.-физ. журн., 1983, т. 44, № 1, с. 91—98.
6. Даниэлян Ю. С., Яницкий П. А., Чеверев В. Г., Лебеденко Ю. П. Экспериментальное и теоретическое исследование тепломассопереноса в промерзающих влажных грунтах.— Инж. геология, 1983, № 3, с. 77—83.
7. Даниэлян Ю. С., Яницкий П. А. Миграция влаги при оттаивании мерзлых грунтов.— Инж. геология, 1983, № 5, с. 62—66.
8. Меламед В. Г. Тепломассообмен в горных породах при фазовых переходах. М.: Наука, 1980. 228 с.
9. Bouls, Эзишек. Точное решение задачи о затвердевании в осесимметричной пористой влажной среде.— Тр. амер. о-ва инж.-мех. Теплопередача, 1983, т. 105, № 2, с. 161—163.
10. Гречишев С. Е., Чистотинов Л. В., Шур Ю. Л. Криогенные физико-геологические процессы и их прогноз. М.: Недра, 1980. 383 с.
11. Цыгович Н. А. Механика мерзлых грунтов. М.: Высш. школа, 1973. 446 с.
12. Нестеров И. И., Даниэлян Ю. С., Яницкий П. А., Галиева В. Н. Неравновесная кристаллизация влаги в мерзлых грунтах.— Докл. АН СССР, 1983, т. 277, № 4, с. 928—932.
13. Яницкий П. А. Кинетика фазовых переходов влаги при промерзании и оттаивании пород: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. геол.-минерал. наук. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 1983. 24 с.

Тюмень

Поступила в редакцию
9.X.1984