

УДК 532.5:537.84

ВТОРИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ МГД-ГЕНЕРАТОРА С НЕОДНОРОДНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

АЛЕКСЕЕВ Г. Ю., БИТЮРИН В. А., ЖЕЛНИН В. А.

Характеристики МГД-генератора в значительной степени зависят от структуры потока в поперечном сечении канала. Наиболее типичная неоднородность потока обусловлена развитием динамического и теплового пограничных слоев на стенках канала. При этом, как правило, течение вне вязких слоев можно считать достаточно однородным. Однако неоднородность ponderomotorной силы $f = j \times B$, обусловленная неоднородностью проводимости и внешнего магнитного поля, особенностями нагружения канала или его конструкции, приводит к деформации течения не только в пограничных слоях, но и в ядре потока. В том случае, когда сила $j \times B$ не является потенциальной, ее неоднородность не может быть сбалансирована градиентом давления. В силу этого, а также малости вязких сил в центральной области потока в канале возникают вторичные течения, интенсивность которых нарастает по длине канала.

В линейной постановке эффекты вторичных течений в канале МГД-генератора с диагонально проводящими боковыми стенками рассматривалась в [1]. Для типичных параметров МГД-генераторов промышленного масштаба получена оценка интенсивности вторичных течений на уровне нескольких десятков процентов. Интенсивные вторичные течения в свою очередь приводят к изменению температурных и электродинамических полей в канале, изменению распределения ponderomotorной силы, что может изменить характер вторичных течений и т. д. Таким образом, задача отыскания согласованных электродинамических, температурных и динамических полей в канале МГД-генератора оказывается весьма сложной.

Анализ вторичных течений в различных каналах МГД-генератора в однородном магнитном поле с учетом отмеченных выше существенно нелинейных эффектов проводился в [2-4] на основе численных решений упрощенных уравнений магнитной гидродинамики. В работе [4], в частности, сообщается о специфическом явлении «магнитоаэротермической» неустойчивости, которое может возникнуть при определенных условиях в силу прогрессирующего увеличения локальной непотенциальности ponderomotorной силы и интенсивности вызываемого этим вторичного течения. Таким образом, необходимость учета эффекта вторичных течений на характеристики течения в канале МГД-генератора продемонстрирована достаточно убедительно. Круг вопросов, связанных со вторичными течениями, далек от полного решения как в смысле повышения точности расчета реальных каналов МГД-генераторов, так и в смысле исследования более широкого класса течений при различных режимах работы и в различных типах МГД-генераторов.

Одной из возможных причин возникновения интенсивных вторичных течений в канале МГД-генератора может быть неоднородность внешнего магнитного поля в поперечном сечении канала, свойственная в большей или меньшей степени всем реальным магнитным системам. Кроме того, фактор неоднородности магнитного поля может быть важен в связи с предложениями профилирования магнитного поля для повышения эффективности МГД-генераторов (см., например, [5, 6]).

В [2-4] характерным размером, определяющим неоднородность ponderomotorной силы, является толщина газодинамического пограничного слоя. При этом для корректного описания эффектов, связанных с непотенциальностью ponderomotorной силы, необходимо по возможности наиболее точно описать пограничные слои на стенках канала. Характерным же размером неоднородности силы при неоднородном магнитном поле является калибр канала. Поэтому можно предположить, что процессы трения и теплообмена, в основном локализованные вблизи стенок, в данном случае оказывают слабое влияние на трехмерное течение в ядре потока. В связи с этим в приводимых ниже расчетах была принята упрощенная ламинарная модель трения и теплообмена с эффективными коэффициентами переноса, дающими примерно ту же толщину пограничного слоя, как и в турбулентном случае.

1. Рассмотрим дозвуковое течение вязкого теплопроводного сжимаемого газа в прямоугольном слабо расширяющемся канале фарадеевского МГД-генератора с поперечным неоднородным магнитным полем $\mathbf{B} = \{0, B_y, B_z\}$ при малых магнитных числах Рейнольдса $Re_m \ll 1$. Считается, что канал достаточно длинный, так что $d/L \ll 1$ и число Рейнольдса велико: $Re \gg 1$.

Нагружение канала на рабочем участке считается практически однородным. Влиянием неоднородности электрических полей в концевых зонах канала на структуру потока пренебрегается (по этому поводу см., например, [1]) и принимается, что неоднородность течения на входе в рабочий участок канала связана только с воздействием вязких сил и теплообмена. Считается, что зависимость тепло- и электрофизических свойств рабочего тела от температуры и давления известна.

В общем случае течение вязкого сжимаемого газа в канале МГД-генератора описывается системой уравнений Навье — Стокса, уравнениями Максвелла и обобщенным законом Ома. Характерные особенности рассматриваемого течения в канале МГДГ (длинный канал, однородное нагружение, пренебрежение краевыми эффектами) позволяет использовать параболизированную систему уравнений Навье — Стокса, предложенную в работе [7] для решения газодинамической задачи, и двумерные уравнения электродинамики для решения электродинамической задачи в поперечном сечении. При наличии объемного взаимодействия систему газодинамических уравнений запишем в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}u) &= -\frac{dp_0}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f_x \\ \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}v) &= -\frac{\partial p_1}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) + f_y \\ \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}w) &= -\frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + f_z \\ \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}h) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial z} \right) + u \frac{dp_0}{dx} + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] + q \\ \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) &= 0; \quad p(x, y, z) = p_0(x) + p_1(x, y, z) \\ \rho &= \rho(h, p_0); \quad \mu = \mu(h, p_0); \quad Pr = Pr(h, p_0) \end{aligned} \quad (1.1)$$

где x — продольная координата; y и z — поперечные; \mathbf{v} — вектор скорости; u, v, w — продольная и поперечные (y и z) компоненты скорости; ρ, h, μ, Pr — плотность, статическая энтальпия, коэффициент вязкости, число Прандтля соответственно; f_x и f_y, f_z — продольная и поперечные компоненты объемной силы, q — плотность тепловых источников.

В отличие от полных уравнений Навье — Стокса в системе (1.1) опущены продольные производные в выражениях для вязких сил и теплового потока, в уравнении сохранения энергии работа вязких сил и сил давления взята в приближении пограничного слоя. Статическое давление p разделено на две части: p_0 и p_1 . Величина $p_0(x)$ описывает действие сил давления в продольном направлении, а $p_1(x, y, z)$ — в поперечных направлениях. При этом p_1 включает потенциальную часть вязких сил, которая возникает в случае сжимаемого течения при $\operatorname{div} \mathbf{v} \neq 0$. Величина p_0 определяется в каждом сечении из интегрального условия сохранения расхода для потока в целом

$$\frac{d}{dx} \int_S \rho u \, dy \, dz = 0 \quad (1.2)$$

С учетом особенностей рассматриваемых течений ($d/L \ll 1$; $Re \gg 1$) при написании (1.1) предположено, что $\partial p_1 / \partial x \ll dp_0 / dx$; $p_1 \ll p_0$. Эти предпо-

ложения контролируются при решении конкретных задач и для всех выполненных в данной работе расчетах справедливы. В силу того что $p_1 \ll p_0$, влиянием p_1 на термодинамические и электрофизические свойства рабочего тела пренебрегается.

Система уравнений (1.1), (1.2) при известных f и q замкнута.

Граничные условия на стенках канала имеют вид

$$u=0; \quad v=0; \quad w=0; \quad h=h_{we}; \quad h=h_{wi} \quad (1.3)$$

где h_{we} , h_{wi} — статические энтальпии газа при температуре, равной температуре электрода и изолятора соответственно.

Система уравнений (1.1)–(1.2) решалась численным методом работы [7].

Тот факт, что система уравнений (1.1)–(1.2) параболическая, позволяет, задав в начальном сечении распределения u , v , w , h , p_1 и величину p_0 , решить задачу маршевым методом.

Для расчета электродинамических величин в поперечном сечении канала решалась двумерная электродинамическая задача

$$\frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0, \quad \mathbf{j} = \{j_x, j_y, j_z\} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi; \quad \Phi = -E_x(x)x + \varphi(y, z)$$

$$\mathbf{j} + \alpha \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \sigma(-\nabla\Phi + \mathbf{v} \times \mathbf{B}); \quad \mathbf{B} = \{0, B_y, B_z\} \\ \varphi(\pm a) = \frac{1}{2}V(x), \quad j_n = 0 \quad (1.5)$$

$$f_x = j_y B_z - j_z B_y; \quad f_y = j_x B_z; \quad f_z = j_x B_y \\ q = (j_x^2 + j_y^2 + j_z^2) / \sigma \quad (1.6)$$

Первое условие (1.5) соответствует электродным стенкам, а второе — изоляционным. В дальнейшем во всех расчетах для определенности значения $V(x)$ и $E_x(x)$ в каждом сечении выбираются из условия максимума полезной мощности.

Применимость двумерного приближения для описания электродинамических полей в поперечном сечении канала для рассматриваемых здесь условий при слабом изменении параметров потока и граничных условий на длине порядка калибра канала обсуждалась в [8].

2. Численное решение приведенной выше системы уравнений (1.1), (1.2), (1.4), (1.6) с граничными условиями (1.3), (1.5) было построено для трех различных конфигураций магнитного поля, причем во всех случаях на оси канала $B_y = 0$, $B_z = 2T$.

Рассматривались два типа неоднородности магнитного поля. В обоих случаях магнитное поле характеризуется следующими свойствами: вогнутостью силовых линий внутрь (тип I) или их выпуклостью наружу канала (тип II); возрастанием индукции от центра канала к электродным стенкам; убыванием (тип I) или возрастанием (тип II) индукции от центра к боковым стенкам, положениями максимумов магнитной индукции в центре электродных стенок (тип I) или в углах канала (тип II); симметрией относительно центральных плоскостей канала; диапазоном изменения значений $1,7T \leq B_z \leq 2,3T$; $-0,5T \leq B_y \leq 0,5T$. Магнитное поле типа I может быть создано одним, а типа II — двумя витками с током.

Все расчеты были произведены при одинаковых начальных условиях, и одинаковой геометрии канала. Длина рабочего участка $L = 7$ м. Начальная ширина и высота канала $2a = 2b = 1$ м. Расстояние между изоляционными стенками изменялось по длине канала (угол полураскрытия при этом $\alpha_z = 0,023$).

В качестве начальных условий на входе в МГД-канал использовались поля u , v , w , h , p_1 и величина p_0 , полученные из решения газодинамиче-

ской задачи без МГД-взаимодействия для предвключенного участка длиной 4 м. Параметры в ядре потока при этом составляли: температура торможения $T_0=3000$ К, статическое давление $p=3$ атм, продольная скорость $u=500$ м/с. На всем протяжении МГД-канала $T_{we}=T_{wi}=1800$ К. Рабочее тело считалось совершенным газом с показателями адиабаты $\gamma=1,14$. Использовались модельные зависимости электрофизических параметров от температуры и давления [8], которые удовлетворительно описывают свойства рабочего тела в диапазоне температур $T=1500-3000$ К. Для достижения соответствия толщины пограничного слоя в данных расчетах условиям в реальном МГД-генераторе были выбраны следующие значения коэффициента вязкости и числа Прандтля: $\mu=0,002$ в/м·с; $Pr=1$.

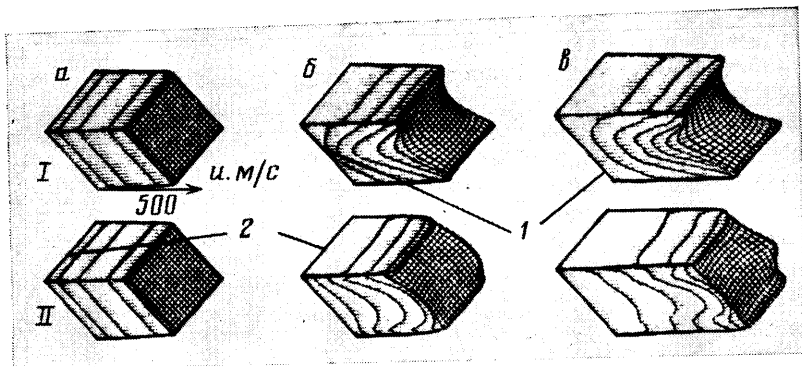
3. В случае однородного магнитного поля эффекты неоднородности основного потока наблюдаются исключительно в пристеночных областях течения. Характерной особенностью здесь являются развитие немоного профиля скорости на изоляционных стенках и повышение наполненности профиля температуры на электродных стенках. Эти эффекты хорошо изучены на основе двумерных уравнений пограничного слоя (см., например, [9]) и не связаны со вторичными течениями. Вторичное течение обладает отчетливо выраженной вихревой структурой, причем его интенсивность имеет тот же порядок величины, что и радиальное растекание в раскрывающемся канале без МГД-взаимодействия ($v/u \sim 0,002$). Характерной особенностью данного вторичного течения является изменение направления закрутки потока по длине канала. Это объясняется тем, что развитие немоного профиля продольной скорости на изоляционной стенке изменяет знак $\partial j_x / \partial z$ и, следовательно, направление непотенциальной части поперечной силы.

Вследствие малой интенсивности вторичных течений в этом случае их влияние на основной поток незначительно. Так, например, обусловленная вторичными течениями анод-катодная асимметрия не превышает 2%. Полученные результаты качественно совпадают с результатами работы [2].

Результаты расчетов указывают на существенное влияние вида неоднородности магнитного поля на структуру течения.

На фиг. 1 показано распределение продольной компоненты скорости в поперечных сечениях на входе *a*, в середине *b* и выходе *в* канала I и II-го типов магнитного поля; цифрами 1 и 2 обозначены соответственно анодная и изоляционная стенки. В обоих случаях неоднородности магнитного поля развивается сильно неоднородное распределение продольной компоненты скорости в ядре потока. При этом для магнитного поля типа I наблюдается «вогнутость» распределения, а в другом случае — «выпуклость». Распределение температуры в обоих вариантах расчета существенно более однородно, чем продольной скорости. Интенсивность вторичных течений ($v/u \sim 0,1-0,15$) значительно выше, чем для однородного магнитного поля ($v/u \sim 0,002$), причем характер вторичных течений зависит от вида неоднородности магнитного поля. В случае возрастания магнитного поля от боковых стенок к оси канала (тип I) вторичное течение в ядре потока направлено от анода к катоду, в случае его убывания (тип II) — в противоположную сторону, причем в обоих случаях направление закрутки не изменяется по длине канала. Центр вихря при этом мог быть расположен как посередине между катодом и анодом (тип I), так и смещен к одной из стенок (тип II).

Качественные особенности, присущие пограничным слоям в МГД-каналах с однородным магнитным полем — развитие немоности профиля продольной скорости на изоляционных стенках и повышение наполненности профиля температуры на электродных стенках, имеют место и в случае течений с неоднородным магнитным полем. При этом распределения параметров по периметру канала в пристеночных областях



Фиг. 1

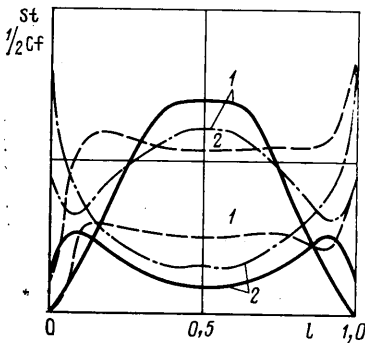
существенно неоднородны, причем характер неоднородности зависит через структуру вторичных течений от типа магнитного поля. Сказанное иллюстрирует распределения безразмерного теплового потока (кривые 1) и коэффициента трения (кривые 2) по периметру поперечного сечения канала вдоль катодной (сплошная линия), изоляционный (пунктир) и анодной (штрихпунктир) стенок на выходе из канала, представленные на фиг. 2 и 3 для двух случаев неоднородного магнитного поля (I и II соответственно). Отметим, что анод-катодная асимметрия достигает 10–15%.

Увеличение индукции магнитного поля вдвое для конфигурации типа I приводит к отрыву пограничного слоя на катодной стенке. Основной причиной отрыва служит увеличение вблизи центральной части поверхности электродов продольной компоненты тормозящей силы $f = j \times B$, вызванное максимумом индукции магнитного поля в этой области канала. Более ранний отрыв пограничного слоя на катодной стенке происходит вследствие нелинейного процесса магнитоаэротермической неустойчивости [4]. Направленное к катодной стенке вторичное течение создает конвективный приток энергии в центральную часть пограничного слоя. По этой причине, а также из-за джоулевой диссипации на электродных стенках температура газа вблизи центральной части поверхности катодной стенки возрастает, причем для центральных пристеночных областей течения справедливо $T_c > T_a > T_i$. Это приводит в свою очередь к большей концентрации электрического тока и увеличению продольной компоненты тормозящей силы $f = j \times B$, что и влечет за собой более ранний отрыв пограничного слоя на катодной стенке. Подчеркнем, что обусловленный вторичными течениями приток продольного импульса в пограничный слой на катоде оказывается недостаточным для нейтрализации магнитоаэротермической неустойчивости.

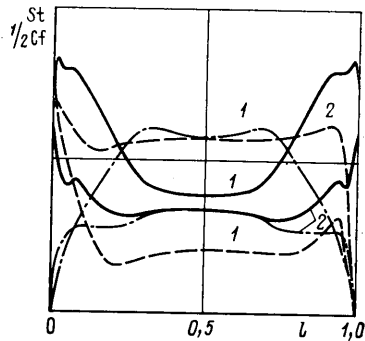
В неоднородном магнитном поле типа I профиль продольной скорости качественно совпадает с профилем для рамочных каналов с однородным магнитным полем [3, 10]. Это связано со сходной структурой неоднородности продольной компоненты поперечной силы, вызванной, однако, различными причинами. В рамочных каналах неоднородность f_x обусловлена стеканием тока на боковые стенки и связана с наличием пограничных слоев на электродных стенках. Тем самым степень неоднородности зависит от параметров пограничного слоя (например, его относительной толщины). В рассмотренных здесь случаях неоднородность определяется в основном структурой магнитного поля. Отметим, что при одинаковом параметре МГД-взаимодействия эффекты вторичных течений в рассмотренном выше случае неоднородного магнитного поля в 2–3 раза сильнее, чем в случае рамочных каналов, рассмотренных в [3, 10].

4. Таким образом, в результате проведенного анализа выявлены характерные особенности течений во внешнем неоднородном магнитном

поле. Показано, что обусловленная неоднородностью магнитного поля неоднородность пондеромоторной силы в невязкой области потока формирует немонотонный профиль продольной скорости. Механизм этого эффекта аналогичен известному механизму образования немонотонного профиля скорости в пограничных слоях на изоляционных стенках канала МГД-генератора. Априорные представления о том, что вторичные течения, вызванные неоднородным магнитным полем, характеризуются масштабом длины порядка калибра канала и слабо связаны с эффектами в пограничном слое, получили полное подтверждение. В силу тесной связи со структурой внешнего магнитного поля такие течения существенно отличаются от изучавшихся ранее вторичных течений в рамочных МГД-каналах. Так, например, структура внешнего магнитного поля по-



Фиг. 2



Фиг. 3

рождает вполне определенное направление закрутки, которое сохраняется на всей длине МГД-канала. В отличие от этого в рамочных каналах вторичные течения сопровождаются образованием нескольких вихрей в поперечном сечении, причем как количество этих вихрей, так и направление их вращения могут изменяться по длине канала.

Следует отметить также тот факт, что при одинаковом эффективном параметре МГД-взаимодействия вторичные течения, вызванные неоднородным магнитным полем, оказываются значительно более интенсивными, чем вторичные течения в рамочных каналах.

С практической точки зрения важно, что наличие вторичных течений может оказать существенное влияние на выбор конструкции канала, структуры внешнего магнитного поля и способа нагружения оптимального МГД-генератора. В частности, приведенный в данной работе пример возникновения отрыва пограничного слоя на катодной стенке (тип I) указывает на нежелательность использования в МГД-генераторах фарадеевского типа магнитных полей с максимумом магнитной индукции, расположенном в центральной области поверхности электродов.

Авторы благодарны Г. А. Любимову за внимание к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Битюрин В. А., Зателенин В. Н., Любимов Г. А. О влиянии неоднородности поля силы на течение в МГД-канале. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 1, с. 3—12.
2. Vanka S. P., Ahluwalia R. K. Three-dimensional flow and heat transfer development in MHD channels. AIAA Pap., 1981, № 247, 11 p.
3. Ahluwalia R. H., Vanka S. P. Sekondary flow effects in diagonal MHD channels. — In: 19th Symp. on Eng. Aspects of MHD. Tennessee, 1981, p. 5.1.1.
4. Dimetriades S. T., Maxwell S. D., Oliver D. A. Progress in analytical modelin of MHD power generators. II. — In: 21th Symp. on Eng. Aspects of MHD. Arcadia, 1983, p. 3.1.1.
5. Kayukawa N., Oikawa S., Aoki Y., Ozawa Y. Transversally shaped field configuration and output performance evaluation for slagged rectangular MHD channel. —

- Тр. 8-й Междунар. конф. по МГД-преобразованию энергии. М., 1983, Т. 2, с. 78–81.
6. Белоглазов А. А., Берковский Б. М., Бураханов Б. М., Соколов Ю. Н. Двумерное численное исследование влияния неоднородного поперечного магнитного поля на величину удельной мощности МГД-канала фарадеевского и рамочного типов. Препринт № 3–115. М.: ИВТ АН СССР, 1983.
 7. Patankar S. V., Spalding D. B. A calculation procedure for heat mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows.— *Int. J. Heat. and Mass Transfer*, 1972, v. 15, № 10, p. 1787–1806.
 8. Магнитогидродинамическое преобразование энергии. Физ.-техн. аспекты. М.: Наука, 1983, 367 с.
 9. Maxwell C. D., Doss E. D., Oliver D. A., Curry B. P. Consideration of three dimensional effects in MHD power generators.— In: 15th Symp. on Eng. Aspects of MHD. Philadelphia, 1976, p. 9.6.1.
 10. Doss E., Ahluwalia R. Three-dimensional flow development in MHD generators at part load. New York, 1982, 12 p. (AIAA Pap. № 82–0324; AIAA 20 Aerospace Sciences Meeting, 1982, Orlando, Fla.).

Москва

Поступила в редакцию
19.III.1985