

УДК 532.546

**О ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ РАСТВОРОМ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ,  
НЕМОНОТОННО ВЛИЯЮЩЕЙ НА ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПОТОКОВ**

**ЕНТОВ В. М., КЕРИМОВ З. А.**

Задача о вытеснении нефти раствором гидродинамически активной примеси, моделирующая основные методы повышения нефтеотдачи, в последнее время детально изучалась [1-4]. При этом всегда предполагалось, что примесь однозначным образом влияет на основную гидродинамическую характеристику процесса — функцию распределения потоков  $F(s, c)$ , так что производная от нее по концентрации примеси  $F_{,c}$  отрицательна в случае полезной примеси и положительна в случае вредной. Между тем имеются химические агенты, гидродинамический эффект которых вначале увеличивается с возрастанием концентрации, а затем начинает падать. Данные такого рода известны для мицеллярных систем [6] и, что особенно важно, для вытеснения нефти растворами щелочи [7] — достаточно распространенного и дешевого метода повышения нефтеотдачи. Таким образом, анализ гидродинамического воздействия такой «амбивалентной» примеси представляет непосредственный прикладной интерес.

Как будет показано ниже, он принципиально интересен и в чисто теоретическом отношении, доставляя пример движения, в котором малые диффузионные эффекты оказывают определяющее влияние на макрогидродинамику вытеснения.

**1. Постановка задачи.** Одномерный процесс вытеснения нефти раствором нерастворимой в нефти активной примеси описывается системой уравнений [1, 2, 4]

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + U \frac{\partial F(s, c)}{\partial x} = P_0 \frac{\partial}{\partial x} \left( A(s, c) \frac{\partial s}{\partial x} \right)$$

$$m \frac{\partial [cs + a(c)/m]}{\partial t} + U \frac{\partial Fc}{\partial x} = P_0 \frac{\partial}{\partial x} \left( cA \frac{\partial s}{\partial x} \right) + D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

Здесь  $s$  — водонасыщенность,  $c$  — концентрация примеси в воде,  $a = a(c)$  — количество примеси, сорбированное единицей объема среды,  $F = F(s, c)$  — функция распределения потоков,  $m$  — пористость среды,  $U = \text{const}$  — суммарная скорость вытеснения,  $D$  — коэффициент диффузии примеси,  $P_0$  — «коэффициент капилляропроводности», характеризующий интенсивность капиллярной пропитки. Материальные функции  $a(c)$ ,  $F(s, c)$  и  $A(s, c)$  удовлетворяют условиям  $a(0) = 0$ ,  $a'(c) \geq 0$ ,  $a''(c) \leq 0$ ,  $A(s, c) > 0$ ,  $F(0, c) = 0$ ,  $F(1, c) = 1$ ,  $F_{,s} \geq 0$ . Кроме того, примем, что  $F_{,c} < 0$  ( $c_0 < c < c^*$ );  $F_{,c} > 0$  ( $c^* < c < c^o$ ).

Основному случаю — процессу фронтального вытеснения — отвечают начально-краевые задачи для системы (1.1)

$$s = s_0, \quad c = c_0 \quad (t = 0, x \geq 0)$$

$$s = s^o, \quad c = c^o \quad (t > 0, x = 0) \quad (1.2)$$

Будем считать коэффициенты переноса  $P_0$  и  $D$  малыми величинами, их отношение  $P_0/D$  обозначим через  $\epsilon$ . Полагая в системе (1.1) формально  $P_0 = D = 0$ , получим внешнюю задачу, в которой распределения водонасы-

щности  $s$  и концентрации  $c$  удовлетворяют гиперболической системе

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + U \frac{\partial F(s, c)}{\partial x} = 0$$

$$m \frac{\partial [cs + a(c)/m]}{\partial t} + U \frac{\partial Fc}{\partial x} = 0 \quad (1.3)$$

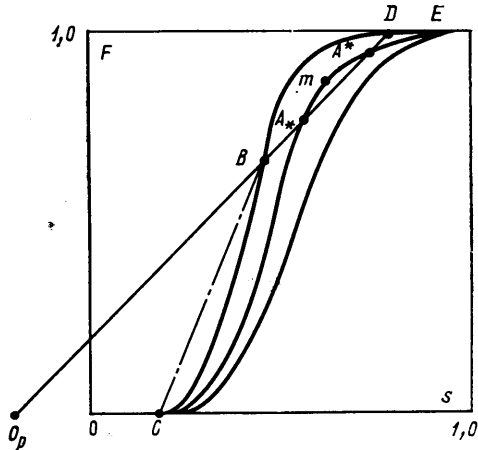
При условиях (1.2) искомое решение внешней задачи автомодельно — зависит лишь от переменной  $\xi = mx/Ut$ , скачок концентрации распространяется без размазывания и как следствие решение представляет собой комбинацию двух центрированных волн изменения насыщенности ( $s$ -волн)<sup>1</sup> при постоянных значениях концентрации примеси ( $c=c_0$  в первой волне и  $c=c^0$  во второй), сопрягаемых между собой и с начальным условием скачками (соответственно  $c$ - и  $s$ -скачком).

Путь на  $(s, F)$ -диаграмме, отвечающий однозначному решению описанной выше структуры, имеет вид  $EA^*BC$  (фиг. 1, а), причем точка  $A^*$  непременно лежит на дуге  $Em$  кривой  $F=F(s, c^0)$  между точкой  $E$  и точкой касания кривой с прямой, проведенной из полюса  $O_p$ . На первый взгляд, это построение ничем не отличается от использованного ранее в случае «полезной» активной примеси ( $F, c < 0$ ) [1–5]. Однако ясно, что использование для выбора единственного скачка принципа устойчивости скачка в его эвристической форме [1, 2] приводит к физически сомнительному выводу: специфика поведения функции  $F(s, c)$  в диапазоне промежуточных значений концентрации  $c_0 < c < c^0$  никак не сказывается на решении. Сомнительность этого вывода становится особенно ясной, если принять, что  $F(s, c_0) = F(s, c^0)$ , т. е. при крайних значениях концентрации функции распределения потоков одна и та же, а при  $c_0 < c < c^0$   $F(s, c) < F(s, c^0)$ . Тогда формальное построение приводит к заключению, что примесь вообще не влияет на процесс вытеснения. Между тем понятно, что в момент прохождения фронта примеси концентрация ее должна пробегать все значения между  $c_0$  и  $c^0$ , причем функция распределения потоков  $F$  уменьшится и создадутся более благоприятные условия вытеснения нефти — эффект, никак не проявляющийся в формальном внешнем решении. Более того, очевидно, что такое распределение эквивалентно тонкой оторочке «полезной» активной примеси, способной давать конечный вклад в увеличение нефтеотдачи.

Этот дефект решения может быть связан лишь с произволом в применении условия устойчивости скачка, не имеющего строгого обоснования. Поэтому естественно вернуться к анализу этого условия.

**2. Структура скачка.** Физически реализуемому («устойчивому») скачку внешнего решения должно соответствовать гладкое решение полной системы (1.1), в котором в окрестности скачка вырожденной системы (1.3) происходит быстрое изменение переменных.

При малых коэффициентах переноса  $P_0$  и  $D$  толщина зоны перехода мала и распределение переменных  $s$  и  $c$  в ней успевает отслеживать



Фиг. 1

<sup>1</sup> Здесь и далее используется терминология работ [1, 2, 4].

изменение параметров скачка внешнего решения. Поэтому если ввести подвижную систему координат, связанную со скачком, за масштаб длины взять толщину зоны перехода, а за масштаб времени — время установления в этой зоне капиллярно-диффузионного равновесия, то распределения всех переменных в ней должны отвечать стационарному решению, согласованному со значениями переменных в окрестности скачка внешнего решения. Иными словами, физически реализуемый скачок внешнего решения должен иметь стационарную внутреннюю структуру — таково необходимое условие реализуемости («устойчивости») скачка. Как было показано ранее [1, 5], для монотонно зависящих от концентрации примеси функций  $F(s, c)$  условие существования структуры эквивалентно условию, что на скачке внешнего решения число приходящих характеристик на единицу больше числа неизвестных. В рассматриваемом случае ситуация оказывается иной.

Чтобы исследовать структуру скачка, введем внутренние переменные ( $V$  — скорость скачка)

$$\xi = U(x - Vt)/D, \quad \tau = tU^2/D \quad (2.1)$$

Записывая систему (1.1) во внутренних переменных и полагая формально  $D \rightarrow 0$ , получим стационарную внутреннюю задачу

$$\varepsilon \frac{d}{d\xi} \left[ A(s, c) \frac{ds}{d\xi} \right] + v \frac{ds}{d\xi} - \frac{dF}{d\xi} = 0, \quad v = \frac{mV}{U} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon \frac{d}{d\xi} \left[ cA(s, c) \frac{ds}{d\xi} \right] + \frac{d^2c}{d\xi^2} + v \frac{d}{d\xi} \left[ cs + \frac{a}{m} \right] - \frac{dcF}{d\xi} = 0 \quad (2.3)$$

$$s = s(\xi), \quad c = c(\xi), \quad s(\pm\infty) = s^\pm, \quad c(+\infty) = c_0, \quad c(-\infty) = c^\circ$$

Из условий сопряжения с внешним решением получим обычным образом, что предельные значения переменных при  $\xi \rightarrow \pm\infty$  равны предельным значениям переменных внешнего решения соответственно перед скачком и за ним.

Интегрируя уравнения (2.2) с учетом граничного условия при  $\xi \rightarrow -\infty$  (2.3), получим

$$\varepsilon A(s, c) \frac{ds}{d\xi} = F - F^- - v(s - s^-) \quad (2.4)$$

$$\frac{dc}{d\xi} = (c - c^\circ) \left[ F^- - v \left( s^- + \frac{a(c) - a(c^\circ)}{m(c - c^\circ)} \right) \right]$$

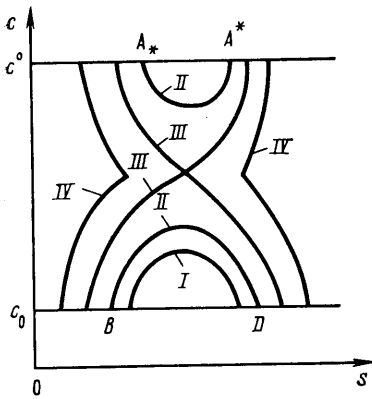
Для выполнения граничных условий при  $\xi \rightarrow \infty$  необходимо, чтобы правые части системы (2.4) обращались в нуль при  $s = s^+$ ,  $c = c_0$ , откуда следует необходимость выполнения известных условий на скачке внешнего решения, выражающих баланс воды и примеси

$$v = \frac{F^+ - F^-}{s^+ - s^-} = \frac{F^\pm}{s^\pm + s_p}, \quad s_p = \frac{a(c^\circ) - a(c_0)}{m(c^\circ - c_0)} \quad (2.5)$$

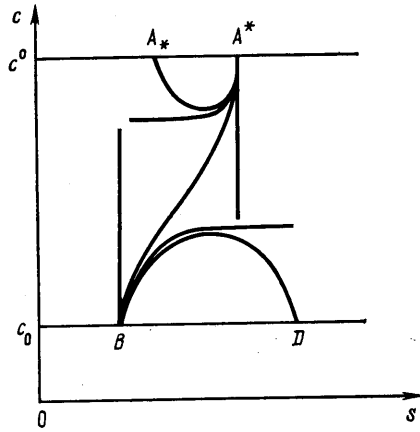
Переходя на фазовую плоскость  $(c, s)$  системы (2.4), получим, что искомой стационарной структуре отвечает решение уравнения

$$\frac{dc}{ds} = \varepsilon \frac{A(s, c)(c - c^\circ)}{F - F^- - v(s - s^-)} \left[ F^- - v \left( s^- + \frac{a(c) - a(c^\circ)}{m(c - c^\circ)} \right) \right] \quad (2.6)$$

удовлетворяющее условиям  $c(s^+) = c_0$ ,  $c(s^-) = c^\circ$ , т. е. проходящее через две особые точки уравнения (2.6). Ниже показано, что для каждого заданного  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon < \infty$ , можно указать такое значение безразмерной скорости скачка  $v(\varepsilon)$ , что требуемое особое решение, а вместе с ним и стационарная внутренняя структура существуют. Ход рассуждений зависит от свойств функ-



Фиг. 2



Фиг. 3

ции  $F(s, c)$  и от значения начальной водонасыщенности  $s_0$ . Пусть вначале

$$F(s, c^*) < F(s, c^0) < F(s, c_0), \quad c_0 < c^* < c^0 \quad (2.7)$$

при всех  $s$  (фиг. 1).

Обозначим через  $O_p$  полюс-точку в плоскости  $(s, F)$  с координатами  $s_p = -(a(c_0) - a(c^0)) / (m(c_0 - c^0))$ ,  $F_p = 0$ ;  $F_0 = F(s_0, c_0)$ ;  $F^0 = F(s^0, c^0)$ ;  $v_*$  — угловой коэффициент касательной, проведенной к линии  $F(s, c^*)$  из полюса  $O_p$ ,  $s_*$  — абсцисса ее верхней точки пересечения с кривой  $F(s, c_0)$ ;  $v_1^*$ ,  $s_1$  — угловой коэффициент и абсцисса точки касания касательной к линии  $F(s, c^*)$  из полюса  $O_p$ ,  $s^*$  — абсцисса ее верхней точки пересечения с линией  $F(s, c_0)$ ;  $v^0$  и  $v_1$  — угловые коэффициенты прямых, соединяющих полюс с точками  $(s^0, F^0)$  и  $(s_0, F_0)$ .

Пусть  $s_0 \leq s_*$ . В этом случае внешнее решение задачи допускает существование любого  $(s, c)$ -скачка со скоростью  $v$  из промежутка  $[v^0, v_*]$ . (Напомним, что условиям на скачке (2.5) соответствует в плоскости  $(s, F)$  переход с кривой  $F(s, c^0)$  на кривую  $F(s, c_0)$  по лучу, проходящему через полюс  $O_p$ .) Пусть этот скачок происходит по лучу  $BA^*D$  (фиг. 1). В фазовой плоскости  $(s, c)$  кривым  $F(s, c_0)$ ,  $F(s, c^*)$  и  $F(s, c^0)$  соответствуют отрезки прямых  $c = c_0$ ,  $c = c^*$  и  $c = c^0$ . Отрезок луча  $BD$ , вдоль которого  $Y(s, c) = F - F - v(s - s^-) = 0$ , отображается в кривую, имеющую две ветви вида II (фиг. 2) при  $v^* < v < v_*$ , вида IV при  $v^0 \leq v < v^*$ ; при  $v = v^*$  обе ветви соединяются в особой точке  $M(s_1, c^*)$  (тип III), а при  $v = v_*$  одна из ветвей вырождается в точку  $A_*$  (тип I). Искомому решению отвечает траектория уравнения (2.6), соединяющая особые точки  $B$  и  $A^*$ . Легко видеть, что при  $v < v^*$  такого решения быть не может, поскольку в криволинейном четырехугольнике  $BA_*A^*D$  производная  $dc/ds < 0$ . Поэтому исследованию подлежат значения  $v$  из промежутка  $[v^*, v_*]$ .

Возьмем произвольное значение  $v$ :  $v^* < v < v_*$ . При этом образ отрезка  $BD$  на плоскости  $(s, c)$  относится к типу II, особые точки  $B$  и  $A^*$ , как легко установить, являются седлами, а искомая траектория  $BA^*$ , отвечающая стационарной внутренней структуре, должна быть общей сепаратрисой этих седел. Зафиксировав  $v$ , будем менять параметр  $\varepsilon$ . Тогда расположение изоклин нуля и бесконечности и особых точек уравнения (2.6) на фазовой плоскости  $(c, s)$  будет неизменным, а угловой коэффициент траектории пропорционален  $\varepsilon$ . Используя это, легко убедиться, что при  $\varepsilon \rightarrow \infty$  сепаратриса седла  $B$  проходит (см. фиг. 3) левее сепаратрисы седла  $A^*$ , при  $\varepsilon \rightarrow 0$  — правее нее и по непрерывности существует значение  $\varepsilon = \varepsilon_1(v)$ , при котором они совпадают.

При  $v = v_*$  происходит слияние особых точек  $A_*$  и  $A^*$  в сложное состояние равновесия  $A$  типа седло-узла с одним узловым сектором и двумя сед-

ловыми; абсцисса точки  $A$  больше абсциссы  $B$ . Прежние рассуждения показывают, что найдется такое значение  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , при котором сепаратрисы особых точек  $B$  и  $A^*$  совпадут; с увеличением  $\varepsilon$  узловой сектор особой точки  $A$  расширяется и при  $\varepsilon > \varepsilon_0$  сепаратриса седла  $B$  обязательно принадлежит узловому пучку траекторий, входящих в седло-узел  $A$ . Таким образом, всем значениям  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon < \infty$  отвечает одно и то же значение  $v = v^*$ , т. е. скорость скачка сохраняет постоянное значение, равное максимально возможному; показатели нефтеотдачи при этом наихудшие. При  $v = v^*$  на изоклине бесконечности появляется точка самопересечения  $M(s_1, c^*)$ . Поскольку траектория, соединяющая точки  $B$  и  $A^*$ , при каждом  $v > v^*$  проходит между двумя ветвями изоклины бесконечности, при  $v \rightarrow v^*$  она должна пройти через точку  $M$ . Легко понять, что это возможно только при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , так как в этом случае сепаратрисы седла прижимаются к изоклине бесконечности. Таким образом,  $\varepsilon_1(v) \rightarrow 0$  при  $v \rightarrow v^*$ .

Для того чтобы доказать единственность обратной функции  $v(\varepsilon)$  при  $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$ , используется то обстоятельство, что при фиксированных  $c$ ,  $s$  и  $\varepsilon$ , правая часть уравнения (2.6) — монотонно убывающая функция  $v$ , что проверяется непосредственным вычислением с учетом второго равенства (2.5). После этого проходит рассуждение по непрерывности, аналогичное использованному выше.

Таким образом, с изменением  $\varepsilon$  от 0 до некоторого значения  $\varepsilon_0$ , зависящего от конкретных данных задачи, скорость скачка монотонно возрастает от минимально возможной  $v^*$  до максимальной  $v_*$ ; при дальнейшем увеличении  $\varepsilon$  она не меняется.

Это утверждение верно в случае, когда  $F(s, c^\circ) < F(s, c_0)$ . При  $F(s, c^\circ) = F(s, c_0)$  абсциссы точек  $B$  и  $A^*$  равны, т. е.  $\varepsilon_0 = \infty$ . Это еще раз подтверждает тот факт, что, несмотря на то что  $F(s, c_0) = F(s, c^\circ)$ , примесь все-таки положительно влияет на процесс вытеснения.

Выше предполагалось, что начальная водонасыщенность  $s_0$  удовлетворяет неравенству  $s_0 \leq s_*$ . Если  $s_* < s_0 \leq s^*$ , что возможно в задачах довытеснения, то оказываются формально возможными две структуры внешнего решения: а) структура, состоящая из  $s$ -волны и сопряженного  $(c, s)$ -скачка в конечное состояние с фиксированной скоростью  $v_1(A^*D)$  (фиг. 1); б) структура, состоящая из  $s$ -волны ( $EA^*$ ),  $(c, s)$ -скачка ( $A^*B$ ), области постоянства  $c$  и  $s$  ( $B$ ) и  $s$ -скачка  $BD$  (см. фиг. 1). При этом скорость  $(c, s)$ -скачка может лежать в диапазоне  $v^\circ < v < v_1$ .

Повторяя предыдущие рассуждения, можно показать, что для любого  $\varepsilon$  существует такое значение  $v(\varepsilon)$ , единственное и монотонно возрастающее с ростом  $\varepsilon$ , при котором существует траектория, соединяющая особые точки  $A^*$  и  $B$ . Обозначим через  $\varepsilon_1$  значение  $\varepsilon$ , отвечающее скорости скачка  $v_1$ . При  $\varepsilon \leq \varepsilon_1$  реализуется описанная выше структура б). При  $\varepsilon > \varepsilon_1$  и скорости скачка  $v_1$  сепаратриса седла  $A^*$ , как легко проверить, принадлежит пучку траекторий, входящих в узел  $D$ . Это означает, что при  $\varepsilon_1 < \varepsilon < \infty$  реализуется структура а) с постоянной скоростью скачка  $v_1$ . Наконец, в случае  $s^\circ < s_0 < s^*$  реализуется при всех  $\varepsilon$  единственный сопряженный скачок концентрации и насыщенности, отвечающий скорости  $v_1$ .

Аналогичное рассмотрение может быть проведено и при другом взаимном расположении кривых  $F(s, c^\circ)$ ,  $F(s, c_0)$  и  $F(s, c^*)$ . Общий результат его можно сформулировать следующим образом: если формальное внешнее решение, построенное без учета условия устойчивости, не единственно, то при изменении  $\varepsilon$  от нуля до некоторого граничного значения  $\varepsilon_+$  реализуются решения, отвечающие скорости скачка, монотонно возрастающей от минимальной до максимальной, допускаемой внешним решением; при последующем возрастании  $\varepsilon$  скорость скачка не меняется и реализуется решение с максимальной скоростью скачка. Наконец, если допустимое внешнее решение единственно, то оно оказывается физически реализуемым с точки зрения существования внутренней структуры.

**3. Показатели процесса вытеснения.** Описанная выше теоретическая

схема позволяет рассчитать процесс вытеснения при немонотонной зависимости гидродинамической эффективности от концентрации активной примеси. При этом используется в окончательных расчетах лишь внешнее решение, но скорость сопряженного скачка концентрации и насыщенности находится предварительно путем численного отыскания такого значения параметра  $v$ , при котором имеется общая траектория у двух особых точек уравнения (2.6) в фазовой плоскости  $(c, s)$ . В приводимом ниже примере вязкости и фазовые проницаемости аппроксимировались следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \mu_1/\mu_2 &= [(5,285+c)/6,285]^4 \\ f_1 &= 0, \quad \zeta \leq 0, \quad f_1 = \zeta^{7/2}, \quad \zeta > 0 \\ f_2 &= (1-\zeta)^3, \quad \zeta \leq 1, \quad f_2 = 0, \quad \zeta \geq 1 \\ \zeta &= (s-s^*)/(1-s^*-s); \quad s^* = 0,2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Остаточная нефтенасыщенность  $s_T = 1 - s^*$  считалась функцией капиллярного числа  $N = \mu_1 U / \alpha$  [8, 9] ( $\alpha$  — межфазное натяжение) и аппроксимировалась выражением

$$\begin{aligned} S_T &= 0,15(1 - \cos(0,4833(\lg N + 0,5))), \quad -6 < \lg N \leq -0,5, \\ S_T &= 0, \quad \lg N \geq -0,5 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Основным физическим параметром, определяющим эффективность вытеснения и зависящим от концентрации активной примеси  $c$ , является межфазное натяжение  $\alpha$ ; зависимость  $\alpha(c)$  принималась в виде

$$\alpha(c) = 53,6083 \ln(1 + |c - 0,75|) + 0,0003$$

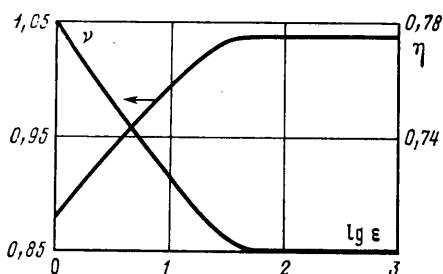
Этой зависимости соответствует значение  $c^* = 0,75$ ,  $\alpha_{\max} = \alpha(0) = 30$  дин/см;  $\alpha_{\min} = \alpha(0,75) = 3 \cdot 10^{-4}$  дин/см. Расчеты велись при  $U_0 = 2,6$  м/сут  $\approx 3 \cdot 10^{-3}$  см/с,  $s_0 = 0,2$ ,  $s^\circ = c^\circ = 1$ ,  $c_0 = 0$ . Критическое значение  $\epsilon_0$  параметра  $\epsilon = P_0/D$  оказалось равным  $40,0013 \approx 40$ ; при  $0 < \epsilon < \epsilon_0$  с увеличением  $\epsilon$  происходит перестройка решения, сопровождающаяся значительным изменением основного показателя процесса — коэффициента нефтеотдачи  $\eta$  (см. фиг. 4). Нетрудно видеть, что в данном случае речь идет об изменениях коэффициента нефтеотдачи порядка 0,06 (т. е.  $\sim 8\%$  от основного уровня нефтеотдачи). Поскольку с ростом коэффициента диффузии коэффициент нефтеотдачи возрастает, в аналогичных случаях целесообразно увеличивать темп вытеснения, так как увеличение скорости фильтрации способствует увеличению эффективного коэффициента диффузии.

**4. Структура скачка, обусловленная неравновесностью и диффузией.** Выше были рассмотрены эффекты, обусловленные влиянием капиллярности и диффузией. Тот же метод позволяет проанализировать и влияние неравновесности. В частности, если пренебречь капиллярными перетоками, но учесть диффузию примеси и неравновесность сорбционных процессов, то получим задачу

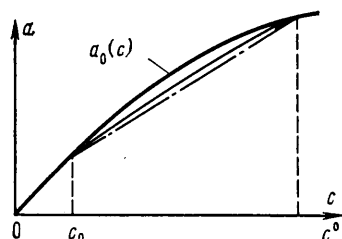
$$\begin{aligned} m \frac{\partial s}{\partial t} + U \frac{\partial F}{\partial x} &= 0 \\ m \frac{\partial (sc + a/m)}{\partial t} + U \frac{\partial Fc}{\partial x} &= D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \partial a / \partial t &= [c - C(a)] / \tau \\ s = s_0, \quad c = c_0, \quad a = a_0(c_0) & \quad (t = 0, x \geq 0) \\ s = s^\circ, \quad c = c^\circ, \quad a = a_0(c^\circ) & \quad (t > 0, x = 0) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Здесь  $c = C(a)$  и  $a = a_0(c)$  — два представления равновесной изотермы сорбции;  $\tau$  — характерное время установления сорбционного равновесия, далее для простоты полагаемое постоянным, как и коэффициент диффузии  $D$ . Величины  $D$  и  $\tau$  считаются малыми. Внешнее решение, отвечающее



Фиг. 4



Фиг. 5

$D=\tau=0$ , строится так же, как и в п. 1, и для определения остающейся не определенной скорости скачка необходимо рассмотрение его структуры.

Внутренней стационарной структуре скачка отвечает в фазовой плоскости  $(c, a)$  задача

$$F-F^- - \nu(s-s^-) = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{da}{dc} = \varepsilon \frac{C(a) - c}{(c - c^0) X(a, c)}, \quad X(a, c) = F^- - \nu \left( s^- + \frac{a - a_0(c^0)}{m(c - c^0)} \right) \quad (4.4)$$

$$a(c^0) = a_0(c^0), \quad a(c_0) = a_0(c^0), \quad \varepsilon = mD/\tau U^2$$

Уравнение (4.3) имеет решение требуемого вида (соединяющее особые точки) при любом  $\nu$ , согласующемся с условиями сохранения, так как одна из особых точек уравнения (4.3) — седло, а другая — узел (фиг. 5).

Этому решению отвечает монотонное изменение концентрации примеси по координате в структуре скачка.

Обратимся теперь к первому соотношению (4.3). Ему соответствует в плоскости  $(s, F)$  отрезок прямой  $F-F^- - \nu(s-s^-) = 0$ , вдоль которого концентрация  $c$  принимает все значения из отрезка  $[c_0, c^0]$ , в том числе и значение  $c^*$ . Это означает, что указанный отрезок обязательно касается кривой  $F=F(s, c^*)$ , т. е. при всех значениях  $\varepsilon$  реализуется скачок с минимальной возможной скоростью  $\nu=\nu^*$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Енгов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). Препринт № 161. М.: Ин-т пробл. мех. АН СССР, 1980. 63 с.
2. Енгов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах. — Усп. механики, 1981, т. 4, № 2, с. 41–79.
3. Енгов В. М. Физико-химическая подземная гидродинамика — новые результаты теории. — В сб.: Динамика многофазных сред. Новосибирск, 1983, с. 9–22.
4. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в пористых пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
5. Алишаева О. М., Енгов В. М., Зазовский А. Ф. О структуре сопряженных скачков насыщенности и концентрации в задачах вытеснения нефти раствором активной примеси. — ПМТФ, 1982, № 5, с. 93–102.
6. Reed R. L., Healy R. N. Some physicochemical aspects of microemulsion flooding: a review. — In: Improved oil recovery by surfactant and polymer flooding. New York: Acad. Press, 1977, p. 383–437.
7. Johnson C. E. Jr. Status of caustic and emulsion methods. — J. Petrol. Technol., 1975, v. 28, Jan., № 1, p. 85–92.
8. Stegemeier G. L. Mechanisms of entrapment and mobilization of oil in porous media. — In: Improved oil recovery by surfactant and polymer flooding. New York: Acad. Press, 1977.
9. Larson R. G., Davis H. T., Scriven L. E. Displacement of residual nonwetting fluid from porous media. — Chem. Eng. Sci., 1981, v. 36, № 1, p. 75–85.

Москва  
Баку

Поступила в редакцию  
29.1.1985