

УДК 532.546

## **ПЕРКОЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ**

**ВАСИЛЬЕВ А. В., СЕЛЯКОВ В. И., ТЕРЕХОВ С. А.**

Вопрос о связи тензоров напряжений и проницаемости пористых сред исследовался в работах [1, 2], где рассмотрено изменение фильтрационных свойств пористой среды при приложении нагрузки в модели трещиновато-кавернозной среды с трещинами одинакового раскрытия. В такой модели проницаемость по существу определяется одним параметром — раскрытием трещин. Однако в реальных средах трещины имеют различное раскрытие; в этом смысле среда является неоднородной и требует соответствующего описания. Модель проницаемости неоднородной пористой среды, основанная на представлениях теории перколяции, разработана в [3]. Фильтрационные характеристики среды в такой модели определяются структурой бесконечного кластера, образованного проводящими микрокапиллярами, и проводимостями отдельных микрокапилляров, составляющих бесконечный кластер. Приложение к среде нагрузки приводит к изменению размеров микрокапилляров и соответственно к изменению проницаемости среды. В настоящей работе предлагается модель изменения проводимости капилляров. Проводится исследование изменения проницаемости неоднородной среды при приложении нагрузки на основе перколяционной модели [3] и численное моделирование изменения проницаемости среды для случаев всестороннего сжатия среды и неізотропного нагружения. Показана справедливость перколяционного подхода к определению изменения фильтрационных свойств под действием нагрузки.

**1. Модель среды.** Большинство пород-коллекторов относятся к типу трещиновато-кавернозных сред. Поровое пространство таких сред представляет собой систему полостей (каверн), соединенных проводящими микрокапиллярами. Пористость в основном определяется объемом каверн, а фильтрационные характеристики — пропускной способностью микрокапилляров. Для описания свойств такой среды будем считать, что каверны связаны между собой трещинообразными капиллярами, имеющими в поперечном сечении форму сильно вытянутого эллипса с размерами полуосей  $a$  и  $b$  ( $b/a \ll 1$ ). Существенное различие характерных размеров микрокапилляров приводит к значительным относительным изменениям их раскрытий, что, как будет показано ниже, определяет экспоненциальную зависимость проницаемости среды от эффективных напряжений. Упругая деформация пористой среды с капиллярами круглого поперечного сечения (или сечения с соизмеримыми характерными размерами) вызывает лишь незначительное изменение радиусов микрокапилляров и, следовательно, незначительное изменение проницаемости. Поэтому в модели среды с круглыми капиллярами не удастся получить сильную зависимость проницаемости от напряженного состояния.

Для пород-коллекторов величина  $2a$  порядка характерного размера неоднородности, т. е. среднего размера зерна  $d$  [4]. Пусть  $f(b)$  — нормированная функция плотности распределения значений второго геометрического параметра микрокапилляров. Кроме того, для простоты будем считать, что микрокапилляры составляют три системы взаимно перпендикулярных трещиновидных каналов, плотности микрокапилляров во всех системах одинаковы, распределения по размеру малых полуосей для них совпадают. Таким образом, предложенная модель отличается от мо-

дели трещиновато-кавернозной среды [1] учетом распределения микрокапилляров по поперечному размеру.

Оценим характерное значение отношения  $b/a$ , исходя из типичных значений проницаемости среды. Пропускная способность одного микрокапилляра с размерами  $a$  и  $b$  пропорциональна  $1/\pi ab^3$ . Плотность микрокапилляров  $n \sim d^{-2}$ , где  $d$  — характерный размер зерна. Поэтому с точностью до коэффициента проницаемость среды  $k \sim \pi ab^3/4d^2$ . Полагая  $d=2a$ ,  $k=100$  мД =  $10^{-9}$  см<sup>2</sup> и  $d=0,1$  см, получаем  $b/a \approx 10^{-2}$ . Таким образом, микрокапилляры представляют в поперечном сечении сильно вытянутые эллипсы и при приложении нагрузки сильно изменяют свое раскрытие  $b$ , что вызывает значительное изменение фильтрационных свойств.

В [3] получена следующая формула для эффективной проницаемости такой неоднородной среды:

$$k = \frac{\beta v_P (P-1) d^{(4-P)} \kappa^\alpha}{(1-P_c) v_P} \int_0^{b_c} \left[ \int_{b_1}^{b_c} f(b) db \right]^{\alpha-1} f(b_1) \frac{db_1}{I(b_1)} \quad (1.1)$$

$$I(b_1) = \frac{4}{\pi} \left( \int_{b_1}^{\infty} f(b) db \right)^{-1} \int_{b_1}^{\infty} f(b) b^{-3} db$$

$$\alpha = v_P (P-1)$$

Здесь  $\kappa$  — доля проводящих капилляров ( $0 < \kappa \leq 1$ ),  $P=2, 3$  — размерность задачи (плоская или трехмерная),  $v_P$  — индекс радиуса корреляции, зависящий от размерности задачи ( $v_2=1,33$ ,  $v_3=0,9$ ),  $d$  — величина, характеризующая период решетки (в случае трещиновато-кавернозной среды имеет величину порядка размера зерна),  $\beta$  — численный коэффициент порядка единицы,  $P_c$  — порог протекания для задачи проводящих связей теории перколяции.

Величина  $b_c$  определяется из условия

$$\kappa \int_{b_c}^{\infty} f(b) db = P_c$$

Формула (1.1) позволяет определить изменение проницаемости при приложении нагрузки, если известно, как изменяется при этом функция распределения  $f(b)$ .

Рассмотрим деформирование микрокапилляра при изменении нагрузки, действующей на площадке с нормалью, перпендикулярной большой полуоси  $a$ , на величину  $\Delta\sigma$ . Из решения двумерной задачи о трещине в бесконечной среде при приложении дополнительных напряжений на бесконечности [5] получаем для изменения раскрытия трещины  $\Delta b$  выражение

$$\Delta b = 4/\pi (1-\nu^2) (\Delta\sigma/E) d \quad (1.2)$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $E$  — модуль Юнга.

**2. Изменение проницаемости.** Рассмотрим случай всестороннего сжатия. При  $\Delta\sigma \sim 10$  МПа и  $E \sim 10^4$  МПа, как видно из (1.2), происходит изменение размеров всех микрокапилляров на одну и ту же величину  $\Delta b = \epsilon d$ ,  $\epsilon \approx 10^{-3}$ . Это приводит к изменению функции распределения  $f(b)$ , вообще говоря, за счет двух факторов: изменения доли ненулевых связей  $\kappa$ , которая может уменьшаться за счет полного перекрытия части капилляров, и уменьшения размеров и пропускной способности остальных капилляров с достаточно большими значениями  $b$ . Степень влияния того или иного механизма на изменение фильтрационных свойств во многом зависит от вида функции распределения  $f(b)$ . Так, например, для функции  $f(b) =$

$=\delta(b-b_0)$ ; где  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака, а  $b_0 \sim \Delta b$ , приложение нагрузки может привести к перекрытию всех капилляров и среда станет непроницаемой. С другой стороны, для более плавных распределений уменьшение доли проводящих микрокапилляров играет несущественную роль в изменении эффективной проницаемости по сравнению со «сдвигом» функции распределения.

До приложения нагрузки доля капилляров с размерами в пределах от  $b$  до  $b+db$  равна  $f(b)db$ . При приложении всестороннего давления размеры капилляров уменьшаются на  $\Delta b$  и становятся равными  $b'=b-\Delta b$ . Теперь уже  $f(b)db$  есть доля капилляров с размером  $b'$ . Поскольку  $db/db'=1$ , то функция распределения микрокапилляров в условиях деформированного состояния  $f'(b')$  имеет вид  $f'(b')=f(b'+\Delta b)$ . Рассмотрим изменение эффективной проницаемости среды для функции распределения  $f(b)=2b_0^2b^{-3}$ , где  $b \geq b_0 \gg \Delta b$ . Малость  $\Delta b/b_0$  обеспечивает постоянство доли проводящих связей  $\kappa$ . Тогда функция распределения  $f'(b')$  в условиях деформированного состояния имеет вид

$$f'(b')=2b_0^2(b'+\Delta b)^{-3} \quad (2.1)$$

где  $b' \geq b_0 - \Delta b$ .

Проницаемость среды при приложении нагрузки определяется из выражений (2.1) и (1.1) с учетом формулы (1.2) для  $\Delta b$ . Поскольку для трехмерной задачи в (1.1)  $\alpha=1,9 \pm 0,1$ , то, положив  $\alpha=2$ , вычисления можно провести аналитически. Для упрощения вычисления  $I$  воспользуемся малостью отношения  $\Delta b/b$  и разложим множители вида  $(1 \pm \Delta b/b)^{\pm n}$  в подынтегральном выражении в ряд по степеням  $\Delta b/b$ . С точностью до линейных членов для относительного изменения проницаемости получаем

$$\Delta k/k = -\pi/4\omega \Delta b/b_0, \quad \omega = (15 - 10 \ln 2)/\pi \quad (2.2)$$

Подставляя в (2.2) выражение для  $\Delta b$  (1.2), получаем формулу для малых изменений проницаемости при малых изменениях всестороннего давления  $\Delta \sigma$

$$\Delta k/k = -\omega(1-v^2)(d/b_0)(\Delta \sigma/E) \quad (2.3)$$

Соотношение (2.3) в пределе при малых  $\Delta \sigma$  можно рассматривать как соотношение между дифференциалами

$$dk/k = -Dd\sigma/E, \quad D = \omega(1-v^2)d/b_0 \quad (2.4)$$

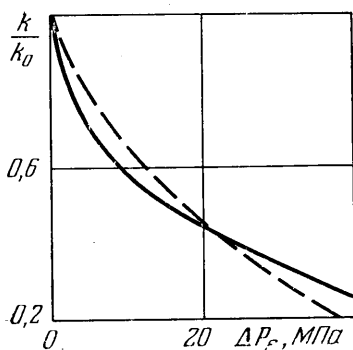
Для пористой трещиновато-кавернозной среды модуль Юнга  $E$  зависит от напряженного состояния среды [1]. Эту зависимость можно представить в виде [1]

$$E(\sigma_i) = A[1 - \exp(-B\sigma_i)] + C \quad (2.5)$$

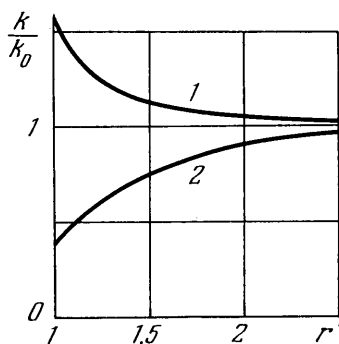
Здесь  $\sigma_i$  — главное напряжение, действующее вдоль оси  $x_i$ ;  $A+C$  и  $C$  — максимальное и минимальное значения модуля Юнга соответственно;  $B$  — некоторая постоянная, определяющая скорость перехода величины модуля Юнга от минимального к максимальному значению. (Здесь и далее под напряжением понимается так называемое «эффективное» напряжение [6], равное разности внешней нагрузки и внутрипорового давления.) Для всестороннего сжатия  $\sigma_i = P_f$ , и выражение (2.5) принимает вид  $E(P_f) = A[1 - \exp(-BP_f)] + C$ . Подставляя это выражение в (2.4) и интегрируя, получаем зависимость коэффициента проницаемости от эффективного давления  $P_f$

$$\frac{k}{k_0} = \exp \left\{ -\frac{D}{A+C} \left\{ P_f - P_f^0 + \frac{A}{BC} [\exp(-BP_f^0) - \exp(-BP_f)] \right\} \right\} \quad (2.6)$$

Следует отметить, что «двойная экспонента» использовалась ранее для аналитического описания различия в поведении проницаемости при



Фиг. 1



Фиг. 2

нагружении и разгрузке [7]. В данной работе появление «двойной экспоненты» связано с изменением сжимаемости среды по мере нагружения. Поведение проницаемости, описываемое формулой (2.6), проявляется уже на стадии нагружения.

Рассмотрим предельные случаи, когда  $B(P_f - P_f^\circ) \ll 1$  и  $B(P_f - P_f^\circ) \gg 1$ . При малом изменении эффективного давления с точностью до членов первого порядка малости по  $B\Delta P_f$  из (2.6) получаем

$$\frac{k}{k_0} = \exp \left\{ -\frac{D}{A+C} \left[ 1 + \frac{A}{C} \exp(-BP_f^\circ) \right] \Delta P_f \right\} \quad (2.7)$$

Следует отметить, что при  $P_f^\circ = 0$  выражение (2.7) упрощается

$$k/k_0 = \exp(-D\Delta P_f/C) \quad (2.8)$$

Зависимость (2.8) показывает, что при малых начальных давлениях  $P_f^\circ$  изменение проницаемости неоднородной среды определяется минимальным значением модуля упругости  $C$ . Если же начальные условия таковы, что  $P_f^\circ$  не мало, то изменение проницаемости, согласно (2.7), определяется максимальным значением модуля упругости  $A+C$ .

Во втором предельном случае, когда  $B\Delta P_f \gg 1$ , выражение (2.6) принимает вид

$$\frac{k}{k_0} = \exp \left\{ -\frac{D}{A+C} \cdot \frac{1}{B} \left[ B\Delta P_f + \frac{A}{C} \exp(-BP_f^\circ) \right] \right\} \quad (2.9)$$

Здесь в показателе экспоненты опущены члены  $\exp(-B\Delta P_f) \ll 1$ . Величины  $A$  и  $C$ , как показывает изучение упругих свойств пород-коллекторов [2], соизмеримы. Поэтому вторым слагаемым в квадратных скобках в (2.9) можно пренебречь по сравнению с  $B\Delta P_f$ . Таким образом, для случая  $B\Delta P_f \gg 1$  получаем следующее выражение для зависимости проницаемости от давления:

$$k/k_0 = \exp[-D(A+C)^{-1}\Delta P_f] \quad (2.10)$$

т. е. изменение проницаемости определяется максимальным значением модуля упругости  $A+C$ .

График зависимости (2.6) при  $\nu=0,25$ ,  $d/b_0=10^2$  построен на фиг. 1 для значений  $C=3 \cdot 10^3$  МПа,  $A=6 \cdot 10^3$  МПа,  $B=0,17$  (МПа) $^{-1}$ , являющихся характерными для коллекторов [2]. Для сравнения здесь же пунктиром приведен график функции

$$k/k_0 = \exp(-\gamma\Delta P_f) \quad (2.11)$$

при  $\gamma=4,2 \cdot 10^{-2}$  (МПа) $^{-1}$ . Как показано в [8], на основе обработки многочисленных экспериментальных данных подобная функция удовлетворительно аппроксимирует реальное изменение проницаемости с изменением эффективного давления. Полученная теоретическая зависимость (2.6) хо-

рошо согласуется с феноменологической. Необходимо отметить, что коэффициент  $D/(A+C)$  в (2.6) зависит как от упругих свойств материала породы-коллектора, так и от вида функции распределения  $f(b)$ . Однако это влияет лишь на численное значение коэффициента и не изменяет вида функциональной зависимости  $k/k_0$  от  $\Delta P_f = P_f - P_f^0$ . Это полностью подтверждается экспериментальными данными, приведенными в [8], где показано, что для различных пород в зависимости (2.11) изменяется лишь коэффициент  $\gamma$ .

**3. Анизотропия фильтрационных свойств.** Рассмотрим случай, когда изменение напряженного состояния в данной точке среды происходит таким образом, что изменения главных значений тензора напряжения оказываются различными. При этом обратим внимание на случай достаточно высокого начального давления  $P_f^0$ . Тогда в соответствии с формулой (2.5) упругие свойства среды определяются значением модуля упругости, близким к максимальному значению  $A+C$ , а величина модуля Юнга остается практически постоянной при изменении напряженного состояния. Поэтому для описания изменения напряженного состояния можно воспользоваться линейной теорией упругости.

В качестве примера неізотропного изменения напряженного состояния среды рассмотрим задачу о сферической полости радиуса  $R$  в бесконечной среде с давлением на бесконечности  $P_f^0$ , к поверхности которой прикладывается избыточная нагрузка  $\Delta\sigma_0$ . Решение такой задачи хорошо известно

$$\Delta\sigma_r^f = -\Delta\sigma_0(R/r)^3, \quad \Delta\sigma_\varphi^f = -1/2\Delta\sigma_r^f \quad (3.1)$$

Здесь  $\Delta\sigma_r^f$  и  $\Delta\sigma_\varphi^f$  — изменения радиальной и азимутальной компонент тензора эффективных напряжений,  $\Delta\sigma_0$  — избыточная нагрузка на стенку сферической полости,  $r$  и  $\varphi$  — радиальная и азимутальная координаты.

Для определения изменения фильтрационных свойств будем рассматривать коллектор в каждой его точке как среду с тремя взаимно перпендикулярными системами проводящих микрокапилляров, каждая из которых неоднородна. Проницаемость в радиальном направлении определяется системой проводящих каналов, ориентированных вдоль радиуса, проведенного из центра симметрии. Эти микрокапилляры испытывают растяжение в плоскости, перпендикулярной радиусу, что вызывает увеличение их поперечного сечения, и соответственно пропускной способности. Формула (2.7) позволяет определить изменение проницаемости в радиальном направлении по известному из (3.1) изменению азимутальной составляющей тензора эффективных напряжений

$$\frac{k_r}{k_0} = \exp \left\{ -\frac{D}{A+C} \left[ 1 + \frac{A}{C} \exp(-BP_f^0) \right] (-\Delta\sigma_\varphi^f) \right\} \quad (3.2)$$

Здесь вместо давления в формулу подставлено  $\Delta\sigma_\varphi^f$ , поскольку именно им определяется изменение проницаемости  $k_r$  при изменении напряженного состояния.

Фильтрационные свойства среды в азимутальном направлении определяются сжатием среды в радиальном направлении. Размер  $b$  микрокапилляров будет уменьшаться, что вызовет снижение проницаемости в азимутальном направлении. Соответствующее значение коэффициента проницаемости  $k_\varphi$  можно получить, подставив в (2.7)  $\Delta\sigma_r^f$  из (3.1)

$$\frac{k_\varphi}{k_0} = \exp \left\{ -\frac{D}{A+C} \left[ 1 + \frac{A}{C} \exp(-BP_f^0) \right] (-\Delta\sigma_r^f) \right\} \quad (3.3)$$

Анизотропия коэффициента проницаемости при приложении нагрузки для модели трещиновато-кавернозной среды с трещинами одинакового начального раскрытия отмечалась в [2]. В данной работе в рамках перколяционного подхода проанализировано влияние неоднородности состава проводящих микрокапилляров по величине их пропускной способности на изменение тензора проницаемости насыщенной среды. Оказалось, что экспоненциальная зависимость компонент тензора проницаемости от эффективных напряжений определяется деформированием (сжатием или раскрытием) под действием нагрузки наиболее узких микрокапилляров, лимитирующих эффективную проницаемость среды. Учет неоднородности проводящих капилляров приводит лишь к изменению коэффициента  $D$  в формуле (2.6) по сравнению со случаем одинакового раскрытия трещин. Качественный характер анизотропного изменения проницаемости остается таким же как и в [2].

Графики зависимостей  $k_r$  (кривая 1) и  $k_\varphi$  (кривая 2) от  $r' = r/R$  приведены на фиг. 2. Расчет проведен по формулам (3.1), (3.2) и (3.3) для прежних значений постоянных  $A, C, B, D$  при  $\Delta\sigma_0 = 25$  МПа и  $P_f^0 = 10$  МПа.

Таким образом, оказывается возможным изменение фильтрационных свойств и при неизменном эффективном давлении за счет перераспределения напряжений.

4. Численное моделирование проводимости неоднородной среды при приложении нагрузок. Для проверки применимости перколяционной модели проницаемости неоднородной среды в условиях нагружения проводилось численное моделирование неоднородной среды и определение эффективной проводимости. Рассмотрены два случая изменения проводимости в каждой точке пространства. В первом увеличение проводимости в каждой точке пространства в одном направлении сопровождалось уменьшением проводимости в перпендикулярном направлении, что соответствует неізотропному нагружению, а во втором проводимость в каждой точке пространства уменьшалась для всех направлений, что соответствует случаю всестороннего сжатия среды. Сравнение результатов численного анализа для случая всестороннего сжатия с приближенным аналитическим рассмотрением изменения эффективной проводимости показало удовлетворительное согласие в пределах применимости аналитического подхода.

При проведении моделирования эффективной проводимости среды в случае неізотропного нагружения изменялась степень неізотропности проводимости, т. е. отношение проводимостей в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Моделирование проводимости выполнялось для двумерной задачи связей на массиве размерностью  $100 \times 100$  элементов. В ходе моделирования изучались проводимости для различных значений доли ненулевых элементов  $\kappa$ , которая варьировалась в пределах от 0,6 до 1,0.

Для каждого значения  $\kappa$  с помощью датчика случайных чисел на массиве задавалось расположение проводящих элементов, имеющих различные значения проводимостей. При этом функция плотности распределения проводимости  $\rho(\xi)$  выбиралась в виде

$$\rho(\xi) = 1/2 \xi_0^{-1/2} \xi^{-3/2} \quad (\xi \geq \xi_0) \quad (4.1)$$

Сначала принималось, что проводимости элементов в двух взаимно перпендикулярных направлениях равны между собой, и с полученным массивом проводящих связей решалась стационарная краевая задача

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \xi_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \xi_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) &= 0 \\ \varphi(a_1, y) &= \varphi_1, \quad \varphi(a_2, y) = \varphi_2 \quad (\varphi_1 > \varphi_2) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=a_1} &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=a_2} = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Решение строилось методом установления. Затем определялась эффективная проводимость области в направлении оси  $x$ .

С целью определения влияния неізотропности проводимости на среднюю проводимость среды для каждого значения  $\kappa$  с одним и тем же массивом проводимостей проводился ряд расчетов, в которых изменялись локальные значения проводимостей связей в направлениях осей  $x$  и  $y$ . Изменение проводимостей осуществлялось таким образом, чтобы их значения удовлетворяли условиям  $\xi_x + \xi_y = 2\xi(x, y)$ ,  $\xi_x/\xi_y = N$ , где  $\xi(x, y)$  — значение проводимости связей в данной точке массива для изотропной среды ( $N=1$ ),  $N$  — целое число, определяющее степень неізотропности проводящих свойств неоднородной среды во взаимно перпендикулярных направлениях. Расчеты проводились для десяти различных значений  $N$  от 1 до 10.

Рассчитанная зависимость  $\xi/\xi_0$  от отношения  $\xi_x/\xi_y = N$  при  $\kappa=0,9$  приведена на фиг. 3. Здесь  $\xi_0$  — эффективная проводимость массива в направлении оси  $x$  при  $N=1$ , а  $\xi$  — эффективная проводимость в том же направлении при  $N \geq 1$ .

Сравнение результатов расчета для различных значений  $\kappa$  при постоянном  $N$  показывает, что отношение  $\xi/\xi_0$  остается примерно постоян-

$N$	$\kappa=1$	0,9	0,8	0,7	0,6	$M$
2	1,35	1,33	1,26	1,43	1,33	1,33
3	1,51	1,48	1,38	1,57	1,50	1,50
4	1,62	1,56	1,44	1,71	1,61	1,60
5	1,69	1,63	1,49	1,71	1,67	1,67
6	1,74	1,67	1,51	1,86	1,72	1,71
7	1,77	1,70	1,54	1,86	1,72	1,75
8	1,80	1,74	1,55	1,86	1,78	1,78
9	1,82	1,74	1,56	1,86	1,78	1,80
10	1,85	1,78	1,58	2,00	1,83	1,82

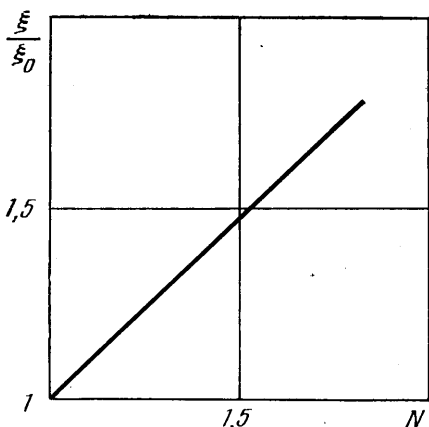
ной величиной для всех значений  $\kappa$  (таблица). В крайнем правом столбце таблицы приведены значения отношения локальных проводимостей  $M = \xi_x / \xi_x (N=1)$  в направлении оси  $x$  (в остальных столбцах приведены относительные значения эффективной проводимости всего массива в целом). Сопоставление этих данных показывает, что увеличение проводимостей в направлении оси  $x$  связано только с увеличением локальной проводимости вдоль оси  $x$  в каждой точке массива и не связано с изменением проводимости в направлении оси  $y$ .

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. Во-первых, поскольку эффективная проводимость среды пропорциональна  $\xi_x$ , то это свидетельствует об отсутствии поперечных перетоков (в направлении оси  $y$ ) между проводящими цепочками. Таким образом, структура бесконечного кластера представляет собой систему параллельных цепочек, связями между которыми можно пренебречь. Во-вторых, при изменении локальных проводимостей не изменяется структура бесконечного кластера. Последнее обстоятельство подтверждает справедливость предположения, сделанного при вычислении изменения проницаемости среды при приложении нагрузки.

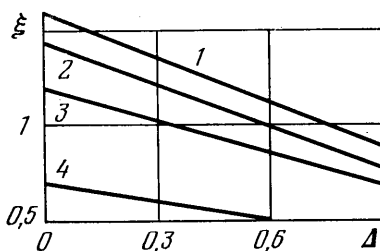
При моделировании изотропного изменения проводимостей использовался массив размерностью  $150 \times 150$ . Задание проводящей системы на этом массиве также проводилось с помощью датчика случайных чисел. При этом ненулевые значения проводимости отдельных элементов были распределены с плотностью  $\rho(\xi) = 2\xi^{-3}$  ( $\xi \geq 1$ ), а доля нулевых элементов составляла 20%. Эффективная проводимость такой среды находилась, как и в случае неизотропного изменения проводимостей, путем решения задачи (4.2). Вариация проводимости задавалась таким образом, что в каждой точке массива в обоих направлениях проводимость уменьшалась на одну и ту же величину  $\Delta$ . Расчеты проводились для десяти различных значений  $\Delta$  от 0 до 0,9 с шагом 0,1.

Результаты расчетов представлены на фиг. 4, где кривая 1 соответствует изменению средней по массиву проводимости элемента с увеличением  $\Delta$ , а кривая 2 — изменению эффективной проводимости среды, определенной с помощью усреднения потока на границе области. В рамках исследованного диапазона изменения  $\Delta$  обе кривые хорошо аппроксимируются линейными зависимостями.

С целью изучения влияния доли нулевых элементов на структуру бесконечного кластера и соответственно на эффективную проводимость среды проведена еще одна серия расчетов для случая изотропного изменения проводимостей. Массив проводимостей для второй серии расчетов был получен из массива проводимостей, использованного в первой серии, удалением случайным образом еще 20% проводящих элементов. Таким образом, доля нулевых элементов доводилась до 40%. Результаты расчетов второй серии представлены на фиг. 4. Кривая 3 соответствует изменению среднего по массиву значения проводимости элемента, а кривая 4 — изменению эффективной проводимости среды. Сравнение данных расче-



Фиг. 3



Фиг. 4

тов двух серий показывает, что с уменьшением доли проводящих элементов возрастает разница между средней по массиву величиной проводимости и эффективной проводимостью среды, что связано с уменьшением числа проводящих цепочек в структуре бесконечного кластера.

На основании результатов работы [3], в которой получена формула для эффективной проводимости неоднородной среды, величины локальных проводимостей которой распределены с плотностью  $\rho(\xi)$ , можно получить аналитическую оценку для изменения эффективной проводимости среды. Вид формулы для эффективной проводимости аналогичен виду формулы (1.1). Изменяется лишь выражение  $I$ . Записанное непосредственно через проводимости отдельных связей  $\xi$ , оно имеет вид

$$I(\xi_1) = \left[ \int_{\xi_1}^{\infty} \rho(\xi) d\xi \right]^{-1} \int_{\xi_1}^{\infty} \rho(\xi) \xi^{-1} d\xi$$

Здесь  $\xi_1$  является аналогом величины  $b_1$  в формуле (1.1), а величина  $\xi_c$  (аналог  $b_c$ ) определяется из соотношения

$$\kappa \int_{\xi_c}^{\infty} \rho(\xi) d\xi = P_c.$$

Все остальные обозначения остаются прежними. При малых значениях отношения  $\delta = \Delta/\xi$  после вычисления интегралов (в линейном по  $\delta$  приближении) получаем формулу для изменения эффективной проводимости среды

$$\Delta \xi_f = -3,34 d^{-1} \kappa^{1,33} \frac{27}{32} \left( \frac{2\kappa - 1}{2\kappa} \right)^{4/3} \Delta$$

Таким образом, при малых  $\Delta$  эффективная проводимость неоднородной среды меняется линейно с изменением  $\Delta$ . Численные расчеты показывают, что линейная зависимость сохраняется и для  $\delta \sim 1$ .

Разработанная модель проницаемости неоднородной среды объясняет универсальность экспоненциальной зависимости фильтрационных свойств от эффективных напряжений. Она проявляется в том, что коэффициент  $\gamma$  в формуле (2.11) зависит от упругих свойств породы-коллектора и от структуры порового пространства, но не зависит от эффективного давления в среде. Столь резкая зависимость фильтрационных свойств от давления обусловлена существенным различием характерных размеров поперечных сечений микрокапилляров. В рамках разработанной модели получено анизотропное изменение фильтрационных характеристик среды



в случае сложного напряженного состояния. При этом даже в условиях постоянства эффективного давления за счет перераспределения напряжений происходит увеличение радиальной и уменьшение азимутальной компонент тензора проницаемости. Проведено численное моделирование изменения проводимости неоднородной среды, подтвердившее применимость перколяционной модели для расчета коэффициента проницаемости неоднородной среды. Моделирование неізотропного нагружения среды подтвердило представление о структуре бесконечного кластера как совокупности параллельных проводящих цепочек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Кречетова Т. Н., Ромм Е. С.* Об использовании нелинейно-упругой трещинно-капиллярной модели пористой среды для изучения влияния давления на физические свойства пород-коллекторов нефти и газа.— В сб.: Вопросы нелинейной геофизики. М.: 1981, с. 86—97.
2. *Кречетова Т. Н., Ромм Е. С.* О связи главных компонент тензоров напряжений и проницаемости пористых сред.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 1, с. 173—177.
3. *Селяков В. И.* Эффективная проницаемость неоднородной среды.— В сб.: Всесоюз. семинар «Современные проблемы и математические методы теории фильтрации». Москва, 1984 г. Тез. докл. М., 1984, с. 99—101.
4. *Марморштейн Л. М.* Коллекторские и экранирующие свойства осадочных пород при различных термодинамических условиях. Л.: Недра, 1975. 160 с. (Тр. науч.-исслед. ин-та геологии Арктики, т. 180).
5. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
6. *Терцаги К.* Теория механики грунтов. М.: Госстройиздат, 1961. 508 с.
7. *Горбунов А. Т.* Разработка аномальных нефтяных месторождений. М.: Недра, 1981. 239 с.
8. *Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А.* Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970. 335 с.

Москва

Поступила в редакцию  
12.XI.1984