

УДК 532.526:537.5

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА РАЗВИТИЕ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ТОНКОМ ПРОФИЛЕ

КАЗАКОВ А. В., КУРЯЧИЙ А. П.

В последнее время ведутся поиски новых экономичных и простых в осуществлении способов управления пограничным слоем [1, 2], в частности на основе использования электромагнитных сил [3]. Возможность увеличения протяженности ламинарного участка пограничного слоя в результате воздействия на течение сил электростатической природы исследована в [4] в случае обтекания плоской пластины несжимаемой жидкостью. В настоящей работе исследуется эффективность электрогазодинамического (ЭГД) способа ламинаризации пограничного слоя в сжимаемых градиентных течениях.

1. Рассматривается плоское дозвуковое обтекание тонкого симметричного профиля с хордой l° и относительной полутолщиной δ_w потоком совершенного вязкого газа под нулевым углом атаки. Выбрана декартова система координат с осью x , направленной вдоль скорости набегающего потока, и началом на передней кромке профиля. В качестве характерной длины используется l° , причем знаком градус обозначаются размерные величины. Форма профиля определена уравнением $y_w(x) = \delta_w W(x)$, $0 \leq x \leq \leq 1$. Предполагается, что профиль выполнен из диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_w , а вблизи его поверхности распространяется униполярно заряженная ионная струя, источником которой может служить, например, коронный разряд. Система электродов, применяемая для создания ионной струи в коронном разряде, в данной работе моделируется двумя полубесконечными сетчатыми электродами Γ_1 и Γ_2 , установленными перпендикулярно набегающему потоку в точках x_1 и x_2 , и электродом Γ_3 , расположенным внутри профиля при $y=0$ (фиг. 1). При этом предполагается, что электроды Γ_1 и Γ_2 не возмущают сами по себе газодинамическое обтекание профиля. Электроды Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 моделируют соответственно источники заряда, расположенные выше по течению от плоскости $x=x_1$, находящийся на поверхности профиля ниже по течению от x_2 коллектор ионов и систему электродов, установленных внутри тела и создающих то или иное распределение вертикальной компоненты напряженности электрического поля.

Уравнения, описывающие ЭГД-течения, приведены, например, в [5, 6]. Характерной особенностью таких течений, реализуемых при использовании коронного разряда, является малая величина параметра ЭГД-взаимодействия $N = \epsilon_0 / (\rho^\circ b^{\circ 2})$, где ϵ_0 — абсолютная диэлектрическая проницаемость воздуха, ρ° — его плотность, b° — подвижность ионов. По этой причине в тех областях течения, где безразмерные плотность заряда и напряженность электрического поля порядка единицы, газодинамические функции в главном приближении не зависят от электрических величин, причем последние могут определяться при известных газодинамических полях [5]. Уравнения, описывающие электрические параметры течения, в безразмерной форме имеют вид

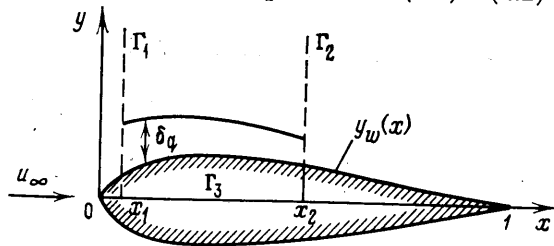
$$\nabla E = q, \quad \nabla \times E = 0 \quad (1.1)$$

$$\left(\mathbf{v} + \frac{\mathbf{E}}{\rho}\right) \nabla q + \frac{q^2}{\rho} - \frac{q}{\rho} \left(\mathbf{v} + \frac{\mathbf{E}}{\rho}\right) \nabla \rho = \frac{1}{k \operatorname{Re}_i} \nabla \left(\frac{T}{\rho} \nabla q\right) \quad (1.2)$$

$$\operatorname{Re}_i = \rho_\infty u_\infty l^\circ / \mu_\infty^\circ, \quad k = \mu_\infty^\circ / \rho_\infty^\circ D_\infty^\circ$$

Здесь $\mathbf{V} = (u, v)$, $\mathbf{E} = (E_x, E_y)$ — соответственно векторы скорости и напряженности электрического поля, q — плотность объемного заряда, ρ и T — плотность и температура газа, u_∞° , ρ_∞° , μ_∞° , D_∞° — соответственно скорость, плотность, коэффициенты динамической вязкости газа и диффузии ионов в набегающем потоке. При написании (1.2) предполагалось, что подвижность ионов обратно пропорциональна плотности газа, а для коэффициента диффузии справедливо уравнение Эйнштейна.

На основании второго уравнения (1.1) можно ввести электрический потенциал и тогда для системы уравнений (1.1)–(1.2) в общем случае



Фиг. 1

необходимо задать распределения потенциала и заряда на электродах и при $y \rightarrow \infty$. Кроме этого, на диэлектрической поверхности тела должны выполняться условия непрерывности потенциала и равенства нулю плотности тока, а разрыв нормальной к поверхности составляющей вектора электрической индукции должен равняться плотности поверхностного заряда.

Далее строится приближенное решение уравнений (1.1)–(1.2) в предположении, что относительная полутолщина тела $\delta_w \ll 1$, а толщина ионной струи $\delta_q \sim \delta_w$. Предполагается, что диэлектрическая поверхность адсорбирует поверхностный заряд, плотность которого определяется из соотношения $\Sigma = \sigma q_w$ [7]. Здесь q_w — плотность объемного заряда вблизи поверхности, а σ — некоторый малый коэффициент, который зависит, вообще говоря, от параметров течения и свойств поверхности. В дальнейшем предполагается, что параметр $\sigma \ll 1$ и удовлетворяет соотношению $\varepsilon^2 \ll \sigma \ll \varepsilon$, где $\varepsilon = \operatorname{Re}_i$, $\varepsilon \ll 1$. Предположим также, что нормальные к поверхности тела компоненты напряженности электрического поля E_n (для тонкого тела $E_n \sim E_y$), индуцируемые независимо объемным зарядом струи, поверхностным зарядом и распределением потенциала на электродах, имеют один порядок величины. В этом случае для толщины образующегося вблизи поверхности тела ионного диффузионного слоя на основании (1.1)–(1.2) получается оценка $\delta_D \sim \sigma$, а для плотности объемного заряда и нормальной компоненты напряженности поля в слое имеем $q \sim \varepsilon^2 / \sigma^2 \gg 1$, $E_n \sim \varepsilon^2 / \sigma \ll 1$. Поскольку компонента поля E_y , индуцируемого ионной струей, имеет порядок $\delta_q \sim \delta_w$, то в дальнейшем предполагается, что численные значения параметров задачи таковы, что можно считать $\varepsilon^2 / \sigma \sim \delta_w$.

В области ионной струи с координатами $x \sim 1$, $y \sim 1$ имеем $u \sim E_x \sim q \sim 1$, $v \sim E_y \sim \delta_w$. Из второго уравнения (1.1) непосредственно следует, что изменение E_x поперек струи порядка δ_w^2 . Можно показать, что аналогичная оценка справедлива и для изменения компонент скорости поперек струи, используя для этого условие потенциальности течения и уравнение неразрывности. Оценки показывают, что последний член в левой части уравнения (1.2) имеет порядок δ_w , а диффузионный член в правой

части (1.2) порядка $\sigma/\delta_w \ll 1$. Таким образом, с относительной погрешностью δ_w электрические параметры в ионной струе описываются уравнениями

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = q - \frac{dE_x}{dx}, \quad (\rho u + E_x) \frac{\partial q}{\partial x} + (\rho v + E_y) \frac{\partial q}{\partial y} + q^2 = 0 \quad (1.3)$$

Причем в (1.3) входят только значения функций $E_x(x)$, $\rho(x)$, $u(x)$, $v(x)$ на поверхности тела.

Вблизи диэлектрической поверхности профиля образуется ионный диффузионный слой, плотность заряда $q = \varepsilon^2 Q(x, Y)/\sigma^2$ и нормальная к поверхности компонента напряженности поля $E_n = \varepsilon^2 E/\sigma$ в котором удовлетворяют следующей приближенной системе уравнений и краевых условий:

$$\frac{k}{T} E' = Q, \quad E''' = EE'' + (E')^2 \quad (1.4)$$

$$Y=0: E'' = EE', \quad E = \varepsilon_w E_2 + \frac{k}{T} E'; \quad Y \rightarrow \infty: E' \rightarrow 0 \quad (1.5)$$

$$Y = \frac{ky}{\sigma T_w}, \quad E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon^2} E_{n2}$$

где штрихом обозначено дифференцирование по переменной диффузионного слоя Y , T_w — температура поверхности, E_{n2} — компонента напряженности поля внутри тела [4]. Решение задачи (1.4)–(1.5) имеет вид

$$E(x, Y) = E_\infty(x) \frac{1 + \beta_1}{1 - \beta_1}, \quad Q(x, Y) = \frac{2k}{T_w} E_\infty^2(x) \frac{\beta_1}{(1 - \beta_1)^2} \quad (1.6)$$

$$E_\infty(x) = E(x, \infty), \quad \beta_1 = \beta(x) \exp(E_\infty Y)$$

Одна из неизвестных функций $E_\infty(x)$, $E_2(x)$, $\beta(x)$ может быть выражена через две другие на основании второго условия (1.5). Функция $E_2(x)$ может быть определена из условия непрерывности электрического потенциала на поверхности профиля, а для нахождения функции $E_\infty(x)$ следует использовать интегральное условие сохранения электрического тока [4]

$$E_x(x) \int_0^{\delta_w} \frac{\varepsilon^2}{\sigma^2} Q dy = -J_w(x) \quad (1.7)$$

$$J_w(x) = \int_{x_1}^x q(\xi, y_w) \left[E_y(\xi, y_w) - E_x(\xi) \frac{dy_w}{d\xi}(\xi) \right] d\xi$$

где $q(x, y_w)$, $E_y(x, y_w)$ — значения плотности заряда и напряженности поля, полученные на основании решения уравнений (1.3), граничные условия для которых определяются из следующих соображений. Значения потенциала на внешней границе ионной струи отличаются от его значений на электроде Γ_3 (при $y=0$) на величину порядка δ_w^2 , следовательно, с относительной погрешностью δ_w можно решать уравнение Лапласа в полуполосе $x_1 \leq x \leq x_2$, $y \geq 0$ с заданными распределениями потенциала на электродах Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 . Производные по x и y от полученного распределения потенциала, взятые со знаком минус при $y=0$, дадут значения функции $E_x(x)$, входящей в (1.3), (1.7), и компоненты напряженности поля на внешней границе ионной струи $-E_{ye}(x)$. Тогда для поля внутри струи

имеем

$$E_y(x, y) = E_{ye}(x) + \frac{dE_x}{dx} [\delta_q(x) - y] - \int_y^{y_w + \delta_q} q(x, y') dy' \quad (1.8)$$

и для решения (1.3) необходимо только задать начальное распределение плотности объемного заряда на электроде Γ_1 .

Второе уравнение (1.3) решается методом характеристик. При этом удобно перейти к переменным $y_i = y/\delta_w$, $E_{yi} = E_y/\delta_w$, $v_i = v/\delta_w$.

Теперь можно найти напряженность поля на внешней границе диффузионного слоя и функцию $\beta(x)$

$$E_\infty(x) = \frac{\sigma}{\varepsilon^2} \left[E_y(x, y_w) - E_x(x) \frac{dy_w}{dx}(x) \right]$$

$$\beta(x) = \left[1 + 2\varepsilon^2 \frac{E_\infty(x) E_x(x)}{\sigma J_w(x)} \right]^{-1}$$

где $E_y(x, y_w)$ определяется из (1.8), а функция $\beta(x)$ определена из уравнения (1.7).

Таким образом можно приближенно рассчитать электрические параметры при ЭГД-обтекании тонкого профиля.

2. ЭГД-воздействие на течение в пограничном слое определяется приближенно путем учета только тех членов в уравнениях пограничного слоя, которые связаны с распределением заряда в диффузионном слое (1.6). Действительно, в диффузионном слое плотность заряда много больше, чем в остальной области течения, вследствие чего, несмотря на малое значение параметра ЭГД-взаимодействия, объемные электрические силы, действующие на газ, могут быть значительными.

Вводя новые переменные η , V , y' , получим систему уравнений и краевых условий ЭГД пограничного слоя в форме, удобной для численных расчетов

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{x}} \int_0^{y'} \rho dy', \quad V = \sqrt{x} u \int_0^{y'} \frac{\partial \rho}{\partial x} dy' - \frac{u}{2\sqrt{x}} \int_0^{y'} \rho dy' + \rho v, \quad y' = \frac{y}{\varepsilon}$$

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{u}{2} = 0$$

$$xu \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho \mu \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \frac{x}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{x}{\rho} N \frac{\varepsilon^2}{\sigma^2} Q E_x \quad (2.1)$$

$$xu \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\rho \mu}{Pr} \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) + C_0 \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho \mu \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \frac{x}{\rho} C_0 N \frac{\varepsilon^2}{\sigma^2} Q E_x \left(u + \frac{E_x}{\rho} \right)$$

$$\eta=0: u=V=0, \quad H=H_w; \quad \eta \rightarrow \infty: u \rightarrow u_e(x), \quad H \rightarrow 1 \quad (2.2)$$

$$\rho = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{2C_0 p}{2H - C_0 u^2}, \quad \mu = \left(\frac{H}{C_0} - \frac{u^2}{2} \right)^\tau, \quad C_0 = \frac{2(\kappa-1)M_\infty^2}{2 + (\kappa-1)M_\infty^2}$$

Здесь давление p обезразмерено на $\rho_\infty^\circ u_\infty^{\circ 2}$, H — полная энтальпия, отнесенная к своему значению в набегающем потоке, M_∞ — число Маха набегающего потока, κ — показатель адиабаты, Pr — число Прандтля, $u_e(x)$ — распределение скорости на внешней границе пограничного слоя, определяемое из решения задачи невязкого обтекания профиля. В расчетах задавались постоянные $\kappa=1,4$, $Pr=0,71$, $\gamma=0,75$, а температура поверхности принималась равной температуре восстановления.

Распределение давления, полученное из условия изэнтропичности внешнего невязкого течения, имеет вид

$$p(x) = \frac{1}{\kappa M_\infty^2} \left[1 + (1 - u_e^2) \frac{\kappa - 1}{2} M_\infty^2 \right]^{\kappa/(\kappa-1)}$$

Отметим, что переменная диффузионного слоя Y , входящая в выражение (1.6) для функции Q , связана с переменной пограничного слоя η соотношением

$$Y = \frac{k}{T_w} \frac{\varepsilon}{\sigma} \sqrt{x} \int_0^\eta \frac{d\eta}{\rho(x, \eta)}$$

Параметры пограничного слоя, определенные на основе решения задачи (2.1)–(2.2), при исследовании устойчивости течения относились к своим значениям на внешней границе пограничного слоя и пересчитывались в переменных

$$x, \xi = \left(\frac{\text{Re}_{le}}{\text{Re}_l} \right)^{1/2} \int_0^\eta \frac{d\eta}{\rho(x, \eta)}, \quad \text{Re}_{le} = \frac{\rho_e^\circ u_e^\circ l^\circ}{\mu_e^\circ}$$

3. Уравнения, описывающие развитие малых возмущений в ЭГД пограничном слое, получаемые путем линеаризации полных уравнений электрогазодинамики, в плоскопараллельном приближении имеют такой же вид, как в обычной газовой динамике.

На основании оценок работы [8], задавая возмущения x -, ξ -, z -компонент скорости, давления и температуры в виде волны Толлмина–Шлихтинга можно получить в главном приближении систему обыкновенных дифференциальных уравнений и граничных условий, аналогичную приведенной в [9]

$$(u', v', w', p', T') = [f(\xi), \varphi(\xi), h(\xi), \pi(\xi), \theta(\xi)] \exp [i(\alpha x + \beta z - \omega t)]$$

$$z_i'(\xi) = \sum_{j=1}^6 a_{ij}(\xi) z_j(\xi), \quad i=1, \dots, 6 \quad (3.1)$$

$$z_1(0) = z_3(0) = z_5(0) = 0 \quad (3.2)$$

$$z_1(\infty), z_2(\infty), z_3(\infty) < \infty \quad (3.3)$$

$$z_1 = \alpha f + \beta h, \quad z_2 = z_4', \quad z_3 = \alpha \varphi, \quad z_4 = \pi / (\kappa M^2), \quad z_5 = \theta, \quad z_6 = z_5'$$

$$a_{12} = 1, \quad a_{21} = i R \rho \Omega / \mu, \quad a_{23} = R \rho \alpha U' / \mu$$

$$a_{24} = i R (\alpha^2 + \beta^2) / \mu, \quad a_{31} = -i, \quad a_{33} = -\rho' / \rho, \quad a_{34} = -i \kappa M^2 \Omega \quad (3.4)$$

$$a_{35} = i \rho \Omega, \quad a_{43} = -a_{35}, \quad a_{56} = 1, \quad a_{63} = -\text{Pr} R \rho' / (\rho \mu)$$

$$a_{64} = -i \text{Pr} R (\kappa - 1) M^2 \Omega / \mu, \quad a_{65} = i \text{Pr} R \rho \Omega / \mu, \quad \Omega = \alpha U - \omega$$

В (3.4) выписаны отличные от нуля коэффициенты системы уравнений (3.1). В (3.1)–(3.4) штрихом обозначено дифференцирование по переменной ξ , введенной ранее, α и β – комплексные волновые числа, ω – действительная частота возмущения (т. е. рассматривается пространственное развитие возмущений), z_i – комплексные функции переменной ξ , $U(\xi) = u(x, \xi)$, $\rho(\xi)$, $\mu(\xi)$ – параметры основного стационарного течения в пограничном слое, M – число Маха, определенное по параметрам потока на внешней границе пограничного слоя, $R = (x \text{Re}_{le})^{1/2}$.

Решение задачи (3.1)–(3.4) осуществляется путем интегрирования уравнений (3.1) от внешней границы пограничного слоя к стенке с использованием процедуры ортогонализации [10]. Вне пограничного слоя, где коэффициенты a_{ij} постоянны, а U , ρ , μ равны единице, решение системы уравнений (3.1) имеет вид

$$z_i = \sum_{j=1}^6 C_j A_i^{(j)} \exp(\lambda_j \xi), \quad i=1, \dots, 6$$

$$A^{(j)} = \left\| \left\| 1, \lambda_j, \frac{\lambda_j \lambda_j^2 - a_{21}}{a_{43} a_{24}}, \frac{\lambda_j^2 - a_{21}}{a_{24}}, \frac{a_{64} \lambda_j^2 - a_{21}}{a_{24} \lambda_j^2 - a_{65}}, \lambda_j \frac{a_{64} \lambda_j^2 - a_{21}}{a_{24} \lambda_j^2 - a_{65}} \right\| \right\| \quad (3.5)$$

Здесь C_j — произвольные константы, λ_j — собственные числа, являющиеся корнями уравнения $\text{Det} \|\lambda E - a_{ij}\| = 0$ (E — единичная матрица) и определяемые формулой Кардано, а $A^{(j)}$ — собственные векторы, соответствующие λ_j .

Выражения (3.5) используются в качестве начальных значений при интегрировании системы уравнений (3.4) от внешней границы пограничного слоя. При этом в силу условий (3.3) $C_j = 0$ для λ_j , у которых $\text{Real } \lambda_j > 0$. В качестве характеристического уравнения задачи на собственные значения (3.1) — (3.4) используется условие $z_5(0) = 0$, причем входящие в него три отличные от нуля константы C_j находятся на основании двух первых условий (3.2) и условия нормировки $z_2(0) = 1$.

В проведенных расчетах рассматривались лишь двумерные возмущения, т. е. было положено $\beta = 0$. Основанием для этого, несмотря на отсутствие аналога теоремы Сквайра в сжимаемых течениях, является то обстоятельство, что при $M < 0,8$ минимальные значения $\alpha_i = \text{Imag } \alpha$ достигаются для волн с $\beta = 0$, и лишь при $M > 0,8$ появляется пологий минимум при $\beta \neq 0$ [11].

4. В проведенных расчетах были заданы постоянные значения $k=1$, $\sigma=10^{-5}$, на электроде Γ_1 задавались потенциал $\varphi_* = \text{const} > 0$, начальная толщина ионной струи $\delta_{q0} = 0,025$ и плотность объемного заряда $q_* = \text{const} > 0$. На электроде Γ_3 задавалось распределение потенциала

$$\varphi(x, 0) = \varphi_* (1-x') + A_3 x' [\exp(-B_3 x') - \exp(-B_3)] + C_3 \sin(\pi x') + D_3 (1-x') (x' - E_3)^2, \\ x' = (x - x_1) / (x_2 - x_1)$$

Значения параметров A_3, B_3, C_3, D_3, E_3 подбирались такими, чтобы обеспечить минимально возможные значения $|E_\infty(x)|$ при условии $E_\infty(x) < 0$. Распределение потенциала на электроде Γ_2 должно моделировать коллектор ионов, расположенный на поверхности обтекаемого профиля. Если $dy_w(x_2)/dx < 0$, то при задании на Γ_2 постоянного потенциала всегда найдется точка на поверхности профиля $x < x_2$, в которой $E_n \cong E_y - E_x dy_w/dx > 0$, что должно приводить к отрыву ионной струи от поверхности. Во избежание такой ситуации на электроде Γ_2 задавалось распределение потенциала, обеспечивающее прижатие ионной струи к поверхности во всем межэлектродном промежутке

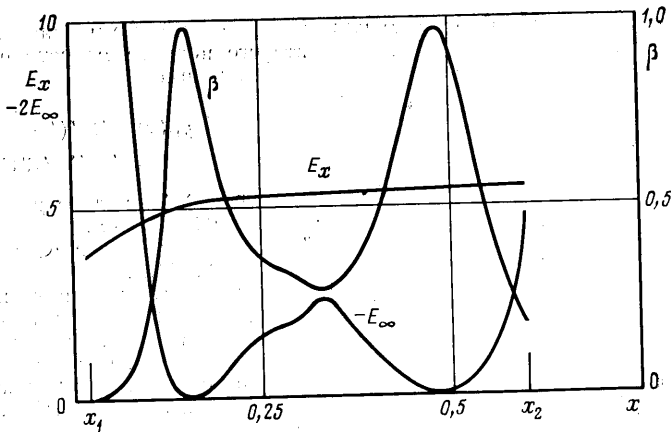
$$\varphi(x_2, y) = -1,05y \exp(-y) E_x(x_2) \frac{dy_w(x_2)}{dx}$$

Были проведены расчеты для эллиптического профиля и профиля Жуковского. При определении скорости на поверхности рассматриваемых тел используются известные результаты для случая обтекания тонкого тела несжимаемой жидкостью [12]. Отметим, что попытка применения к телам с точкой торможения преобразования Прандтля — Глауэрта, сводящего задачу определения симметричного дозвукового обтекания тонкого профиля к эквивалентной задаче в несжимаемой жидкости, приводит к особенностям при $x=0$. Это связано с тем, что вблизи точки торможения возмущения функций течения имеют порядок единицы, так что указанное преобразование в этой области несправедливо. Использование результатов, полученных для несжимаемых течений, приводит к ошибке порядка M_∞^2 , что при $M_\infty \cong 0,1$ не превышает относительную погрешность δ_w .

В проведенных расчетах задавались $M_\infty = 0,1$, $\text{Re}_l = 4 \cdot 10^6$ и предполагалось, что характерные значения других основных параметров следующие: $l^\circ \cong 1,5$ м, $b^\circ \cong 2 \cdot 10^{-4}$ м²/(В·с), $q^\circ \cong 10^{-5}$ К/м³, $E_x^\circ \cong 10^6$ В/м, $\rho^\circ \cong 1$ кг/м³. В этом случае для безразмерных значений параметров задачи получаются значения

$$q_* = \frac{b^\circ l^\circ q^\circ}{\varepsilon_0 u_\infty^\circ} \cong 5, \quad E_x = \frac{b^\circ E_x^\circ}{u_\infty^\circ} \cong 5, \quad \varphi_* \cong E_x(x_2 - x_1), \quad N \cong 10^{-3}$$

Форма эллиптического профиля задается выражением $y_w(x) = \delta_w \sqrt{x - x^2}$, $\delta_w = 0,05$. Распределение скорости и плотности газа на поверхности профиля, входящие в уравнение (1.3), в предположении изэнтропичности течения на основании теории возмущений и правила Лайтхил-



Фиг. 2

ла описываются выражениями

$$u(x) = \left(1 + \delta_w + \frac{1}{2} \delta_w^2\right) \sqrt{\frac{x-x^2}{x-x^2 + \frac{1}{4} \delta_w^2 + \frac{1}{16} \delta_w^4}}$$

$$v(x) = \frac{dy_w(x)}{dx}, \quad \rho(x) = \left[1 + \frac{1}{2}(1-u^2-v^2)(\kappa-1)M_\infty^2\right]^{1/(\kappa-1)}$$

Это же распределение $u(x)$ используется в качестве $u_e(x)$ в задаче о пограничном слое (2.1)–(2.2).

Координаты электродов Γ_1 и Γ_2 на эллиптическом профиле задавались равными $x_1=0,02$, $x_2=0,6$, потенциал электрода $\Gamma_1 \varphi_* = 3$, $q_* = 5$, значения параметров, задающих распределение потенциала на электроде Γ_3 , составляли: $A_3=0,67$, $B_3=5$, $C_3=0,041$, $D_3=0,15$, $E_3=0,69$. На фиг. 2 представлены распределения $E_x(x)$, $-E_\infty(x)$, $\beta(x)$ в межэлектродном промежутке, определяющие ЭГД-воздействие на течение в пограничном слое.

Для оценки положения точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в последнее время применяются различные полуэмпирические методы [13]. В настоящей работе используется разновидность e^n -метода предсказания перехода, аналогичная предложенной в [14]. В каждом сечении пограничного слоя $x = \text{const}$, т. е. при фиксированных значениях R и M находятся минимальные значения $\alpha_{i \min}$ и соответствующее ему значение частотного параметра $F = \omega/R$. Затем вычисляется интеграл

$$n = - \int_{\alpha_0}^{\alpha^0} \alpha_{i \min} d\alpha^0 = -2 \int_{R_0}^R \alpha_{i \min} dR$$

где нижний индекс 0 соответствует началу нейтральной кривой устойчивости. Положение точки перехода сопоставляется с определенным значением n_* , которое, вообще говоря, должно определяться из эксперимента. Ввиду отсутствия соответствующих экспериментальных данных по переходу на тонких профилях в настоящей работе принимается критическое значение $n_* = 11$. Однако можно ожидать, что использование этого условия не должно сильно влиять как на качественные, так и количественные результаты, касающиеся оценки влияния ЭГД-воздействия на положение точки перехода, так как наибольший интерес представляет лишь относительное ее смещение.

На фиг. 3 изображены зависимости $-\alpha_{i \min}(x)$, $F(x)$, $n(x)$ для эллиптического профиля. Пунктиром изображены результаты расчетов для обычного пограничного слоя, сплошными линиями — для пограничного слоя с ЭГД-воздействием. Из сравнения фиг. 2 и 3 следует, что для заметного влияния ЭГД-воздействия на характеристики устойчивости пограничного слоя значения $E_\infty(x)$ по абсолютной величине должны быть больше $-0,5$. Критическое значение $n_* = 11$ достигается в пограничном слое без воздействия при $x=0,63$, а с воздействием — при $x=0,71$. Таким образом, точка перехода смещается приблизительно на 11% относительно своего первоначального положения.

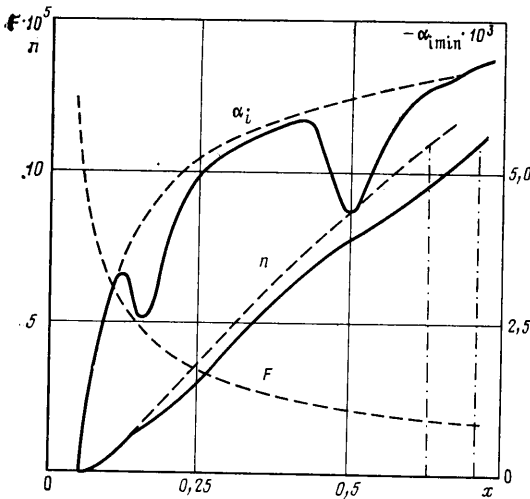
В качестве второго примера рассматривается тонкий симметричный профиль Жуковского, форма которого с точностью до второго порядка малости описывается функцией

$$y_w(x) = 4\delta_w'(1-x)\sqrt{x-x^2},$$

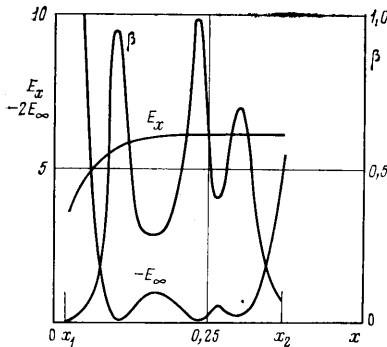
$$\delta_w' = 4\delta_w / (3\sqrt{3})$$

где δ_w' — полутолщина в точке $x=0,5$, δ_w — максимальная полутолщина профиля в точке $x=0,25$ [12]. В отличие от эллиптического профиля на профиле Жуковского разгонный участок течения существенно короче. Скорость на поверхности тела на основании правила Лайтхилла описывается выражением

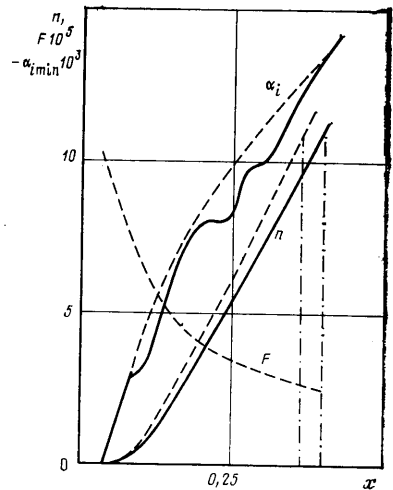
$$u(x) = [1 + \delta_w'(3-4x) + \frac{1}{2}\delta_w'(16x^3 - 24x^2 + 9x) \cdot \sqrt{x/(x+\delta_w'^2)}]$$



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

В расчетах задавались $x_1=0,02$, $x_2=0,37$, $q_*=5$, $\varphi_*=2$, $A_3=0,694$, $B_3=5$, $C_3=0,027$, $D_3=0,13$, $E_3=5/7$. Основные электрические параметры течения представлены на фиг. 4, а результаты расчетов характеристик устойчивости пограничного слоя — на фиг. 5. В данном случае благодаря тому, что на большей части поверхности тела имеется неблагоприятный градиент давления, значения $\alpha_{i\min}$ по абсолютной величине примерно в 2 раза больше, чем на эллиптическом профиле для одних и тех же значений координаты x . По этой причине значение $n_*=11$ достигается в этом случае гораздо раньше: при $x=0,37$ без воздействия и при $x=0,4$ при наличии ЭГД-воздействия. Смещение точки перехода для указанных выше значений электрических параметров составляет примерно 8%.

Согласно результатам работы [4], увеличение числа Рейнольдса перехода пограничного слоя при ЭГД-обтекании плоской пластины несжимаемой жидкостью достигает 13%. В данной работе получено смещение точки перехода на тонких профилях на 8–11%, что близко к результату для пластины. Таким образом, в результате ЭГД-воздействия можно ожидать смещения точки перехода пограничного слоя примерно на 10%.

Авторы признательны М. Н. Когану за внимание к работе и полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bushnell D. M.* Turbulent drag reduction for external flows.— AIAA Pap., 1983, № 227. 20 p.
2. *Казаков А. В., Коган М. Н., Купарев В. А.* Об устойчивости дозвукового пограничного слоя при нагреве поверхности плоской пластины вблизи передней кромки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 3, с. 68–72.
3. *Malik M. R., Weinstein L. M., Hussaini M. Y.* Ion wind drag reduction.— AIAA Pap., 1983, № 231. 10 p.
4. *Курячий А. П.* О затягивании перехода пограничного слоя электрогидродинамическим методом.— ПММ, 1985, т. 49, вып. 1, с. 107–114.
5. *Ватажин А. Б., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шульгин В. И.* Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983, 344 с.
6. *Гогосов В. В., Полянский В. А.* Электрогидродинамика: задачи и приложения, основные уравнения, разрывные решения.— В кн.: Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. Т. 10. М.: ВИНТИ, 1976, с. 5–85.
7. *Ушаков В. В.* О кинетике накопления поверхностного заряда и граничных условиях в электрогидродинамике.— Сб. науч. тр. Киевск. ин-та инженеров гражд. авиации. Некоторые вопросы аэродинамики и электрогидродинамики. Киев, 1968, вып. 3, с. 103–113.
8. *Алексеев М. А.* Об асимптотических приближениях в задаче устойчивости ламинарного пограничного слоя при сверхзвуковых скоростях.— Тр. ЦАГИ, 1982, вып. 1420. 28 с.
9. *Гапонов С. А., Маслов А. А.* Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
10. *Годунов С. К.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.— Успехи матем. наук, 1961, т. 16, вып. 3, с. 171–174.
11. *Mack L. M.* On the stability of the boundary layer on a transonic sweptwing.— AIAA Pap., 1979, № 264. 16 p.
12. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
13. *Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.* Возникновение турбулентности в пограничном слое.— Новосибирск: Наука, 1982. 151 с.
14. *Srokowski A. J., Orszag S. A.* Mass flow requirements for LFC wing design.— AIAA Pap., 1977, № 1222. 15 p.

Москва

Поступила в редакцию
7.I.1985