

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

ЛАРИНА И. Н.

Предлагаемый метод исследования пространственного обтекания тела вращения потоком разреженного газа основан на численном решении модельных кинетических уравнений. В качестве примера рассматривается задача обтекания эллипсоида вращения гиперзвуковым потоком, вектор скорости которого составляет угол α_0 с осью симметрии тела и находится в плоскости симметрии. Исследуется влияние угла атаки, температуры поверхности и числа Кнудсена на аэродинамические характеристики тела.

Хорошее совпадение результатов численных расчетов с экспериментальными данными в широком диапазоне чисел Маха [1, 2] показало, что численное решение модельных кинетических уравнений является надежным и эффективным аппаратом для исследования задач обтекания. В том случае, когда ставится задача определения закономерностей лишь силового взаимодействия потока с телом, достаточно хорошую точность дает использование модельного уравнения БГК.

Уравнение БГК для функции распределения $f(x, u)$, записанное в безразмерных переменных, имеет вид

$$\mathbf{u} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \nu [F - f], \quad \nu = \frac{0,8}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\text{Kn}} \frac{nT}{\mu(T)}$$

$$n = \int f \, du, \quad n v_i = \int u_i f \, du, \quad nT = \frac{2}{3} \int c^2 f \, du \quad (1)$$

$$c = \mathbf{u} - \mathbf{v}, \quad F = nT^{-3/2} \exp - \frac{c^2}{T}, \quad \text{Kn} = \frac{\lambda_\infty}{2R}, \quad B = \frac{T_\infty}{T_*}$$

$$u(T) = \frac{T^{3/2} \psi(B)}{\psi(BT)}, \quad \psi(t) = 0,767 + 0,233t^{-1/2} \exp[-1,17(t-1)]$$

где n , v_i , T — плотность, скорость и температура газа, λ_∞ — длина пробега в невозмущенном потоке, $\mu(T)$ — вязкость газа, соответствующая потенциалу Леннарда — Джонса [3], R — размер вертикальной полуоси эллипсоида, T_* — приведенная температура, T_∞ — температура газа в набегающем потоке.

При обезразмеривании уравнений в качестве характерных величин выбирались: плотность газа на бесконечности n_∞ , радиус R и тепловая скорость $v_0 = (2kT_\infty/m)^{1/2}$.

Граничные условия для функции распределения $f(x, u)$ в набегающем потоке f_∞ и на поверхности тела f_w имеют вид

$$f_\infty = n^{-3/2} \exp[-(\mathbf{u} - \mathbf{S})^2], \quad f_w = n_w (\pi T_w)^{-3/2} \exp(-u^2/T_w) \quad (2)$$

Здесь \mathbf{S} — безразмерная скорость набегающего потока, T_w — температура поверхности, а величина n_w определяется из условия непротекания на поверхности тела.

Решение уравнения (1) с граничными условиями (2) строится следующим образом: кинетическое уравнение (1) интегрируется вдоль характеристики и для функции распределения $f(x, u)$ получается нелинейное интегральное уравнение

$$f(x, u) = f_s(x - \xi l_s, u) \exp \left[-\frac{1}{u} \int_0^{l_s} \nu(x - \xi l) \right] dl +$$

$$+ \frac{1}{u} \int_0^{l_s} \nu(x - \xi l) F(x - \xi l, u) \exp \left[-\frac{1}{u} \int_0^l \nu(x - \xi l') dl' \right] dl \quad (3)$$

где ξ — единичный вектор скорости вдоль характеристики, l_s — расстояние до границы, f_s — граничная функция распределения.

После подстановки (3) в выражения для моментов функции распределения получается система нелинейных уравнений для макропараметров, которая решается методом итераций.

Таким образом, задача сводится к вычислению на каждой итерации в каждой точке координатного пространства четырехкратных интегралов — трехкратного интеграла в пространстве скоростей и интеграла вдоль характеристики. Ранее такой метод вычислений использовался для решения осесимметричных задач аэродинамики разреженных газов [2–4].

Свяжем с телом неподвижную систему координат x, y, z , направив ось x вдоль оси вращения тела навстречу потоку. В пространстве x, y, z введем полярно-сферическую систему координат r, α, φ : r, α — полярные координаты в меридиональной плоскости, проходящей через ось x ($\alpha=0$ вдоль оси x , $\varphi=0$ вдоль оси z).

Узлы координатной сетки в плоскости r, α получаются при пересечении лучей α_i ($i=1, \dots, n$) и кривых $r_j=r_e(\alpha)+j\Delta r$ ($j=1, \dots, m$), где $r_e(\alpha)$ — уравнение сечения поверхности тела меридиональной плоскостью. Для нахождения макропараметров вне узлов координатной сетки используется линейная интерполяция.

В пространстве скоростей введем подвижную систему координат u_x, u_r, u_φ . Для каждой точки r, α, φ ось u_x направим вдоль оси x , ось u_r проведем в меридиональной плоскости перпендикулярно оси u_x , ось u_φ — ортогонально осям u_r и u_x и направим в сторону роста угла φ .

Введем обозначения для моментов функции распределения

$$M_1(r, \alpha, \varphi) = \int f \, du, \quad M_2 = nv_x = \int fu_x \, du$$

$$M_3 = nv_r, \quad M_4 = nv_\varphi, \quad M_5 = nT$$

По переменной φ для макропараметров вводим тригонометрическую интерполяцию. В области $0 \leq \varphi \leq \pi$ рассмотрим четыре равноотстоящие по φ полуплоскости $\varphi_k = k\pi/3$ ($k=0, 1, 2, 4$). Далее нечетный M_k и четные $M'_k = \{M_1, M_2, M_3, M_5\}$ функции по φ представим интерполяционными тригонометрическими полиномами

$$M(r, \alpha, \varphi) = \sum_{k=1}^2 a_k(r, \alpha) \sin k\varphi, \quad M'(r, \alpha, \varphi) = \sum_{k=0}^3 b_k(r, \alpha) \cos k\varphi$$

Коэффициенты a_k и b_k находятся после вычисления функций

$$M_j = M(r, \alpha, \varphi_j), \quad M'_j = M'(r, \alpha, \varphi_j), \quad \varphi_j = k \frac{\pi}{3} \quad (j=0, 1, 2, 3)$$

$$a_k(r, \alpha) = \sum_{j=1}^2 c_{kj} M_j(r, \alpha), \quad b_k = \sum_{j=0}^3 d_{kj} M'_j(r, \alpha)$$

где c_{kj} и d_{kj} — известные коэффициенты [6].

При вычислении интегралов здесь используется численная схема, которая применялась в [4]. Особенность применяемого метода состоит в том, что сетка в пространстве скоростей не фиксируется для всего координатного пространства, а выбирается индивидуально для каждой координатной точки. Это обеспечивает учет разрывов функции распределения и позволяет использовать квадратурные формулы для вычисления трехкратных интегралов с малым количеством узлов за счет выбора весовых функций, диктуемого анализом поведения функции распределения. Эта схема позволяет вычислять свободномолекулярное решение с высокой точностью. Кроме того, оказывается, что при $\text{Kn} \sim 1$ количество узлов в квадратурных формулах по пространству скоростей не зависит от числа Маха в набегающем потоке. Для выполнения интегрирования вдоль характеристики в (3) используется формула из [5], которая имеет второй порядок точности равномерно относительно u .

Расчеты были проведены для эллипсоида вращения, у которого отношение горизонтальной оси к вертикальной равнялось 1,5 при следующих параметрах: $S=4$, $T_w = \{1, 4, 5\}$, $\alpha_0 = \{0, 0,1, 0,2, 0,3\}$, $\text{Kn} = \{\infty, 1, 0,5\}$. Величина B в формуле вязкости равнялась 0,5, что соответствует течению азота при $S=4$, $T_\infty = 20 \text{ K}$ (для азота $T_* = 91,5 \text{ K}$).

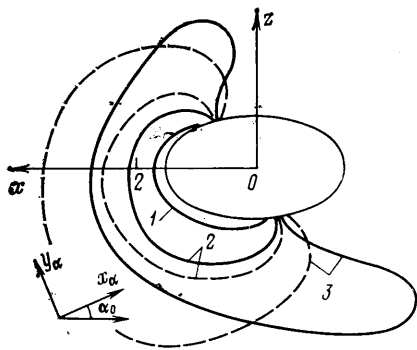
Шаги координатной сетки выбирались переменными так, чтобы в области больших градиентов шага $\Delta\alpha=0,1$, $\Delta r=0,1$. Условия невозмущенного потока ставились на расстоянии $3R$ от поверхности эллипсоида. Расчеты, проведенные для оценки точности счета, дают возможность оценить точность счета при выбранных параметрах схемы в 2~3%.

Для демонстрации влияния числа Кнудсена на поле плотности частиц в потоке на фиг. 1 приводятся линии равных плотностей для $S=4$, $T_w=4,5$, $\alpha_0=0,3$: сплошные линии — для $\text{Kn}=0,5$, штриховые — для $\text{Kn}=\infty$, цифрами 1-3 обозначены кривые для значений плотности $n=2; 1,3; 1,1$.

Полученные в расчетах силы, действующие на обтекаемое тело, представлены в проекциях на оси системы x_α, y_α (фиг. 1), связанной с вектором набегающего потока S . При вычислении коэффициентов сопротивления $C_{x\alpha}$ и подъемной силы $C_{y\alpha}$ в качестве площади характерного сечения выбиралась величина πR^2 .

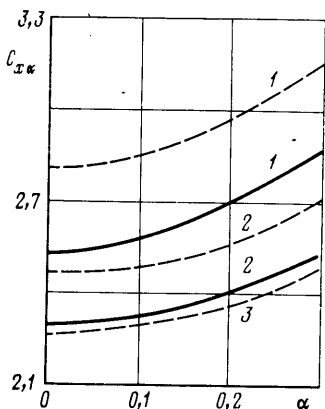
На фиг. 2 приводится зависимость коэффициента сопротивления $C_{x\alpha}$ от угла атаки α_0 при $S=4$. Сплошные линии относятся к данным для температуры $T_w=1$, штриховые линии — для $T_w=4,5$. Цифрами 1-3 обозначены кривые для чисел $\text{Kn}=\infty, 1; 0,5$ соответственно.

Значения коэффициента подъемной силы $C_{y\alpha}$ представлены на фиг. 3 сплошными линиями. Цифрами 1, 2 обозначены кривые для $T_w=1$ и чисел Кнудсена $\infty, 0,5$ соответственно. Цифрами 3, 4 отмечены кривые для $T_w=4,5$ и чисел Кнудсена $\infty, 0,5$. Интересно отметить, что если при обтекании горячего тела ($T_w=4,5$) подъемная сила $C_{y\alpha}$ с уменьшением числа Кнудсена убывает, то при обтекании холодного тела ($T_w=1$) с уменьшением числа Кнудсена $C_{y\alpha}$ увеличивается. Аналогичное качественное поведение $C_{y\alpha}$ было получено при расчетах обтекания конуса под углом атаки [7].

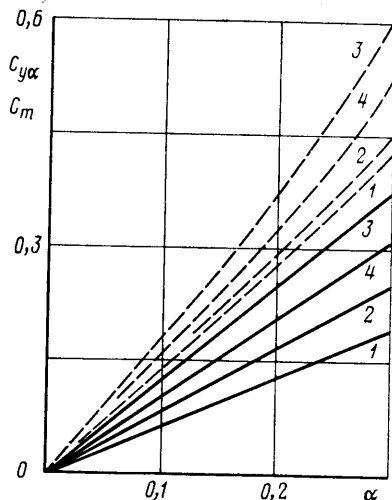


Фиг. 1

При вычислении коэффициента поперечного аэродинамического момента относительно центра эллипсоида C_m в качестве характерной площади принималась площадь $F = \pi R^2 R$. Зависимость коэффициента C_m от угла атаки при $S=4, T_w=1$ представлена на фиг. 3 штриховыми линиями: цифрами 1, 2 обозначены кривые для $Kn = \infty, 0,5$ соответственно. Цифрами 3, 4 обозначены кривые $C_m(\alpha)$ для $T_w=4,5$ и чисел Кнудсена ∞ и $0,5$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Из этих результатов видно, что зависимость величины C_m от числа Кнудсена и температуры поверхности имеет тот же характер, что и для коэффициента подъемной силы $C_{y\alpha}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рыков В. А., Черемисин Ф. Г., Шахов Е. М. Численные исследования по динамике разреженных газов. — Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1980, т. 20, № 5, с. 1266–1283.
2. Ларина И. Н., Рыков В. А. Подобие гиперзвуковых течений разреженного газа около тупых тел. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 2, с. 130–135.
3. Ларина И. Н., Рыков В. А. Исследование обтекания сферы двухатомным разреженным газом. — В кн.: Численные методы в динамике разреженных газов. Вып. 4. М.: ВЦ АН СССР, 1979, с. 52–68.
4. Ларина И. Н. Исследование обтекания холодной сферы при очень больших числах Маха. — В кн.: Численные методы в динамике разреженных газов. Вып. 4. М.: ВЦ АН СССР, 1979, с. 39–50.
5. Жук В. И., Рыков В. А., Шахов Е. М. Кинетические модели и задача о структуре ударной волны. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 4, с. 135–141.
6. Кацкова О. Н., Чушкин П. И. Трехмерное сверхзвуковое равновесное течение газа около тел под углом атаки. — Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1965, т. 5, № 3, с. 503–518.
7. Ерофеев А. И. Расчет обтекания конуса под углом атаки гиперзвуковым потоком разреженного газа. — Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 6, с. 122–127.

Москва

Поступила в редакцию
12.XII.1984