

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАРЯДКИ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ ДИФFUЗИИ ИОНОВ

ФИЛИППОВ А. В.

Исследуется электризация хорошо проводящих частиц в дисперсных средах. Для этого в случае малой объемной концентрации частиц в рамках электрогидродинамики [1, 2] изучается зарядка одной идеально проводящей сферической частицы в униполярно заряженном газе. Предполагается, что частица покоится относительно газа, а ее размер и концентрация ионов достаточно малы, так что собственным электрическим полем ионов можно пренебречь. При помощи численного расчета на ЭВМ найдены зависимости тока электризации от заряда частицы при различных значениях напряженности внешнего электрического поля. Проведено сравнение с экспериментальными данными по зарядке частиц [3].

Рассматриваемая в настоящей работе задача аналогична известной задаче об электрогидродинамическом зонде в униполярно заряженном газе, изучавшейся при различных допущениях в [2, 4–6]. Поскольку размеры используемых зондов достаточно велики, в этих работах пренебрегалось диффузионным движением ионов. В работе [4] газ считался неподвижным и электрическое поле ионов не учитывалось. Решение задачи о цилиндрическом зонде, обтекаемом потоком идеального газа также без учета поля ионов, получено в работе [5]. В работах [2, 6] впервые численно решена задача о сферическом зонде, обтекаемом электрогазодинамическим потоком, в случае, когда объемный заряд, создаваемый ионами, существенно влияет на электрическое поле в окрестности зонда. К задачам о зонде близка по постановке решенная в [7] задача об электризации во внешнем поле идеально проводящей капли жидкости, обтекаемой заряженным газом или жидкостью, с учетом течения жидкости в капле. В работе [8] изучалась диффузионная зарядка неподвижной относительно газа сферической частицы при отсутствии внешнего электрического поля. Собственное электрическое поле ионов в работах [7, 8] не учитывалось. Влияние внешнего электрического поля на электризацию частицы при выполнении остальных условий из [8] рассматривалось в работе [9], где численно исследована зависимость заряда частицы от времени.

1. В дисперсных средах, состоящих из ионизованного газа и диспергированных частиц, частицы могут заряжаться, захватывая заряд у ионов. Для исследования этого явления в случае малой объемной концентрации частиц рассмотрим электризацию одной идеально проводящей сферической частицы в неподвижном униполярно заряженном газе. Будем рассматривать случай, когда радиус частицы a и концентрация ионов достаточно малы и приложенное внешнее электрическое поле можно считать однородным на расстояниях порядка a . Предположим, что все ионы, достигшие поверхности частицы S , мгновенно отдают свой заряд частице, так что объемная концентрация заряда у поверхности S обращается в нуль. Обозначим через E_0 и q_0 невозмущенные значения напряженности электрического поля и плотности объемного заряда, создаваемого ионами. Введем сферическую систему координат (r, θ, φ) , где r — расстояние до центра частицы, а угол θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) отсчитывается от направления вектора E_0 . Плотность объемного заряда q и электрическое поле не зависят от угловой координаты φ в силу осевой симметрии задачи.

При сделанных предположениях напряженность электрического поля E удовлетворяет уравнениям Максвелла $\operatorname{div} E=0$, $\operatorname{rot} E=0$. Для потенциала поля φ , удовлетворяющего условию $r=a$: $\varphi=0$, имеет место выражение [10] $\varphi = -E_0 r \cos \theta (1 - a^3/r^3) + Q(1/r - 1/a)$, где Q — заряд частицы. Для определения плотности объемного заряда необходимо решить краевую задачу

$$\operatorname{div} j=0, \quad j = -D\nabla q + qbE \quad (1.1)$$

$$r=a: q=0, \quad r \rightarrow \infty: q \rightarrow q_0$$

где j — плотность электрического тока, D и b — коэффициенты диффузии и подвижности ионов, связанным соотношением Эйнштейна $b=eD/(kT)$, e — заряд протона, T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана. После решения задачи (1.1) можно вычислить ток электризации

$$I = \int_S j_n ds \quad (1.2)$$

Краевая задача (1.1) приводится к виду

$$\Delta^* q^* + \nabla^* \varphi^* \nabla^* q^* = 0, \quad r^* = 1: q^* = 0, \quad r^* \rightarrow \infty: q^* \rightarrow 1 \quad (1.3)$$

$$\Delta^* = a^2 \Delta, \quad \nabla^* = a \nabla, \quad r^* = \frac{r}{a}, \quad q^* = \frac{q}{q_0}$$

$$\varphi^* = \frac{e\varphi}{kT}$$

2. В общем случае получить аналитическое решение задачи (1.3) не удается. Для численного решения внешняя краевая задача Дирихле (1.3) подстановкой

$$w = (1 - q^*) \exp\left(\frac{\varphi^*}{2}\right), \quad R = \frac{1}{r^*}, \quad x = \frac{1}{2} \cos \theta \quad (2.1)$$

приводилась к внутренней краевой задаче на квадрате $-1/2 \leq x \leq 1/2$, $0 \leq R \leq 1$

$$4R^4 \frac{\partial^2 w}{\partial R^2} + R^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 - 4x^2) \frac{\partial w}{\partial x} \right] - E^{*2} w = 0 \quad (2.2)$$

$$R=0: w=0, \quad R=1: w=1$$

$$E^{*2} = [Q^* R^2 + 2\text{Pe}(1 + 2R^3)x]^2 + \text{Pe}^2(1 - 4x^2)(1 - R^3)^2$$

$$E^* = \frac{eaE}{kT}, \quad \text{Pe} = \frac{eaE_0}{kT}, \quad Q^* = \frac{eQ}{akT}$$

Задача (2.2) решалась методом конечных разностей на ЭВМ БЭСМ-6. Для решения разностной задачи, соответствующей задаче (2.2), использовался метод Зейделя с ускоряющим множителем. После нахождения функции w обратным преобразованием (2.1) определялось распределение объемного заряда и интегрированием (1.2) — безразмерный ток $I^* = I / (\Delta \rho a D q_0)$ на частицу для различных значений числа Пекле Pe и безразмерного заряда Q^* .

В случае $\text{Pe} = 0$ задача (1.3) имеет аналитическое решение

$$q^* = \frac{\exp Q^*(1 - 1/r^*)}{\exp Q^* - 1}, \quad I^* = \frac{Q^*}{\exp Q^* - 1} \quad (2.3)$$

Расчет показывает, что при фиксированном значении Q^* росту числа Пекле Pe соответствует монотонный рост безразмерного тока электризации I^* .

В предельном случае $\text{Pe} \gg 1$ имеет место выражение

$$I^{**} = \begin{cases} -Q^{**}, & Q^{**} < -1 \\ 1/4(1 - Q^{**})^2, & |Q^{**}| \leq 1 \\ 0, & Q^{**} > 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

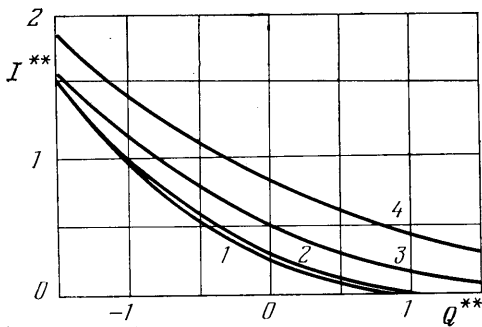
$$I^{**} \equiv \frac{I^*}{3\text{Pe}}, \quad Q^{**} \equiv \frac{Q^*}{3\text{Pe}}$$

которому соответствует кривая I на фиг. 1. Для сравнения приведены графики зависимостей $I^{**}(Q^{**})$, полученные численно для конечных значений числа Пекле ($2 - \text{Pe} = 5; 3 - 1; 4 - 0,5$). Отметим, что зависимость (2.4) довольно точно описывает электризацию частицы даже при не очень больших значениях числа Пекле. Например, график функции $I^{**}(Q^{**})$, построенный на фиг. 1 для значения $\text{Pe} \geq 10$, практически совпал бы с графиком зависимости (2.4).

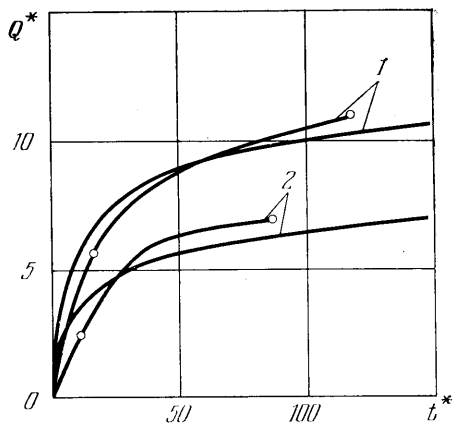
Соотношение (2.4) получается в предположении $\text{Pe} \gg 1$, когда в уравнении (1.4) можно пренебречь слагаемым, содержащим старшие производные. При этом уравнение (1.4) принимает вид $E^* \nabla^* q^* = 0$, откуда следует, что плотность объемного заряда постоянна вдоль силовых линий напряженности электрического поля. Рассмотрим пример, когда заряд частицы равен нулю. Вдоль силовых линий электрического поля, приходящих из бесконечности, величина безразмерного объемного заряда q^* равна единице; вдоль силовых линий, уходящих с частицы в бесконечность, $q^* = 0$. Таким образом, в случае $\text{Pe} \rightarrow \infty$ за частицей образуется область, свободная от ионов.

При конечных, но больших значениях числа Pe образуется диффузионный пограничный слой, расположенный в передней части сферы ($\pi/2 \leq \theta \leq \pi$) и вдоль силовых линий электрического поля, уходящих с частицы при $\theta = \pi/2$. На фиг. 2 изображены линии уровня плотности объемного заряда, построенные в плоскости, проходящей через ось симметрии ($1 - q^* = 0,1; 2 - 0,3; 3 - 0,5; 4 - 0,7; 5 - 0,9$). Верхняя часть фиг. 2 соответствует случаю $\text{Pe} = 10$, линии уровня величины q^* в случае $\text{Pe} = 1$ построены на фиг. 2 внизу. Видно, что с уменьшением значения числа Пекле линии уровня плотности объемного заряда принимают вид выпуклых замкнутых кривых, вытянутых в направлении вектора E_0 .

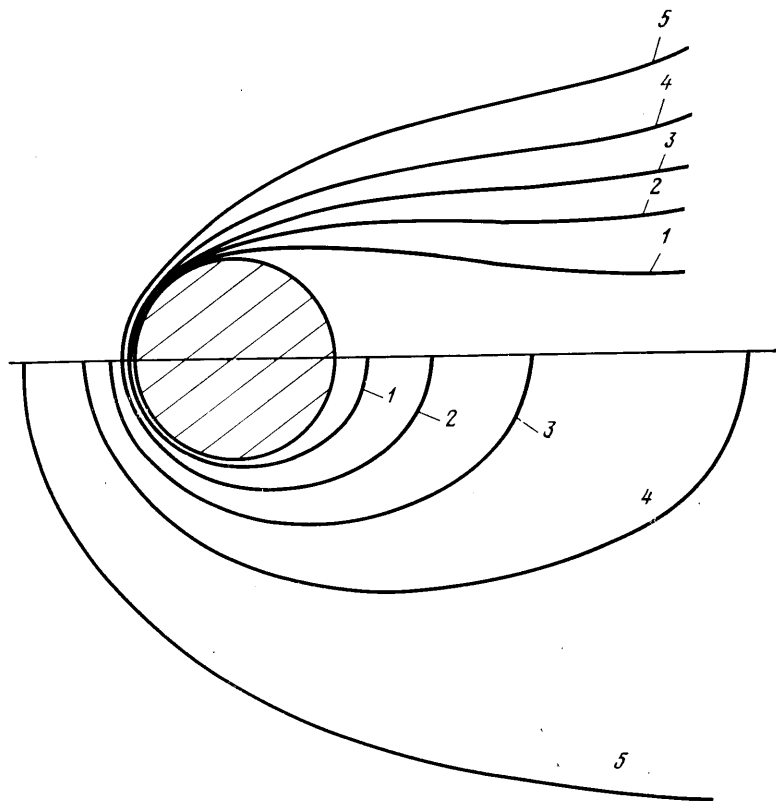
Из решения (2.3) следует, что в предельном случае $\text{Pe} = 0$ линии $q^* = \text{const}$ в плоскости, проходящей через ось симметрии, представляют собой концентрические окружности с центром в начале координат.



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

После нахождения зависимости тока электризации (1.2) от заряда частицы Q и напряженности заданного внешнего электрического поля заряд частицы можно определить, решая уравнение

$$\frac{dQ}{dt} = I, \quad Q(0) = Q_0 \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) сохраняет свой вид, если его записать, используя безразмерные величины I^* , Q^* (1.3) и безразмерное время $t^* = 4\pi b q_0 t$. Найденные для различных значений чисел Пекле зависимости $Q^*(t^*)$ сравнивались с экспериментальными результатами.

В эксперименте [3] первоначально незаряженные капельки жидкости ($Q_0=0$) заряжались в электрическом поле ионами, создаваемыми коронным разрядом. Заряд капелек определялся в различные моменты времени.

Зависимости $Q^*(t^*)$, полученные при решении задач (1.3), (1.2), (2.5) для значений чисел Пекле, соответствующих условиям эксперимента, удовлетворительно согласуются с экспериментальными полученными зависимостями. В качестве примера на фиг. 3 приведены экспериментальные и расчетные кривые для случаев $Re=1,3$ (1) и 0,11 (2); кривые, построенные по данным эксперимента, отмечены точками. Видно, что начальные участки экспериментальных зависимостей имеют несколько больший наклон по сравнению с расчетными кривыми. Сравнение кривых показывает, что отличие результатов находится в пределах точности эксперимента [3].

Автор выражает признательность Л. Т. Черному, поставившему задачу, и В. В. Гогосову за полезное обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1976. 536 с.
2. Ватажин А. Б., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шульгин В. И. Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983. 344 с.
3. Hewitt G. W. The charging of small particles for electrostatic precipitation. — AIEE Trans., 1957, v. 76, pt 1, p. 300–307.
4. Satoh V. Measurement of the space potential and the density of the space charge in d.c. corona discharge. — Mem. Ryejeen. Coll. Eng., 1932, v. 5, № 3, p. 205–226.
5. Ушаков В. В. К теории зонда Сато в электрогазодинамике. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 3, с. 134–140.
6. Варенцов О. К. Обтекание проводящей сферы электрогазодинамическим потоком. — ПММ, 1980, т. 44, вып. 4, с. 677–685.
7. Васильева Н. Л., Черный Л. Т. Электризация дисперсных частиц в униполярно заряженных двухфазных средах. — ПММ, 1982, т. 44, вып. 1, с. 107–115.
8. Фукс Н. А. О величине зарядов на частицах атмосферных аэроколлоидов. — Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1947, т. 11, № 4, с. 341–348.
9. Мирзабекян Г. З. Зарядка аэрозолей в поле коронного разряда. — В сб.: Сильные электрические поля в технологических процессах. (Электронно-ионная технология). Вып. 1. М.: Энергия, 1969, с. 20–39.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.

Москва

Поступила в редакцию
13.11.1985

УДК 532.59:534.22

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СРЕДАХ С ПЕРЕМЕННЫМ ПО ПРОСТРАНСТВУ ГАЗСОДЕРЖАНИЕМ

АХАТОВ И. Ш., БАЙКОВ В. А., БАЙКОВ Р. А.

Исследуются особенности распространения нелинейных волн в газожидкостных системах пузырьковой структуры с переменным по направлению распространения волн газосодержанием. Показано, что в ряде случаев возможно усиление волн давления. Получены ограничения на степень неоднородности газосодержания, при выполнении которых это усиление возможно. Исследовано влияние неоднородности газосодержания на структуру нелинейных стационарных волн типа «солитон» и «ударная волна».

Система уравнений, описывающая плоское одномерное движение газожидкостной среды пузырьковой структуры, включает уравнения неразрывности смеси, движения смеси, осцилляций пузырьков и состояния газа внутри пузырька [1, 2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} &= 0, & \rho &= \rho_1^\circ \alpha_1 + \rho_2^\circ \alpha_2, & \alpha_1 + \alpha_2 &= 1 \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} &= - \frac{\partial p}{\partial x}, & p &= \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 \\ R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 &= \frac{1}{\rho_1^\circ} \left[p_2 - 4\mu_1 \frac{dR}{dt} - p_1 \right], & p_2 &= p_0 \left(\frac{\rho_2^\circ}{\rho_{20}^\circ} \right)^\gamma \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь v , p , ρ — скорость, давление и плотность смеси; p_i , α_i , ρ_i° — давление, объемное содержание и истинная плотность жидкой ($i=1$) и газовой ($i=2$) фаз; R — радиус пузыря; μ_1 — вязкость жидкости; γ — показатель политропы газа в пузыре. Жидкая фаза считается несжимаемой ($\rho_1^\circ = \text{const}$). Это предположение справедливо при $\alpha \gg \alpha_2^*$ ($\alpha_2^* = p/\rho_1^\circ c_1^2$), где c_1 — скорость звука в чистой жидкости.