

УДК 533.6.011.6:536.3

## ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ТЕЛА НА ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛОБМЕН ПРИ ЕГО ДВИЖЕНИИ В ВОДОРОДОГЕЛИЕВОЙ АТМОСФЕРЕ

КОЧАНОВ В. Г.

Сравнительный анализ лучистого нагрева и газодинамических параметров для тел традиционной формы (затупленных конусов, эллипсоида и гиперboloида вращения) проведен в [1] для условий движения в атмосфере Юпитера. Обтекание сферы и гиперboloида вращения с учетом слоя вдува в рамках двухслойной модели рассмотрено в [2, 3].

Решение вариационных задач о форме тела с минимальным лучистым притоком тепла или минимальной массой теплозащитного покрытия в классе осесимметричных тел с произвольной кусочно-гладкой образующей [4, 5] показало возможность существенного снижения интегральных тепловых потоков за счет выбора формы лобовой поверхности тела. Проанализировано влияние на оптимальные формы параметров лучистого теплообмена и различных изопериметрических условий [4]. Определяется интегральный унос массы по траектории движения [5]. Однако для подтверждения окончательных выводов [4, 5] необходимы дальнейшие исследования, поскольку используемые здесь приближения тонкого ударного слоя и объемного высвечивания накладывают строгие ограничения на формы тел и условия их обтекания. В частности, немонотонное поведение лучистых потоков тепла вдоль поверхности оптимальных тел степенной формы [6], возможно, обусловлено нулевым значением отхода ударной волны в критической точке в рамках гиперзвукового приближения.

В настоящей работе в постановке, близкой к [4], найдены решения вариационной задачи о теле с минимальным притоком тепла для теплонапряженной точки траектории движения. С целью подтверждения вывода о снижении интегральных потоков тепла проведены расчеты численным методом Годунова уравнений радиационной газовой динамики с учетом поглощения и реабсорбции излучения, а также подробных спектральных характеристик вещества. Приведено сопоставление оптимальных тел с эквивалентными им сферой и затупленным конусом по интегральным тепловым потокам, а также по ряду аэродинамических характеристик. Для тел степенной формы с бесконечной кривизной в точке торможения подтверждено наличие максимума теплового потока не в критической точке, а на боковой поверхности тела.

**1. Вариационная задача о форме тела с минимальным притоком тепла.** Для определения лучистых потоков тепла используем аппроксимационную формулу, основанную на анализе численных результатов разных авторов. В условиях, когда реализуется режим сильного вдува материалов на основе углерода и в то же время отношение толщины слоя вдува к толщине ударного слоя сравнительно невелико [2, 3], локальный поток тепла к поверхности тела можно представить в виде

$$q^R(s) = C_{H_0}(\Gamma) \frac{\rho_\infty u_\infty^3}{2} k\varphi(s) \quad (1.1)$$

$$\Gamma = \frac{4q_0}{\rho_\infty u_\infty^3}, \quad \varphi(s) = \frac{q_w^R(s)}{q_w^R(0)}$$

где  $C_{H_0}(\Gamma)$  — коэффициент лучистого теплообмена в критической точке,  $q_0$  — лучистый поток от изотермического слоя, рассчитываемый по параметрам, взятым непосредственно за скачком уплотнения;  $\rho_\infty$ ,  $u_\infty$  — плотность и скорость набегающего на тело потока газа,  $\varphi(s)$  — распределение

лучистого потока тепла вдоль поверхности неразрушающегося тела, отнесенное к его значению в критической точке,  $s$  — длина дуги вдоль образующей поверхности тела.

Зависимость  $C_{H_0}(\Gamma)$  для водородогелиевой смеси при  $40 \text{ км/с} \leq u_\infty \leq 60 \text{ км/с}$  и  $10^{-4} \text{ атм} \leq p_\infty \leq 10^{-3} \text{ атм}$  аппроксимируется соотношением [2]

$$C_{H_0}(\Gamma) = a\Gamma^b, \quad a = 0,186, \quad b = 0,69 \quad (1.2)$$

Коэффициент ослабления излучения ударного слоя парами слоя вдува  $k(s)$  слабо меняется по обводу тела и может быть принят постоянным в пределах 0,5–1,0 [2, 3]. Распределение  $\varphi(s)$  находилось на основе решения уравнений невязкого объемно-излучающего ударного слоя около осесимметричных тел методом сильно сжатого слоя [7]. Проведенные расчеты показали, что приближение объемного высвечивания позволяет с удовлетворительной погрешностью (~20%) определить относительные распределения потоков для участка траектории движения с максимальным теплообменом.

Интегрируя локальный лучистый поток из (1.1) по боковой поверхности осесимметричного тела, получим функционал полного притока тепла

$$Q_R = \frac{\pi R^2 C_{H_0}(\Gamma) \rho_\infty u_\infty^3}{I_0} \frac{k I_R}{2} \quad (1.3)$$

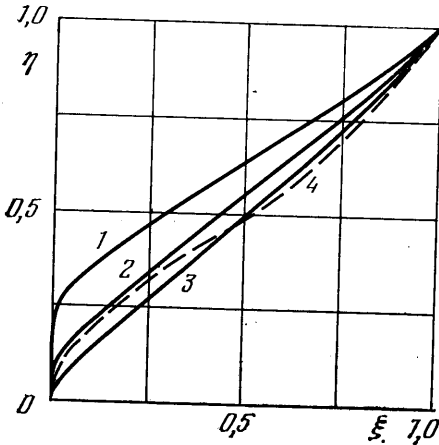
$$I_0 = \frac{B_0}{2(n+4)} \int_0^1 \left[ 1 + \frac{B_0(1-v)}{v} \right]^{-(n+5)/(n+4)} dv$$

$$I_R = \tau^2 \int_0^1 \frac{\eta \dot{\eta}^2}{1 + \tau^2 \dot{\eta}^2} (1-W) d\xi, \quad \eta = \frac{d\eta}{d\xi}$$

$$W = \left[ B \left( \int_0^\xi \sqrt{1 + \tau^2 \dot{\eta}^2} d\xi \right) \sqrt{1 + \tau^2 \dot{\eta}^2} \left( \frac{\tau^2 \dot{\eta}^2}{1 + \tau^2 \dot{\eta}^2} \right)^{n+4} + 1 \right]^{-1/(n+4)}$$

$$B = B_0 L / R_0, \quad B_0 = \Gamma(n+4)$$

где  $x, y$  — декартовы координаты, связанные с критической точкой тела,  $L$  — длина тела вдоль оси  $x$ ,  $R$  — радиус мишеля,  $\tau = R/L$  — относительная толщина,  $\eta = y/R$ ,  $\xi = x/L$  — безразмерные координаты,  $\eta = \eta(\xi)$  — уравнение образующей осесимметричного тела,  $n$  — константа аппроксимации для коэффициента поглощения Планка [7]. Отметим, что безразмерный функционал  $I_R$  совпадает с вычисленным ранее в [4].



Фиг. 1

Вариационная задача для теплонапряженной точки траектории движения при заданных размерах тела  $R$  и  $L$  формулируется следующим образом: найти кусочно-гладкую функцию  $\eta(\xi)$ , удовлетворяющую граничным условиям  $\eta(0) = 0$ ,  $\eta(1) = 1$ , для которой функционал  $Q_R$  принимает наименьшее значение.

Решение поставленной задачи получено численно методом локальных вариаций [4, 8]. На фиг. 1 представлены формы оптимальных тел для условий в набегающем потоке  $\rho_\infty = 3,9 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$ ,  $u_\infty = 39,1 \text{ км/с}$ , хи-

мический состав атмосферы 86%  $H_2$  + 14%  $He$  (по объему), при заданных размерах  $R=1$  м,  $\tau=1,83; 1,0; 0,317$  (кривые 1–3). Видно, что при  $\tau > 1,0$  оптимальные тела являются сильно затупленными, характерна также вогнутость поверхности около задней кромки тела, приводящая к возрастанию тепловых потоков в ее окрестности. Так как отношение  $C_{н0}(\Gamma)/I_0$ , входящее в определение функционала  $Q_R$  из (1.3), слабо зависит от радиуса затупления тела  $R_0$ , по имеющимся данным [2], то полученные в рассмотренной постановке решения близки к анализировавшимся в [4]. Кривая 4 на фиг. 1 соответствует решению вариационной задачи о минимальной массе теплозащитного покрытия для случая движения тела в воздушной атмосфере [5] на высоте  $H=51,5$  км при  $u_\infty=12,4$  км/с. Из-за сложной формы представленных оптимальных тел, а именно наличия участков поверхности с большими кривизнами, а также вогнутых участков, возникает вопрос о применимости используемых приближенных методов, решение которого требует дополнительных исследований в рамках полных уравнений. Как показывает опыт решения разнообразных задач [9], подходящим для этой цели является численный метод Годунова.

**2. Метод численного решения.** Уравнения осесимметричных течений вязкого нетеплопроводного газа, в котором протекают равновесные химические реакции, имеют вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} = - \frac{f_0}{y} \quad (2.1)$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho H - p \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho H u \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ \rho H v \end{pmatrix}, \quad f_0 = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ \rho H v + y \operatorname{div} \mathbf{q}_R \end{pmatrix}$$

$$H = h + (u^2 + v^2)/2$$

где  $t$  – время,  $x, y$  – координаты цилиндрической системы;  $\rho, u, v, p$  – соответственно плотность, проекции скорости и давление газа,  $H$  – полная энтальпия единицы массы газа,  $h=h(\rho, T)$  – энтальпия, заданная уравнением равновесного состояния газа,  $\mathbf{q}_R$  – вектор лучистого потока тепла.

Граничные условия для системы (2.1) выставляются на поверхности обтекаемого тела (условие непротекания) и головном скачке уплотнения (условия Рэнкина – Гюгонио). Считаем также, что поверхность тела является абсолютно черной, а головная ударная волна прозрачна для выходящего излучения. Эффектом опережающего излучения пренебрегаем, так как для рассматриваемых в дальнейшем условий обтекания предварительный нагрев газа перед скачком уплотнения может увеличить радиационные потоки к телу не более чем на 8% [10].

Численное решение системы (2.1) проводится по методу Годунова [9]. Была выбрана явная разностная схема, при поиске стационарного решения используется принцип установления во времени. В случае обтекания тел сложной формы численное интегрирование производится на неравномерных разностных сетках со сгущением узлов сетки в областях с большими градиентами газодинамических параметров.

Перенос излучения в ударном слое рассматривается в приближении локально-одномерного плоского слоя. При этом для тел с изломом образующей потеря точности при определении  $\mathbf{q}_R$  ограничивается окрестностью точки излома [11] и не может существенно повлиять на интегральный по поверхности тепловой поток, к которому в дальнейшем обращается основной интерес. Таким образом, в случае локального термодинамического равновесия и отсутствия рассеяния излучения имеем для односторонних и полного лучистого потоков

$$H_{v+}(\tau_v) = 2\pi \left[ B_{v0} E_3(\tau_v) + \int_0^{\tau_v} B_v(\tau_v') E_2(\tau_v - \tau_v') d\tau_v' \right]$$

$$H_{v-}(\tau_v) = 2\pi \int_{\tau_v}^{\tau_{v0}} B_v(\tau_v') E_2(\tau_v' - \tau_v) d\tau_v'$$

$$H_v(\tau_v) = H_{v+}(\tau_v) - H_{v-}(\tau_v) \quad (2.2)$$

где  $H_\nu$  – спектральный лучистый поток тепла поперек слоя,  $\tau_\nu$  – текущая оптическая толщина,  $\tau_{\nu s}$  – оптическая толщина ударного слоя,  $B_\nu$  – функция Планка,  $E_2(x)$ ,  $E_3(x)$  – интегральноэкспоненциальные функции. По найденным спектральным потокам тепла определяем дивергенцию лучистого потока

$$\operatorname{div} \mathbf{q}_R = \int_0^\infty \frac{dH_\nu(\tau_\nu)}{d\tau_\nu} \kappa_\nu d\nu \quad (2.3)$$

где  $\kappa_\nu$  – коэффициент поглощения. При разностной аппроксимации соотношений (2.2), (2.3) на газодинамической разностной сетке используется кусочно-линейная аппроксимация функции Планка, что позволяет корректно вычислять  $\operatorname{div} \mathbf{q}_R$  в случае больших оптических толщин ударного слоя [12].

Химические реакции в ударном слое являются равновесными для используемых в работе условий обтекания. Равновесный состав смеси  $\text{H}_2 + \text{He}$ , состоящей из компонент e, H, He,  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}^+$ , определяется с помощью аппроксимационных формул [13].

В рассматриваемых условиях вклад гелия в коэффициент поглощения смеси  $\text{H}_2 + \text{He}$  пренебрежимо мал. Для атома водорода учитывались свободно-свободные переходы в поле атома H и иона  $\text{H}^+$ , свободно-связанные и связанно-связанные переходы. Коэффициент поглощения моделировался 60-ступенчатой функцией по частоте, в которой учтены шесть порогов фотоионизации, спектральные линии серии Лаймана  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$ ,  $L_\gamma$  и серии Бальмера  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$  по данным [13]. Контур линий считается дисперсионным, а для их полуширины использованы аппроксимационные формулы, учитывающие штарковское уширение линий [13].

**3. Сравнительный анализ тел оптимальной формы и эквивалентных тел сравнения.** Для оценки эффективности использования найденных в приближенном анализе оптимальных форм было проведено сопоставление по тепловым и основным аэродинамическим характеристикам с телами традиционных форм: сферой с  $R=1$  м и конусом с углом полураствора  $\theta_c=60^\circ$ , затупленным по сфере с  $R_0=0,2$  м. В таблице представлены результаты сравнительного анализа для  $\tau=1,0$  и 1,83. Величина выигрыша по тепловому потоку

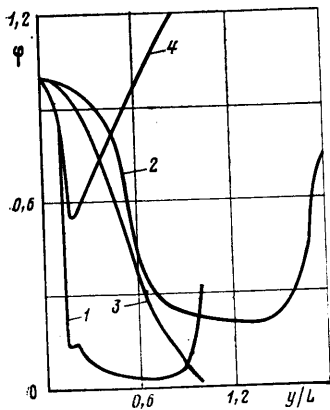
$$\delta = \frac{Q^R - Q_0^R}{Q_R} \cdot 100\% \quad (3.1)$$

где  $Q^R$  соответствует интегральному притоку тепла к поверхности традиционного тела, а  $Q_0^R$  – эквивалентному ему оптимальному телу, вычисля-

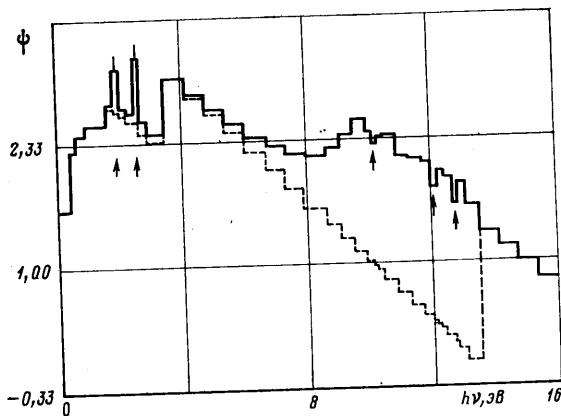
Тип поверхности	$\tau$	$\delta_1, \%$	$\delta_2, \%$	$\delta_3, \%$	$\gamma, \%$	$c_D$	$\Delta \xi$
Сфера	1,00	67	94	78	-46	1,00/0,931	0,375/0,512
Сфера-конус	1,83	17	39	32	23	1,50/1,35	2,03/1,63

лась приближенным методом п. 1 –  $\delta_1$ , а также численными расчетами уравнений с разными моделями переноса излучения:  $\delta_2$  – объемное высвечивание,  $\delta_3$  – учет поглощения и реабсорбции излучения. По отношению к сфере оптимальное тело тех же размеров обеспечивает существенный выигрыш в тепловом потоке – 78%, для затупленного конуса с  $\theta_c=60^\circ$  такой выигрыш составляет 32%. Отметим, что при уточнении метода расчета выигрыш по тепловому потоку изменяется соответственно с 67 до 78 и с 17 до 32%. Важным при этом оказывается как уточнение газодинамической части расчета, так и модели переноса излучения.

Распределение локальных потоков тепла вдоль поверхности оптимальных тел и эквивалентных им тел сравнения, полученные численным методом п. 2, приведены на фиг. 2, где кривые 1, 2 соответствуют оптимальным телам при  $\tau=1,0$  и 1,83, кривая 3 – сфере, а кривая 4 – затупленному конусу. Для оптимальных тел характерным оказывается интенсивное радиационное охлаждение газа в окрестности критической линии вследствие их сильного затупления, так что максимальные тепловые потоки поступают на небольшую площадь поверхности вблизи критической точ-



Фиг. 2



Фиг. 3

ки, в то время как на остальной части поверхности их значения невысоки. Для иллюстрации вклада в лучистый поток тепла излучения в разных участках частотного спектра на фиг. 3 показана зависимость величины  $\psi = \log 0,149h\nu$ , [МВт м<sup>-2</sup>эВ<sup>-1</sup>] для критической точки полусферы от энергии фотонов. Сплошная кривая соответствует расчету с коэффициентом поглощения, описанному в п. 2, штриховая кривая получена без учета переноса излучения в спектральных линиях. Можно отметить, что для линий серии Лаймана перенос излучения осуществляется в основном в крыльях линий, в то время как излучение в центрах линий (их положение отмечено стрелками) сильно экранируется. Для рассматриваемых условий учет спектральных линий важен, так как их вклад в суммарный по частоте поток тепла в критическую точку составляет 33%, а в интегральный по поверхности тела поток тепла — 37%.

В таблице приводится также величина

$$\gamma = \frac{V - V_0}{V} \cdot 100\% \quad (3.2)$$

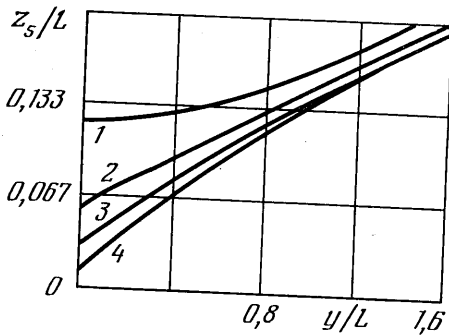
показывающая разницу в объемах рассматриваемых тел, коэффициент волнового сопротивления  $s_p$  и запас статической устойчивости  $\Delta\xi = \xi_p - \xi_s$ , где  $\xi_p$ ,  $\xi_s$  — соответственно безразмерная координата центра давления и центра инерции тела (числитель соответствует традиционному телу, знаменатель — оптимальному телу). При определении центра инерции тело считается однородным, а для вычисления положения центра давления при малых отклонениях от положения равновесия использовалась модифицированная формула Ньютона для давления, давлением в донной части тела пренебрегалось.

Результаты сравнения показывают выигрыш как по тепловым потокам, так и по объему тел в случае  $\tau = 1,83$ . В то же время при  $\tau = 1,0$  существенный выигрыш в тепловом потоке сопровождается значительной потерей в объеме. Для сохранения этой важной характеристики необходимо решать вариационную задачу с изопериметрическим ограничением на объем тела. Представленные коэффициенты волнового сопротивления различаются мало. По запасу статической устойчивости в полете оптимальные тела и тела сравнения отличаются на 20–30%.

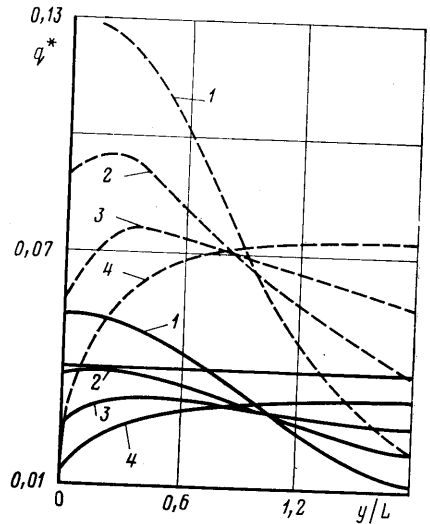
Таким образом, численные расчеты подтверждают существенное снижение суммарных по поверхности тепловых потоков для оптимальных тел, полученных в приближенной постановке. Выигрыш в интегральных тепловых потоках объясняется тем, что для тел оптимальной формы высокий уровень потоков имеет место на сравнительно небольшой площади

поверхности вблизи критической точки, в то время как на остальной части поверхности тепловые потоки сравнительно невысоки.

4. Лучистый теплообмен для тел степенной формы. При решении вариационных задач степенные функции  $y=x^m$  являются одним из удобных и широко используемых классов пробных функций. Однако при вычислении лучистых потоков тепла в гиперзвуковом приближении при  $0,5 < m < 1,0$  отход ударной волны в критической точке (здесь кривизна поверхности рав-



Фиг. 4



Фиг. 5

на бесконечности) обращается в нуль, что обуславливает нулевое значение лучистого потока. Этот факт вызывал сомнение в справедливости установленного в [6] наличия вблизи критической точки максимума лучистых потоков тепла к поверхности таких тел. Отмеченное свойство может быть уточнено описанным в п. 2 численным методом, позволяющим определить структуру ударного слоя вблизи особой точки поверхности.

Рассмотрим обтекание тел степенной формы  $y/L=1,83(x/L)^m$  для значений показателя степени  $m=0,5; 0,65; 0,75; 0,85$ . Длина тела  $L=0,5464$  м, условия в набегающем потоке:  $\rho_\infty=3,9 \cdot 10^{-4}$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_\infty=39,1$  км/с, химический состав атмосферы 86% Н<sub>2</sub>+14% Не (по объему). В проведенных расчетах использовались неравномерные разностные сетки со сгущением узлов в окрестности особой точки. Некоторые результаты приведены на фиг. 4, 5, где кривые 1 соответствуют  $m=0,5$  (случай конечной кривизны в точке торможения), кривые 2-4 — соответственно  $m=0,65; 0,75; 0,85$  (случай бесконечной кривизны).

На фиг. 4 показано распределение отхода ударной волны  $z_s$  вдоль поверхности тел. Отметим быстрый рост величины отхода вблизи критической точки при  $m > 0,5$  по сравнению со случаем  $m=0,5$ , что должно привести к соответствующему росту потока тепла. Это подтверждают приведенные на фиг. 5 распределения локальных потоков тепла  $q^*=2q_w^R/\rho_\infty u_\infty^3$  для случая объемного высвечивания (пунктир) и полученные с учетом поглощения и реабсорбции излучения (сплошные кривые). Несмотря на конечное значение теплового потока в критическую точку, вблизи ее на боковой поверхности наблюдается максимум тепловых потоков при  $m > 0,5$ . При приближении к  $m=0,5$  максимум смещается к критической точке, а когда  $m \rightarrow 1$  (поверхность приближается к конической) он передвигается на периферийную часть поверхности тела. Подобные результаты для случаев объемного высвечивания и учета поглощения и реабсорбции излучения говорит о независимости отмеченного свойства от механизма переноса излучения.

Таким образом, проведенные расчеты подтверждают качественные закономерности в распределении  $q_w^R(y)$ , обнаруженные в гиперзвуковом приближении.

В заключение автор выражает признательность В. А. Левину и Н. Н. Пилюгину за постановку задачи и полезное обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Tiwary S. N., Subramanian S. V.* Effects of probe shape change on flow phenomena during Jovian entry.— *Acta Astronaut.*, 1980, v. 7, № 4–5, p. 585–605.
2. *Мирский В. Н., Стулов В. П.* О законе подобия для коэффициента лучистого теплообмена при гиперзвуковом обтекании тел.— *Инж.-физ. журн.*, 1979, т. 36, № 2, с. 244–248.
3. *Гершбейн Э. А., Суходольская Э. Я., Суходольский С. Л., Тирский Г. А.* О движении тел в атмосфере Юпитера с учетом изменения их массы и формы под действием аэродинамического нагрева.— *Космич. исслед.*, 1978, т. 16, № 3, с. 378–387.
4. *Деев А. А., Левин В. А., Пилюгин Н. Н.* О форме тела с минимальным полным потоком лучистой энергии к его поверхности.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1976, № 4, с. 84–89.
5. *Буй М. В., Румынский А. Н.* О форме тела с минимальной массой теплозащитного покрытия.— *Тр. 4-й Всесоюз. конф. «Динамика излучающего газа»*. Т. 2. М.: Изд-во МГУ, 1981, с. 95–102.
6. *Левин В. А., Марков В. П., Пилюгин Н. Н.* Лучистый нагрев осесимметричных тел с образующей, определяемой степенным законом.— *Тр. 4-й Всесоюз. конф. «Динамика излучающего газа»*. Т. 2. М.: Изд-во МГУ, 1981, с. 140–145.
7. *Пилюгин Н. Н., Тирский Г. А.* Основы динамики излучающего газа. М.: Изд-во МГУ, 1979. 147 с.
8. *Черноустько Ф. Л., Баничук Н. В.* Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. 238 с.
9. Численное решение многомерных задач газовой динамики/Под ред. Годунова С. К. М.: Наука, 1976. 400 с.
10. *Tiwary S. N., Szema K. J.* Influence of precursor heating on viscous flow around a Jovian entry body.— *AIAA Pap.*, 1978, № 190, 12 p.
11. *Знаменский В. В.* Расчет гиперзвукового обтекания тела с изломом образующей с учетом двумерного переноса излучения.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1976, № 2, с. 114–121.
12. *Чарахчян А. А.* Об одном подходе к расчету уравнения переноса для задач динамики излучающего газа.— В сб.: *Динамика излучающего газа*. Вып. 2. М. 1976, с. 16–35.
13. *Zoby E. V., Sutton K., Olstad W. B., Moss J. N.* An approximativiscid radiating flow — field analysis for outer planet entry probes.— *AIAA Pap.*, 1978, № 189, 10 p.

Москва

Поступила в редакцию  
28.XI.1984