

УДК 532.59+534-14

**К ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН  
ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТИ С НЕЗАМКНУТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ**

**ДЫХТА В. В.**

При обычных допущениях линейной механики идеальной сжимаемой жидкости в общей постановке решены задачи о нестационарном рассеянии падающих волн незамкнутыми поверхностями. Такие задачи возникают в ряде важных гидродинамических приложений. При этом нестационарное волновое поле необходимо знать на любых расстояниях от рассеивателя и в том числе в непосредственной близости от него. Известные методы стационарной дифракции не могут быть применены в нестационарных задачах, когда не удается получить точные выражения для фурье-трансформант искоемых решений, а следовательно, гарантировать однозначность восстановления оригиналов. Прямое же решение нестационарной задачи возможно лишь в простейших ситуациях: рассеяние волн давления на пластине, дифракция на кромке полуплоскости или на щели в плоском экране и т. п. Указанные обстоятельства приводят к необходимости развития специальных подходов к решению задачи о нестационарном рассеянии волн давления в жидкости произвольными незамкнутыми поверхностями.

Ниже излагается суть метода, приводящего к построению лапласовых трансформант искоемых решений и базирующегося на своеобразном способе удовлетворения граничным условиям с последующим получением точных выражений для коэффициентов (плотностей) принятых разложений. Класс решаемых с его помощью задач ограничивается теми из них, для которых можно получить соответствующие решения методом разложения в ряды или интегралы по полной ортогональной системе собственных функций в предположении замкнутости поверхности препятствия. Обращение лапласовых трансформант решений может быть выполнено любым приближенным методом. Построенные в соответствии с развиваемым формализмом решения удовлетворительно согласуются с данными эксперимента и совпадают с классическими результатами.

**1. Случай дискретного набора собственных значений.** Пусть в безграничную идеальную первоначально покоящуюся сжимаемую жидкость помещена бесконечно тонкая недеформируемая незамкнутая поверхность конечных размеров произвольной конфигурации, являющаяся причиной рассеяния падающих на нее волн. Соответствующая краевая задача для преобразованного по Лапласу волнового уравнения относительно потенциалов скоростей возмущенного волнового движения жидкости  $\Phi_1$  и  $\Phi_2 = \Phi_2^\circ + \Phi_{02}$  записывается в следующем виде:

$$\partial\Phi_2^\circ/\partial q_1 = 0, \quad (Q, q_2, q_3) \in S$$

$$\partial\Phi_{02}/\partial q_1 = \partial\Phi_1/\partial q_1, \quad (Q, q_2, q_3) \in S_1 \tag{1.1}$$

$$\partial\Phi_{02}/\partial q_1 = \partial\Phi_1/\partial q_1 = 0, \quad (Q, q_2, q_3) \in S_0 \tag{1.2}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad (Q, q_2, q_3) \in S_1 \tag{1.3}$$

где  $S_0$  — рассеивающая поверхность;  $S_1$  — поверхность, дополняющая  $S_0$  до замкнутой поверхности  $S$ ;  $q_1, q_2, q_3$  — ортогональные координаты криволинейной системы координат; координатная поверхность  $q_1 = Q$  совпадает с  $S$ , а точки  $(Q, q_2, q_3)$  принадлежат  $S$ ;  $\Phi_2^\circ$  — известная лапласова трансформанта потенциала взаимодействия с замкнутой поверхностью  $S$ , определенная в области  $V_2$ , содержащей источник возмущения (послед-

ний, очевидно, может находиться как «внутри»  $S$ , так и «снаружи») [1];  $\Phi_{02}$  и  $\Phi_1$  — искомые решения задачи (1.1)–(1.3), определенные соответственно в областях  $V_2$  и  $V_1$ , разграниченных поверхностью  $S$ . В дальнейшем индекс 2 приписывается всем физическим величинам, определенным в области  $V_2$ .

Условия (1.1)–(1.3) дополняются асимптотическими условиями при  $q_1 \rightarrow \infty$ ,  $q_1 \rightarrow 0$  и условием «на ребре». Последнее определяет единственным образом класс функций, в которых следует искать решения  $\Phi_{02}$  и  $\Phi_1$ , приводящие к конечным значениям энергии поля в любой конечной области, охватывающей кромки поверхности  $S_0$  [2].

В силу ограниченности  $S$  и связанной с этим периодичностью решений по координатам  $q_2$  и  $q_3$  пространственный спектр собственных значений задачи будет дискретным [3], в связи с чем сами решения представляемы в виде следующих разложений по собственным функциям соответствующих задач Штурма — Лиувилля для случая  $S_0 = S$

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \sum_{n,m} A_{nm} \psi_{1,n}(q_1) \varphi_{nm}(q_2, q_3) \\ \Phi_{02} &= \sum_{n,m} B_{nm} \psi_{2,n}(q_1) \varphi_{nm}(q_2, q_3)\end{aligned}\tag{1.4}$$

Считается, что представления (1.4) удовлетворяют асимптотическим условиям, поскольку каждому из этих условий соответственно удовлетворяет одна из двух собственных функций  $\psi_{j,n}(q_1)$ , отвечающих одному и тому же собственному числу — числу второго ранга [3]. Для удовлетворения условия «на ребре» необходимо и достаточно, чтобы  $A_{nm}$  и  $B_{nm}$  при  $s = i\omega$  ( $i = \sqrt{-1}$ ,  $s$  — параметр преобразования Лапласа,  $\omega$  — круговая частота) принадлежали гильбертову пространству ограниченных числовых последовательностей [4].

В предположении справедливости разложений (1.4) и ортогональности собственных функций  $\varphi_{nm}$  на  $S$  на основании условий (1.1)–(1.3) получим

$$\begin{aligned}B_{kp} \psi_{2,h}(Q) - A_{kp} \psi_{1,h}(Q) &= n_{kp}^{-1} \sum_{n,m} a_{nm} N_{nh}^{mp} - M_{kp} \\ B_{kp} \psi'_{2,h}(Q) &= n_{kp}^{-1} \sum_{n,m} A_{nm} \psi'_{1,h}(Q) Q_{nh}^{mp}\end{aligned}\tag{1.5}$$

$$B_{kp} \psi'_{2,h}(Q) = A_{kp} \psi'_{1,h}(Q)$$

$$M_{kp} = n_{kp}^{-1} \int_S \Phi_2 \circ |_{q_1=Q} \varphi_{kp}(q_2, q_3) dS$$

$$N_{nh}^{mp} = \int_{S_0} \varphi_{nm} \varphi_{kp} dS_0, \quad Q_{nh}^{mp} = \int_{S_1} \varphi_{nm} \varphi_{kp} dS_1$$

$$N_{nh}^{mp} + Q_{nh}^{mp} = n_{kp} \delta_{n,h} \delta_{m,p}$$

$$\sum_{n,m} a_{nm} \varphi_{nm}(q_2, q_3) = (\Phi_2 - \Phi_1) |_{q_1=Q}$$

где  $\delta_{n,h}$  — символ Кронекера. Штрихами здесь и далее помечены производные по  $q_1$ , вычисленные при  $q_1 = Q$ .

Исключая из соотношений (1.5) коэффициенты  $A_{kp}$  и  $B_{kp}$ , нетрудно получить выражение

$$\sum_{n,m} b_n^{-1} \left[ n_{nm}^{-1} \sum_{t,\tau} a_{t\tau} N_{tn}^{tm} - M_{nm} \right] N_{nh}^{mp} = 0\tag{1.6}$$

из которого следует

$$a_{kp} = \frac{b_k}{n_{kp}} \sum \frac{M_{nm}}{b_n} N_{nk}^{mp}, \quad b_k = \frac{\psi_{2,k}(Q)}{\psi'_{2,k}(Q)} - \frac{\psi_{1,k}(Q)}{\psi'_{1,k}(Q)} \quad (1.7)$$

Действительно, переписывая выражение (1.6) в виде

$$\sum_{n,m} b_n^{-1} \left[ a_{n\tau} n_{nm}^{-1} \sum_{t,\tau} a_{t\tau} Q_{tn}^{tm} - M_{nm} \right] N_{nk}^{mp} = 0 \quad (1.8)$$

и учитывая, что в силу (1.3)  $\sum_{t,\tau} a_{t\tau} Q_{tn}^{tm} = 0$ , после подстановки (1.7) в

(1.8) получим тождество

$$\left( \sum_{k,p} n_{kp}^{-1} \sum_{n,m} M_{nm} b_n^{-1} N_{nk}^{mp} \right) N_{kr}^{pl} \equiv \sum_{k,p} M_{kp} b_k^{-1} N_{kr}^{pl}$$

Это тождество является следствием свойств разложения ступенчатых функций в ряды по ортогональным собственным функциям задачи.

Определив  $a_{kp}$ , из (1.5) находим

$$A_{kp} = - \frac{n_{kp}^{-1}}{\psi'_{1,k}(Q)} \sum_{n,m} M_{nm} b_n^{-1} Q_{nk}^{mp}, \quad B_{kp} = A_{kp} \frac{\psi'_{1,k}(Q)}{\psi'_{2,k}(Q)} \quad (1.9)$$

Аналогично можно показать, что при задании на  $S$  условий

$$\Phi_{02} = \Phi_1, \quad (Q, q_2, q_3) \in S_1 \quad (1.10)$$

$$\Phi_2^{\circ} = 0 \quad (Q, q_2, q_3) \in S$$

$$\Phi_{02} = \Phi_1 = 0, \quad (Q, q_2, q_3) \in S_0 \quad (1.11)$$

$$\partial \Phi_2 / \partial q_1 = \partial \Phi_1 / \partial q_1, \quad (Q, q_2, q_3) \in S_1 \quad (1.12)$$

искомые коэффициенты будут иметь вид [5]

$$A_{kp} = - \frac{n_{kp}^{-1}}{\psi'_{1,k}(Q)} \sum_{n,m} n_{nm}^{-1} b_n^{-1} Q_{nk}^{mp} \int_S \frac{\partial \Phi_2^{\circ}}{\partial q_1} \Big|_{q_1=Q} \varphi_{kp} dS$$

$$B_{kp} = A_{kp} \frac{\psi_{1,k}(Q)}{\psi_{2,k}(Q)}, \quad b_k = \frac{\psi'_{2,k}(Q)}{\psi_{2,k}(Q)} - \frac{\psi'_{1,k}(Q)}{\psi_{1,k}(Q)}$$

Постановка задачи в виде (1.10)–(1.12), представляющая в основном теоретический интерес, соответствует случаю препятствия с абсолютно мягким покрытием, т. е. таким покрытием, которое способно инвертировать падающую на него волну.

**2. Случай непрерывного спектра.** Пусть рассеивающая поверхность имеет такую форму, что рассеянное поле описывается следующими интегродискретными разложениями искомых функций по собственным функциям соответствующих задач Штурма–Лиувилля для  $S_0 \equiv S$  [3]:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \sum_n \varphi_n(q_2) \int w^{-1}(q_3, \lambda) A_n(Q, \lambda) \psi_{1,n}(q_1, \lambda) d\lambda \\ \Phi_{02} &= \sum_n \varphi_n(q_2) \int w^{-1}(q_2, \lambda) B_n(Q, \lambda) \psi_{2,n}(q_1, \lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь  $A_n$  и  $B_n$  — искомые плотности;  $\varphi_n$ ,  $\psi_{1,n}$  и  $\psi_{2,n}$  — собственные функции;  $w^{-1}$  — ядро обратного интегрального преобразования; интегри-

рование ведется по всему непрерывному спектру собственных значений  $\lambda$ .

Примером таких поверхностей могут служить рассеиватели в виде кольцевых или спиральных волноводов [6].

Подстановка представлений (2.1) в (1.1)–(1.3) и принятие естественного для подобных задач допущения об ортогональности функций  $\varphi_n(q_2)$  на заданном интервале их определения позволяет записать

$$\begin{aligned}
 B_m \psi_{2,m}(Q, \omega) - A_m \psi_{1,m}(Q, \omega) &= -M_m + n_m^{-1} \sum_n \int_{S_0} \varphi_n(q_2) \varphi_m(q_2) \times \\
 &\times \left[ \int W_n(\lambda) w^{-1}(q_3, \lambda) d\lambda \right] w(q_3, \omega) dS_0 \\
 B_m \psi'_{2,m}(Q, \omega) &= n_m^{-1} \sum_n \int_S \varphi_n(q_2) \varphi_m(q_2) \times \\
 &\times \left[ \int A_n \psi'_{1,n}(Q, \lambda) w^{-1}(q_3, \lambda) d\lambda \right] w(q_3, \omega) dS_1 \\
 B_m \psi'_{2,m}(Q, \omega) &= A_m \psi'_{1,m}(Q, \omega) \\
 M_m &= n_m^{-1} \int_S \Phi_2^\circ |_{q_1=Q} w(q_3, \omega) \varphi_m(q_2) dS \\
 \sum_n \varphi_n(q_2) \int W_n(\lambda) w^{-1}(q_3, \lambda) d\lambda &= (\Phi_2 - \Phi_1) |_{q_1=Q} \\
 \int_{Q_2} \varphi_n(q_2) \varphi_m(q_2) dq_2 &= n_m \delta_{n,m}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Здесь  $w$  — ядро прямого преобразования; интервал изменения  $q_3$  совпадает с протяженностью поверхности  $S$  в направлении изменения  $q_3$ .

Исключая из соотношений (2.2) величины  $A_m$  и  $B_m$ , получим выражение

$$\begin{aligned}
 &\sum_n \int_{S_0} \varphi_n(q_2) \varphi_m(q_2) \int w^{-1}(q_3, \lambda) w(q_3, \omega) b_n^{-1}(Q, \lambda) \times \\
 &\times \left[ n_n^{-1} \sum_k \int_{S_0} \varphi_k(p_2) \varphi_n(p_2) \int W_k(v) w^{-1}(p_3, v) w(p_3, \lambda) dv dS_0(Q, p_2, p_3) - \right. \\
 &\left. - M_n \right] d\lambda dS_0(Q, q_2, q_3) = 0
 \end{aligned}$$

из которого с учетом свойства разложений ступенчатых функций в ряды или интегралы находим

$$\begin{aligned}
 W_m(\omega) &= \frac{b_m^*(Q, \omega)}{n_m} \sum_n \int_{S_0} \varphi_n(q_2) \varphi_m(q_2) \int \frac{M_n(\lambda)}{b_n^*(Q, \lambda)} w^{-1}(q_3, \lambda) w(q_3, \omega) d\lambda dS_0 \\
 b_n^* &= \frac{\psi_{2,n}(Q, \lambda)}{\psi'_{2,n}(Q, \lambda)} - \frac{\psi_{1,n}(Q, \lambda)}{\psi'_{1,n}(Q, \lambda)}
 \end{aligned}$$

Определив  $W_m$ , из системы (2.1) будем иметь

$$A_m = \frac{P_m(Q, \lambda)}{\psi'_{1,m}(Q, \lambda)}, \quad B_m = A_m \frac{\psi_m'(Q, \lambda)}{\psi_m'(Q, \lambda)} \tag{2.3}$$

где предварительно учтено, что, согласно условию (1.3)

$$\sum_n \int_{S_1} \varphi_n \varphi_m [W_n(\lambda) w^{-1}(q_3, \lambda) d\lambda] w(q_3, \omega) dS_1 = 0$$

Можно показать, что в случае задания граничных условий в виде (1.10)–(1.12) искомые плотности будут иметь вид

$$A_m = \frac{P_m(Q, \lambda)}{\psi_{1,m}(Q, \lambda)}, \quad B_m = A_m \frac{\psi_{1,m}(Q, \lambda)}{\psi_{2,m}(Q, \lambda)}$$

где, как и в (2.3)

$$P_m(Q, \omega) = n_m^{-1} \sum_n \int_{S_1} \varphi_n \varphi_m \int M_n(\lambda) \frac{w^{-1}(q_3, \lambda) w(q_3, \omega)}{b_n^*(Q, \lambda)} d\lambda dS_1$$

но при этом

$$M_n = n_n^{-1} \int_S \left. \frac{\partial \Phi_2^\circ}{\partial q_1} \right|_{q_1=Q} w(q_3, \lambda) \varphi_n(q_2) dS$$

$$b_n^* = \frac{\psi'_{2,n}(Q, \lambda)}{\psi_{2,n}(Q, \lambda)} - \frac{\psi'_{1,n}(Q, \lambda)}{\psi_{1,n}(Q, \lambda)}$$

Очевидно, что при дискретизации спектра собственных значений полученные решения переходят в соответствующие решения п. 1.

**3. Взаимодействие сферического импульса давления со сферической оболочкой, имеющей круговое отверстие.** В достоверности результатов, полученных в п. 1, можно убедиться на конкретном примере, сопоставив результаты расчетов по найденным зависимостям с опытными данными. Пусть сферическая волна, генерируемая точечным источником, взаимодействует с недеформируемой сферической оболочкой радиуса  $R$ , имеющей круговое отверстие. При внешнем ( $l > R$ ) по отношению к оболочке расположении источника решение для случая  $S_0 = S$  имеет вид [3]

$$\Phi_2^\circ = \frac{G(s)}{\sqrt{rl}} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(x) \left[ I_{n+1/2}(ky) K_{n+1/2}(kz) - \frac{I'_{n+1/2}(kR)}{K'_{n+1/2}(kR)} K_{n+1/2}(kr) \right]$$

$$y=l, \quad z=r, \quad l < r; \quad y=r, \quad z=l, \quad l > r; \quad k=s/c, \quad x=\cos \vartheta$$

где  $G$  — произвольная функция;  $I_\nu$  и  $K_\nu$  — модифицированная бесселева функция и функция Макдональда;  $P_n$  — полином Лежандра;  $r$  и  $\vartheta$  — радиальная и меридиональная сферические координаты точки наблюдения в системе координат, связанной с центром сферы;  $l$  — радиальная координата источника;  $c$  — скорость распространения возмущений. Принимая во внимание представления (1.4), которые в силу осевой симметрии задачи приводятся к виду ( $l > R$ )

$$\Phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n I_{n+1/2}(kr) P_n(x), \quad \Phi_{02} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n K_{n+1/2}(kr) P_n(x)$$

и используя (1.9), получим

$$\Phi_2 = \Phi_2^* - \frac{c}{s} \sqrt{\frac{R}{r}} \sum_{n=0}^{\infty} \left( n + \frac{1}{2} \right) P_n(x) \times$$

$$\times \frac{K_{n+1/2}(kr)}{Fk_n(kR)} \int_{-1}^{x_0} \frac{\partial \Phi_2^*}{\partial r} \Big|_{r=R} P_n(x') dx'$$

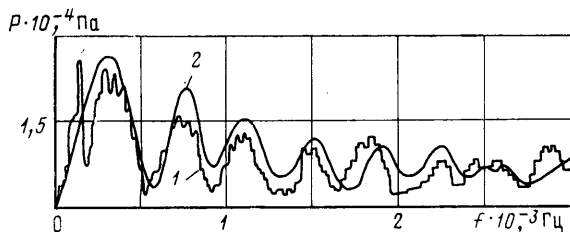
$$Fk_n(y_1) = \frac{n}{y_1} K_{n+1/2}(y_1) - K_{n+1/2}(y_1), \quad x_0 = \cos \vartheta_0$$

Здесь через

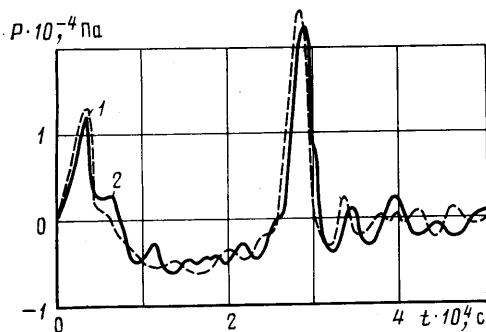
$$\Phi_2^* = \frac{G(s)}{\sqrt{rl}} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(x) I_{n+1/2}(ky) K_{n+1/2}(kz)$$

обозначен потенциал скоростей падающей волны.

Экспериментальная проверка формулы (3.1) осуществлялась в условиях глубокого моря при заглублениях источника, оболочки и гидрофона на величины, исключающие влияние свободной поверхности и дна на результаты замеров в течение времени анализа. В качестве источника возмущения служил высоковольтный разряд [7], а регистрация и обработка данных, поступающих от гидрофона, осуществлялась с помощью бортового варианта специальной анализирующей аппаратуры.



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1 представлены расчетный (при  $s=i\omega$ , кривая 2) и зарегистрированный в опытах (кривая 1) спектры амплитуд суммарного волнового давления; на фиг. 2 — приведенные к одному метру соответствующие профили волн давления в точке с координатами  $r=50R$ ,  $\vartheta=\pi$  при  $l \approx R$ ,  $R=0,22$  м,  $\vartheta_0=20^\circ$  ( $2\vartheta_0$  — угловой размер отверстия). Удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных свидетельствует о правомочности принятых допущений и работоспособности развитого формализма.

4. Дифракция плоской волны на полуплоскости. С целью проверки положений и выводов п. 2 целесообразно обратиться к классической за-

даче о дифракции плоской волны, приходящей из  $x=-\infty$ , на наиболее простой из незамкнутых структур — полуплоскости  $x=0$ ,  $y \leq 0$ .

Разложения (2.1) в этом случае имеют вид

$$\Phi_1 = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} A(\lambda) \exp(i\lambda y - x\sqrt{k^2 + \lambda^2}) d\lambda$$

$$\Phi_{02} = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} B(\lambda) \exp(i\lambda y + x\sqrt{k^2 + \lambda^2}) d\lambda$$

Кроме того,  $\Phi_2^{\circ} = 2\Phi_2^*$  при  $x=0$  (задача в постановке (1.1)–(1.3)). Учитывая, что

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_2^{\circ} |_{x=0} e^{-i\lambda y} dy = 4\pi \delta(\lambda) \Phi_2^* |_{x=0}$$

где  $\delta$  — дельта-функция Дирака, на основании (2.3) можно получить

$$B(\omega) = -A(\omega) = -\frac{k}{\sqrt{k^2 + \omega^2}} \Phi_2^* |_{x=0} \int_0^{\infty} e^{-i\omega y} dy$$

Вид найденных плотностей позволяет объединить представления (4.1) в одно и записать

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_1, & x > 0 \\ \Phi_{02}, & x < 0 \end{cases} = -\frac{k}{2\pi} \Phi_2^* |_{x=0} \operatorname{sgn}(x) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega y} \left[ \frac{\exp(-|x|\sqrt{k^2 + \omega^2})}{\sqrt{k^2 + \omega^2}} \int_0^{\infty} e^{-i\omega \eta} d\eta \right] d\omega$$

Отсюда после изменения порядка интегрирования находим [8]

$$\Phi = -\frac{k}{\pi} \Phi_2^* |_{x=0} \operatorname{sgn}(x) \int_0^{\infty} K_0[k\sqrt{x^2 + (y-\eta)^2}] d\eta \quad (4.2)$$

Если теперь заметить, что  $k\Phi_2^* = -\partial\Phi_2^*/\partial x$  (следствие применения дифференциальных операций к волновому аргументу), то после применения к (4.2) обратного преобразования Лапласа, получим [8]

$$\varphi = \frac{c}{\pi} \operatorname{sgn}(x) \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\partial\Phi_2^*}{\partial x} \Big|_{x=0} [c^2(t-\tau)^2 - R_0^2]^{-1/2} d\eta d\tau$$

$$R_0 = [x^2 + (y-\eta)^2]^{1/2}$$

Эта формула совпадает с классическим решением [9]; интегрирование по  $\tau$  в ней распространяется на область  $ct - y - \eta < \tau < ct - R_0$ , а через  $\varphi$  и  $\Phi_2^*$  обозначены оригиналы изображений  $\Phi$  и  $\Phi_2^*$ .

Отметим, что получающиеся в результате использования формализма п. 1 и 2 точные выражения для лапласовых трансформант искомого решения могут быть обращены и приближенно любым из известных методов [10].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Горшков А. Г. Взаимодействие ударных волн с деформируемыми преградами. — В кн.: Итоги науки и техники (ВИНИТИ). Механика деформируемого тела. Т. 13. М., 1980, с. 105–186.
2. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
3. Дыхта В. В. Метод интегральных преобразований в волновых задачах гидроакустики. Киев: Наук. думка, 1981. 286 с.
4. Шестопапов В. П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. Киев: Наук. думка, 1983. 251 с.
5. Дыхта В. В. Один метод решения задач нестационарной дифракции акустических волн на тонких незамкнутых оболочках. — Докл. АН УССР. Сер. А, 1983, № 1, с. 43–46.
6. Шестопапов В. П. Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 400 с.
7. Кривицкий Е. В., Шамко В. В. Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде. Киев: Наук. думка, 1979. 207 с.
8. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. М.: Наука, 1969. 244 с.
9. Фридлендер Ф. Звуковые импульсы. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 232 с.
10. Крылов В. И., Скобля Н. С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа. М.: Наука, 1974. 223 с.

Николаев

Поступила в редакцию  
14.VIII.1984