

УДК 532.546

ВЛИЯНИЕ КИНЕТИКИ ПРОЦЕССОВ СОРБЦИИ, РАСТВОРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА НА ВЫТЕСНЕНИЕ НЕФТИ РАСТВОРАМИ АКТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ

БЕДРИКОВЕЦКИЙ П. Г., КАНЕВСКАЯ Р. Д., ЛУРЬЕ М. В.

Среди новых методов повышения нефтеотдачи пластов важнейшими являются процессы вытеснения нефти растворами активных примесей (химреагентов), способных изменять гидродинамические характеристики фильтрационной системы. Ранее были изучены автомодельные процессы вытеснения нефти растворами активных примесей в условиях термодинамически равновесного распределения примеси в растворенном в обеих фазах и сорбированном состояниях [1–4]. Однако для мелко-масштабных процессов вытеснения влияние кинетики массообмена является существенным.

В данной работе решается задача вытеснения нефти раствором активной примеси с учетом термодинамической неравновесности процессов физико-химического теплообмена. В задаче о вытеснении нефти раствором водорастворимого поверхностно-активного вещества или полимера учитывается кинетика сорбции химреагента; в задаче о вытеснении нефти карбонизированной водой — кинетика процесса растворения углекислого газа в вытесняемой фазе. Учет этих эффектов особенно важен при интерпретации результатов лабораторных экспериментов по вытеснению.

Решена задача о вытеснении нефти горячей водой с учетом теплообмена с окружающими пластами. В отличие от рассмотренного ранее случая стационарного распределения температуры в ограниченной окрестности пласта (приток тепла по закону Ньютона) [5, 6] в данной работе разобран случай нестационарного прогрева бесконечных по мощности окружающих пласт горных массивов (схема Леверье).

1. Анализ системы уравнений движения. Процесс вытеснения нефти раствором активной примеси описывается системой уравнений баланса массы фаз, баланса массы примеси в водном растворе и в сорбированном состоянии [4] и уравнением линейной кинетики сорбции [5]

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial t}(cs+a) + \frac{\partial}{\partial x}(cF) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \Gamma c - a; \quad F = F(s, c) \quad (1.2)$$

Здесь x — безразмерная координата, равная отношению порового объема, отсчитываемого вдоль пласта от нагнетательной галереи, к объему жидкости, прокачанной за характерное время сорбции τ ; t — безразмерное время, равное отношению реального времени к τ ; $s(x, t)$ — насыщенность порового пространства вытесняющей фазой; $c(x, t)$ — концентрация примеси в водном растворе; $a(x, t)$ — концентрация сорбированной примеси; Γ — константа Генри, равная отношению концентрации сорбированной примеси к концентрации примеси в водном растворе в условиях термодинамического равновесия; F — функция Баклея — Леверетта, равная доле вытесняющей фазы в потоке.

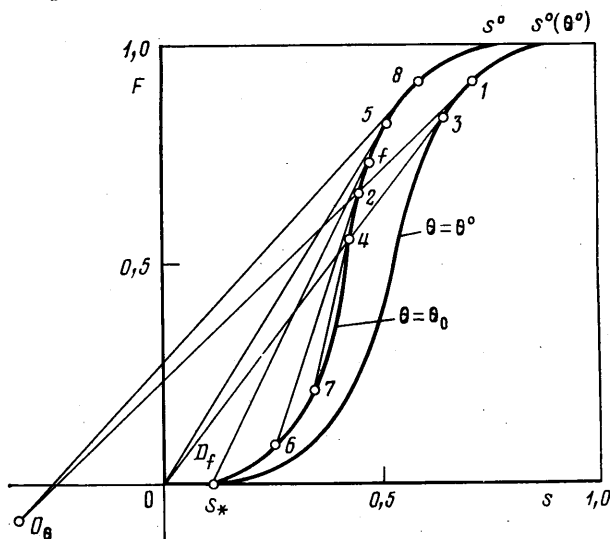
В условиях термодинамически равновесного распределения примеси в водном растворе и в сорбированном состоянии $\tau \rightarrow 0$. Уравнение кинетики сорбции (1.2) переходит в уравнение изотермы сорбции $a = a(c) = \Gamma c$. Рас-

считается случай примеси, улучшающей условия вытеснения: $F_c < 0$.

В начальный момент времени в пласте находится нефть со связанной водой, насыщенность которой равна s_* . В пласт закачивается раствор примеси концентрации c^0 . Соответствующие начальные и граничные условия для системы (1.1), (1.2) имеют вид

$$\begin{aligned} s(x, 0) = s_*, \quad c(x, 0) = 0, \quad a(x, 0) = 0 \\ s(0, t) = 1, \quad c(0, t) = c^0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Гиперболическая система квазилинейных уравнений (1.1), (1.2) допускает разрывные решения. Условия Гюгонио баланса масс фаз, примеси



Фиг. 1

и сорбированной примеси на разрыве имеют вид [8]

$$D[s] = [F]; \quad D[cs + a] = [cF]; \quad D[a] = 0 \quad (1.4)$$

Здесь $D = dx/dt$ — скорость разрыва, $[A] = A^+ - A^-$ — скачок величины A , равный разности значений величин A до и после разрыва. Если $[a] \neq 0$, то $D = 0$. Поэтому $[F] = [c] = 0$. Если $D \neq 0$, то $[a] = 0$. Пусть $[c] \neq 0$. Тогда из первых двух соотношений (1.4) имеем $D = F^\pm / s^\pm$. Если $[c] = 0$, то $D = [F(s^+, c) - F(s^-, c)] / (s^+ - s^-)^{-1}$.

Систему (1.1), (1.2) можно записать в инвариантах Римана

$$\frac{\partial(F/s)}{\partial t} + F_* \frac{\partial(F/s)}{\partial x} = F_c \frac{a - \Gamma c}{s^2} \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{F}{s} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{a - \Gamma c}{s}, \quad \frac{\partial a}{\partial t} + 0 \frac{\partial a}{\partial x} = \Gamma c - a \quad (1.6)$$

Заметим, что характеристические скорости и соотношения на разрыве легко интерпретировать геометрически на плоскости $(s, F(s, c))$ (фиг. 1). Скорость первого семейства характеристик F_* равна тангенсу угла наклона касательной к кривой $c = \text{const}$. Скорость второго семейства F/s равна тангенсу угла наклона прямой, проходящей через данную точку и начало координат. В случае, если скачок концентрации на разрыве отличен от нуля, скорость разрыва совпадает со второй характеристической скоростью. Если $[c] = 0$, то скорость разрыва равна тангенсу угла наклона прямой, проходящей через точки $s^+, F(s^+, c)$ и $s^-, F(s^-, c)$.

Увеличим характерное время сорбции τ в ϵ раз. При этом правая часть

уравнения (1.2) уменьшится в ε раз. Обозначим через $[s, c, a]_\varepsilon(x, t)$ решение задачи (1.3). Справедливо равенство

$$[s, c, a]_\varepsilon(x, t) = [s, c, a]_1\left(\frac{x}{\varepsilon}, \frac{t}{\varepsilon}\right) \quad (1.7)$$

Увеличение t в ε раз равносильно сжатию координатных осей в ε раз. Если в (1.7) $\varepsilon \rightarrow 0$, то левая часть стремится к решению системы (1.1) при $a = \Gamma c$. Поэтому при $t \rightarrow \infty$, $x/t = \text{const}$ решение задачи (1.3) имеет автомодельную асимптотику, соответствующую мгновенной сорбции примеси. Автомодельному решению на плоскости (s, F) соответствует путь [2, 4]

$$(1, c^\circ) - J \rightarrow (s^\circ(c^\circ), c^\circ) - S - (s_1, c^\circ) - J_c \rightarrow (s_2, 0) - P - J - (s_*, 0) \quad (1.8)$$

Здесь S — участок простой волны, J_c — c -скачок, J — s -скачок, P — область постоянства. На фиг. 1 прямая O_c-1 касается кривой $c = c^\circ$.

При $\varepsilon \rightarrow \infty$ в уравнении (1.2) $\partial a / \partial t \rightarrow 0$. Из (1.7) следует, что при $t \rightarrow 0$, $x/t = \text{const}$ решение задачи (1.3) имеет автомодельную асимптотику, соответствующую бесконечно медленной сорбции

$$(1, c^\circ) - J - (s^\circ(c^\circ), c^\circ) - S - (s_3, c^\circ) - J_c - (s_4, 0) - P - J - (s_*, 0) \quad (1.9)$$

На фиг. 1 прямая $0-3$ касается кривой $c = c^\circ$.

2. Построение решения. В момент $t=0$ происходит распад разрыва с конфигурацией (1.9). На оси $x=0$ происходит неподвижный s -разрыв: $s^- = 1$, $s^+ = s^\circ(c^\circ)$, $c^+ = c^- = c^\circ$. В рассматриваемой задаче поверхность Коши $x=0$ является a -характеристикой (1.6). В этом случае задача Гурса накладывает ограничения на решение, в результате которого можно найти это решение на поверхности Коши. Из уравнения (1.2) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для величины a при $x=0$, соответствующем нагнетательной галерее

$$\frac{da(0, t)}{dt} = a - \Gamma c$$

Начальное условие для этого уравнения получается из (1.3): $a(0, 0) = 0$. Отсюда

$$a(0, t) = \Gamma c^\circ (1 - e^{-t}) \quad (2.1)$$

Образовавшийся в момент $t=0$ c -скачок распространяется вдоль s -характеристики $x = x_0(t)$ (фиг. 2). Из соотношений (1.4), (1.6) следует, что этот разрыв контактный. Через него не происходит перетока вещества примеси. Величину инварианта Римана системы (1.5), (1.6) обозначим через $I = F/s$. Тогда

$$\frac{dx_0}{dt} = I^+(x_0) = I^-(x_0) \quad (2.2)$$

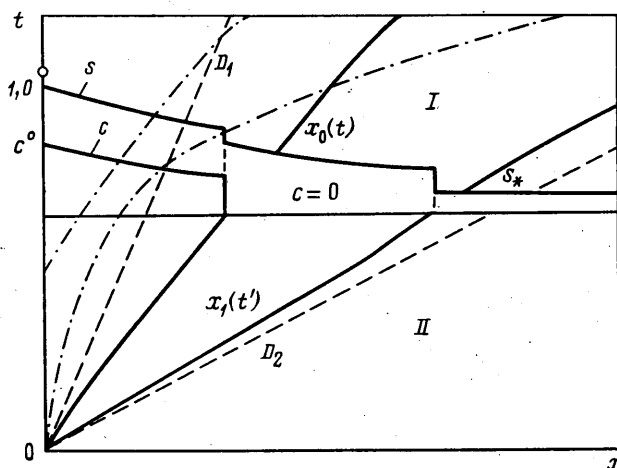
Скорость s -разрыва не равна нулю. Поэтому $[a] = 0$, и $a^\pm(x_0) = 0$. Получаем уравнение для концентрации примеси на фронте x_0

$$\frac{dc^+(x_0)}{dt} = -\frac{\Gamma c^+(x_0)}{s^+(x_0)}, \quad c^+(x_0) = c^\circ$$

Отсюда следует, что $c^+(x_0) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Рассмотрим случай $s_2 < s_1$, соответствующий слабой сорбции. Здесь s_1 — абсцисса точки касания прямой, проведенной через точку $(s_*, 0)$ к кривой $c=0$, фиг. 1. На фиг. 2 приведен ход характеристик. Поскольку $a < \Gamma c$, в силу (1.5) вдоль s -характеристик величина I возрастает. В силу (1.6) вдоль c -характеристик величина c убывает. Скорость s -характеристик возрастает со временем.

Возникший при $t=0$ c -скачок движется вдоль s -характеристики $x_0(t)$, которой на плоскости (s, F) соответствует линия, соединяющая точки 3



Фиг. 2

и 4 на фиг. 1. При $x < x_0(t)$ s -характеристики распространяются из централизованной волны в точке $(0, 0)$. Они приходят на разрыв $x_0(t)$; c -характеристики приносят значения инвариантов с прямой $x=0$; a -характеристики — с линии $x_0(t)$. Вдоль a -характеристик величина сорбированной примеси возрастает и при $t \rightarrow \infty$ стремится к равновесному значению Γc .

Перед фронтом $x_0(t)$ $c=0$. Поэтому при $x > x_0(t)$ решение задачи (1.3) сводится к краевой задаче

$$s(x_0, t) = s^+(x_0), \quad s(x, 0) = s_* \quad (2.3)$$

для первого уравнения (1.1) при $c=0$.

Вдоль разрыва $x_0(t)$ насыщенность $s^+(x_0, t)$ меняется от s_1 до s_2 . Значения $s^+(x_0, t)$ распространяются вдоль характеристик в простой s -волне до разрыва $x_1(t')$

$$\frac{x_1(t') - x_0(t)}{t' - t} = F_*(s^+(x_0, t), 0) \quad (2.4)$$

Перед фронтом вытеснения $x_1(t')$ находится невозмущенная зона $s = s_*, c=0, a=0$. Переток массы фаз через фронт вытеснения $x=x_0(t)$ не происходит. Это позволяет выразить в квадратурах закон движения фронта вытеснения $x_1(t')$ методом интегрирования по контактному контурам [7]. Проинтегрируем первое из уравнений (1.1) по области, ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (x_1, t') \rightarrow (0, 0)$. Согласно формуле Грина, для этого достаточно проинтегрировать по этому контуру дифференциальную форму $\theta = Fdt - sdx$, имеющую смысл массового потока фаз. Поскольку переток массы фаз через линию разрыва не происходит, интеграл от формы θ вдоль нее равен нулю. Поэтому интеграл от формы θ вдоль $s^+(x_0, t)$ -характеристики равен интегралу от θ вдоль линии $x_1(t')$. Это приводит к первому интегралу уравнений движения

$$\frac{F(s^+(x_0, t), 0) - s^+(x_0, t) F_*(s^+(x_0, t), 0)}{t' - t} = -s_* x_1(t') \quad (2.5)$$

Из системы уравнений (2.4), (2.5) по известному $x_0(t)$ для любого t' определяются величины t и $x_1(t')$.

При $x > x_1(t')$ имеем $c=a=0, s=s_*$.

Анализ решения задачи о вытеснении нефти раствором активной примеси в условиях неравновесной сорбции позволяет сделать выводы о влиянии кинетики сорбции на процесс вытеснения. В отличие от равновесной

модели (1.1) при $a = \Gamma c$ рассмотрение неравновесности сорбционного процесса в модели вытеснения позволяет учесть влияние темпа нагнетания раствора примеси на некоторые показатели разработки. Увеличение темпа закачки не меняет вид решения задачи (1.3) на плоскости (x, t) , а приводит только к пропорциональному уменьшению безразмерной координаты добывающей галереи. Из выпуклости кривой $x_1(t')$ следует, что увеличение темпа закачки несколько увеличивает период безводной эксплуатации. Из выпуклости кривой $x_0(t)$ следует, что при этом повышается степень вытеснения нефти и снижается скорость обводнения продукции на стадии водонефтяного вала. На фиг. 2–5 область I представляет водонефтяной вал; область II соответствует безводной эксплуатации.

Приближенный метод расчета движения фронта вытеснения. Если известно уравнение разрыва $x_0(t)$, то из системы (2.4), (2.5) определяется закон движения фронта $x_1(t')$. Для отыскания $x_0(t)$ предлагается приближенный метод. Значение насыщенности справа от разрыва $x_0(t)$ изменяется от s_4 до s_2 , а слева — от s_3 до s_2 ($s_3 > s_2$). Согласно (1.6), на фронте $x_0(t)$ задано уравнение $dc^-/dt = -\Gamma c^-/s^-$. Отсюда имеем

$$-\Gamma \frac{c^-}{s_2} < \frac{dc^-}{dt} < -\Gamma \frac{c^-}{s_3}$$

Пусть $\langle s \rangle$ — некоторое среднее значение насыщенности $s_2 \leq \langle s \rangle \leq s_3$, а начальное условие для обыкновенного дифференциального уравнения имеет вид $c^-(0, 0) = c^0$. Тогда

$$c^-(x_0, t) = c^0 \exp \left(-\frac{t}{\langle s \rangle} \right) \quad (2.6)$$

Положим, что насыщенность s^- вдоль фронта $x_0(t)$ изменяется по экспоненциальному закону

$$s^-(x_0, t) = (s_3 - s_2)(1 - \exp(-t)) + s_2 \quad (2.7)$$

Так как разрыв $x_0(t)$ является одновременно c -характеристикой, то из (1.6) имеем

$$x_0(t) = \int_0^t \frac{F(s^-(x_0), c^-(x_0))}{s^-(x_0)} dt \quad (2.8)$$

3. Вытеснение нефти из обводненного пласта. Рассмотрим задачу (1.3) при произвольных значениях начальной насыщенности $s(x, 0)$ в пласте. В ее решении может быть выделено шесть различных случаев в зависимости от значений начальной водонасыщенности $s_0 = s(x, 0)$ в пласте

- 1) $s_* \leq s_0 < s_6$; 2) $s_6 \leq s_0 < s_7$; 3) $s_7 \leq s_0 < s''$
 4) $s'' \leq s_0 < s_4$; 5) $s_4 \leq s_0 < s_2$; 6) $s_2 \leq s_0 \leq s^0$

Здесь 6 и 7 — точки пересечения касательных, проведенных к кривой $F(s, 0)$ в точках 2 и 4 соответственно, с этой кривой, s'' — точка перегиба кривой $F(s, 0)$ (фиг. 1).

Траектория c -скачка $x_0(t)$ и решение в области $x < x_0(t)$ во всех указанных случаях строятся аналогично случаю $s_0 = s_*$ (фиг. 2). Таким образом, имеются различия только в области $c = 0$.

Решение в первом случае совпадает с рассмотренным выше при $s_0 = s_*$.

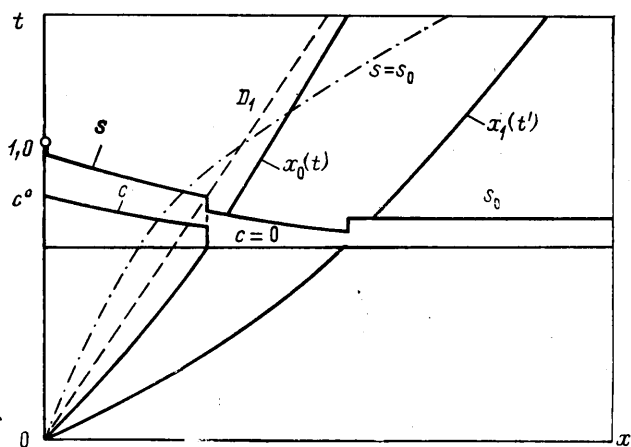
Во втором случае уравнение движения s -скачка $x_1(t')$ определяется так же, как описано выше (см. (2.4), (2.5)), при этом правая часть формулы (2.5) приобретает вид $F(s_0, 0)t' - s_0 x_1(t')$. Разрыв $x_1(t')$ имеет наклонную асимптоту, совпадающую с характеристикой, вдоль которой $s = s_a$. Здесь s_a удовлетворяет соотношению

$$F_s(s_a, 0)(s_a - s_0) = F(s_a, 0) - F(s_0, 0) \quad (3.1)$$

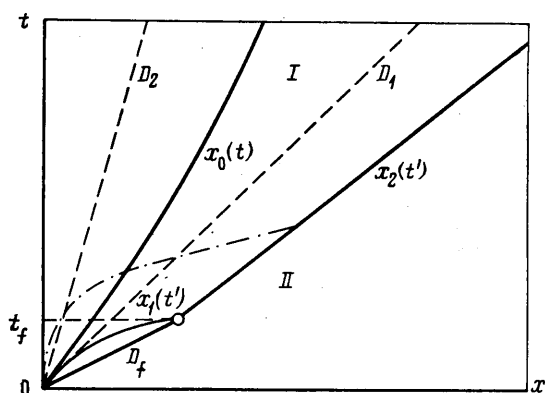
Такое же решение имеет задача (1.3) при $s_4 < s_f < s_2$. В этом случае $s_a = s_f$.

В третьем случае решение при $c = 0$ представляет собой простую волну, частью которой является центрированной. На центрированной волне насыщенность изменяется от s_4 до s_2 . Разрыв $x_1(t')$ движется по прямой

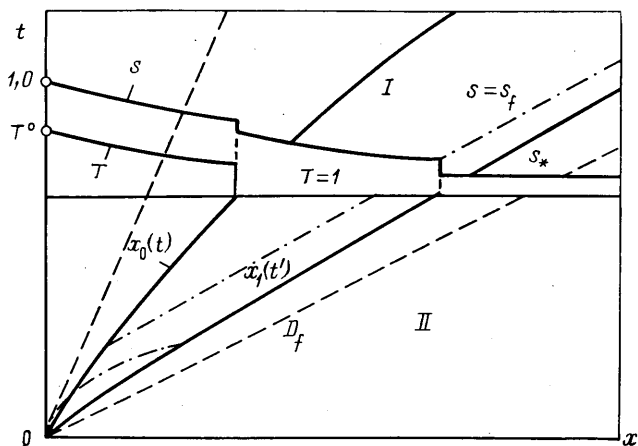
$$x_1(t') = F_s(s_a, 0)t' \quad (3.2)$$



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Поэтому в этом случае применение ПАВ не изменяет характеристик начальной стадии процесса довытеснения нефти из обводненного пласта.

Аналогично строится решение задачи (1.3) в случае сильной сорбции, т. е. при $s_f < s_1 < s_2$; в этом случае $s_a = s_f$.

В решении, построенном для четвертого случая, имеется только один разрыв. В отличие от только что рассмотренного решения здесь переход с простой волны при $c=0$ в невозмущенную зону осуществляется непрерывным образом. Границей является характеристика $x = F_s(s_0, 0)t$.

В пятом случае распаду разрыва при $t=0$ на плоскости (s, F) соответствует путь

$$(1, c^0) \rightarrow J \rightarrow (s^0(c^0), c^0) \rightarrow S \rightarrow (s_3, c^0) \rightarrow J_c \rightarrow (s_4, 0) \rightarrow P \rightarrow J \rightarrow (s_0, 0)$$

Автомодельная асимптотика при $t \rightarrow \infty$, $x/t = \text{const}$ имеет вид

$$(1, c^0) \rightarrow J \rightarrow (s^0(c^0), c^0) \rightarrow S \rightarrow (s_1, c^0) \rightarrow J_c \rightarrow (s_2, 0) \rightarrow P \rightarrow S \rightarrow (s_0, 0) \quad (3.3)$$

Ход характеристик показан на фиг. 3. До момента времени t_0 с разрыва $x_0(t)$ уходят характеристики, несущие на себе значения насыщенности $s < s_0$ и порождающие s -скачок $x_1(t')$, справа от которого расположена невозмущенная зона $s = s_0$. Значения $s^-(x_1(t'), t')$ возрастают, $s^-(x_1) \rightarrow s_0$ при $t' \rightarrow \infty$, поэтому $[s] \rightarrow 0$ и $dx_1/dt' \rightarrow F_*(s_0, 0)$. Таким образом, фронт $x_1(t')$ замедляется и увеличение темпа закачки приводит к уменьшению периода отбора жидкости при начальных значениях насыщенности.

Шестой случай аналогичен пятому, но окончание пути (3.3) заменяется на последовательность: $(s_2, 0) \rightarrow P \rightarrow J \rightarrow (s_0, 0)$. Поэтому вдоль фронта $x_1(t')$ при $t' \rightarrow \infty$ имеем

$$[s] \rightarrow (s_0 - s_2) > 0 \quad \text{и} \quad dx_1/dt' \rightarrow (F(s_0, 0) - F(s_2, 0)) / (s_0 - s_2).$$

4. Неравновесность процесса распределения примеси по фазам. Рассмотрим случай, когда активная примесь растворяется в нефти, изменяя ее вязкость и фазовую проницаемость. Процесс фронтального вытеснения описывается системой уравнений баланса массы фаз, баланса массы примеси в воде и в нефти и уравнением линейной кинетики растворения

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial t} [cs + \varphi(1-s)] + \frac{\partial}{\partial x} [cF + \varphi(1-F)] = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = Kc - \varphi; \quad F = F(s, \varphi) \quad (4.2)$$

Здесь φ — концентрация примеси в нефти; K — константа распределения, равная отношению равновесных концентраций примеси в нефти и в воде.

Соответствующие начальные и граничные условия аналогичны (1.3).

Гиперболическая система (4.1), (4.2) в отличие от системы (1.5), (1.6) не записывается в инвариантах Римана. Ее характеристическая форма имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = F_*, \quad \frac{dF}{dt} = F_*(Kc - \varphi); \quad \frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dt} = Kc - \varphi \quad (4.3)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F}{s}, \quad F \frac{dc}{dt} + (1-F) \frac{d\varphi}{dt} = (Kc - \varphi) \left(1 - \frac{F}{s} \right) \quad (4.4)$$

Анализ условий Гюгоньо на разрывах показывает, что система допускает три типа разрывов: c -скачки, s -скачки и φ -скачки с условиями на разрывах соответственно

$$D = F^\pm / s^\pm, \quad [\varphi] = 0, \quad [c] \neq 0; \quad D = [F] / [s] \quad (4.5)$$

$$[\varphi] = [c] = 0; \quad D = 0, \quad [F] = 0, \quad F[c - \varphi] + [\varphi] = 0$$

Поскольку на c -скачках $[\varphi] = 0$, из (4.5) следует, что они контактные.

При $t \rightarrow \infty$, $x/t = \text{const}$ решение задачи фронтального вытеснения имеет автомодельную асимптотику, соответствующую мгновенному распределению примеси по фазам. Соответствующий путь на плоскости (s, F) имеет вид

$$(1, c^0) \rightarrow J \rightarrow (s^0(Kc^0), c^0) \rightarrow S \rightarrow (s_1, c^0) \rightarrow J_c \rightarrow (s_2, 0) \rightarrow P \rightarrow J \rightarrow (s_*, 0)$$

На фиг. 1 прямая $O_\varphi - 1$ касается кривой $\varphi = Kc^0$, $O_\varphi(-h, -h)$, $h = K/(1-K)$.

При $t \rightarrow 0$, $x/t = \text{const}$ решение имеет автомодельную асимптотику, со-

ответствующую бесконечно медленному растворению примеси в нефти

$$(1, c^0) - J \rightarrow (s^0, c^0) - S - (s_s, c^0) - J_c - (s_s, 0) - S - (s_f, 0) - J - (s_*, 0) \quad (4.6)$$

На фиг. 1 прямые $0-5$ и s_*-s_f касаются кривой $\varphi=0$.

В момент $t=0$ происходит распад разрыва начальных и граничных условий с конфигурацией (4.6). Вдоль оси $x=0$ происходит φ -скачок. Аналогично (2.4) находим $\varphi(0, t) = Kc^0[1 - \exp(-t)]$.

Образовавшийся при распаде разрыва c -скачок конфигурации (4.6) распространяется вдоль c -характеристики $x_0(t)$. Поскольку $c^+(x_0)=0$, $\varphi(x_0)=0$, из (4.4) имеем

$$\frac{dc^-(x_0)}{dt} = Kc^-(x_0) \left[\frac{1}{F(x_0)} - \frac{1}{s(x_0)} \right]$$

Поскольку $D_1 < \dot{x}_0 < D_2$, разрыв x_0 распространяется в секторе $D_1 < x/t < D_2$. Поэтому при $t \rightarrow \infty$ имеем $s(x_0) \rightarrow s_2$, $\dot{x}_0 \rightarrow F_2/s_2$. При $t \rightarrow \infty$ имеем $c^-(x_0) \rightarrow 0$. Для концентрации на фронте $c^-(x_0)$ получаются оценки, аналогичные (2.7).

На фиг. 4 приведен ход характеристик при $x < x_0(t)$. В эту область s -характеристики приносят неизвестные из централизованной волны в точке $(0, 0)$, c -характеристики — с линии $x=0$, φ -характеристики — с линии x_0 . Величина F вдоль s -характеристик убывает, s -характеристики приходят на разрыв x_0 .

При $x > x_0(t)$ имеем $c = \varphi = 0$. Решение задачи фронтального вытеснения совпадает с решением смешанной задачи $s(x_0, t) = s^+(x_0)$, $s(x_0, 0) = s_*$ для уравнения баланса массы фаз (4.1). Вдоль линии $x_0(t)$ насыщенность меняется от s_5 до s_2 , наклон s -характеристик возрастает. При $x > x_0(t)$ s -характеристики пересекаются.

В момент $t=0$ от c -скачка отделяется s -скачок. Он распространяется вдоль линии $x_1(t')$; s -характеристики с линии $x_0(t)$ приносят значения $s^-(x_1)$

$$s^-(x_1(t')) = s^+(x_0(t)); \quad x_1(t') - x_0(t) = F_s(s^-(x_1), 0)(t' - t) \quad (4.7)$$

Лучи централизованной s -волны приносят значения $s^+(x_1)$

$$x_1(t') = F_s(s^+(x_1), 0)t' \quad (4.8)$$

Рассмотрим произвольную точку $(x_1(t'), t')$ пересечения s -характеристики, соответствующей $s = s^-(x_1)$, и луча централизованной волны, соответствующего $s = s^+(x_1)$. Тогда $F_s(s^-(x_1), 0) > F_s(s^+(x_1), 0)$, откуда следует эволюционность разрыва $x_1(t')$

$$F_s(s^+(x_1), 0) < \frac{dx_1}{dt} = \frac{F(s^+, 0) - F(s^-, 0)}{s^+(x_1) - s^-(x_1)} < F_s(s^-(x_1), 0)$$

Уравнение огибающей $x_3(t')$ семейства s -характеристик при $x > x_0(t)$ имеет вид

$$\frac{dx_3}{dt'} = F_s(s(x_0), 0) = \frac{x_3(t') - x_0(t)}{t' - t}, \quad x_3(0) = 0$$

Для каждого t $dx_1/dt' < dx_3/dt'$. Поэтому $x_1(t') < x_3(t')$, и s -характеристики при $x_0 < x < x_1$ не пересекаются.

Проинтегрируем форму потока массы фазы по контуру $(0, 0) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (x_1, t') \rightarrow (0, 0)$. Интеграл по участку $(0, 0) \rightarrow (x_0, t)$ равен нулю. Это приводит к первому интегралу движения $x = x_1(t')$

$$\Delta(s^-(x_1), 0)(t' - t) = \Delta(s^+(x_1), 0)t', \quad \Delta(s, \varphi) = F - sF_s. \quad (4.9)$$

Из системы трех трансцендентных уравнений (4.7), (4.8) и (4.9) для любого t' находятся величины x_1 , $s^+(x_1)$ и t .

Поскольку $\dot{x}_1 > F - sF_s$, в некоторый момент t_f разрыв $x_1(t')$ догонит

фронт вытеснения $x=D_f t$. Для нахождения t_f в системе (4.7), (4.8), (4.9) надо положить $s^+(x_1)=s_f$.

В момент t_f образуется s -скачок $s^-(x_1(t_f))=s_*$. Он распространяется вдоль линии $x_2(t')$. С линии x_0 s -характеристики приносят значения $s^-(x_2)$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{F(s^-, 0)}{s^-(x_2) - s_*}, \quad s^-(x_2) = s^+(x_0), \quad \frac{x_2 - x_0}{t' - t} = F_s(s^+(x_0), 0)$$

Поскольку $x_2(t') < x_3(t')$, до достижения разрыва x_2 s -характеристики не успеют пересечься. Разрыв $x_2(t')$ устойчив. Интегрированием по контуру $(0, 0) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (x_2, t') \rightarrow (D_f t_f, t_f)$ получаем первый интеграл движения $x=x_2(t')$. При $t \rightarrow \infty$ имеем $s^-(x_2) \rightarrow s_2$, $dx_2/dt' \rightarrow D_2$.

Увеличение темпа закачки U до величины $U_f = \Omega_0/D_f t_f \tau$ (когда ось добычащей галереи лежит правее оси $x=D_f t_f$) приводит к уменьшению периода безводной эксплуатации и увеличению обводненности на стадии водонефтяного вала. При $U > U_f$ применение примеси по сравнению с заводнением не меняет периода безводной эксплуатации и начальной стадии обводнения.

При рассмотрении процесса довытеснения нефти из обводненного пласта раствором примеси, растворяющейся в нефтяной фазе, возникают задачи типа (1.3), в которых $s_* < s(x, 0) = s_0 < s^0$. В зависимости от структуры решения могут быть выделены пять различных случаев: 1) $s_* \leq s_0 < s_6$; 2) $s_6 \leq s_0 < s'_2$; 3) $s'' \leq s_0 < s_2$; 4) $s_2 \leq s_0 < s_5$; 5) $s_5 \leq s_0 < s^0$.

Решение задачи в первом случае строится так же, как в описанном выше случае $s=s_*$. Во втором случае решение отличается от него лишь тем, что разрыв $x_2(t')$ имеет наклонную асимптоту, совпадающую с характеристикой, вдоль которой $s=s_0$. Значение s_0 определяется из (3.4).

В третьем и четвертом случаях автомодельная асимптотика решений при $t \rightarrow 0$, $x/t = \text{const}$ имеет только один скачок. В момент $t=0$ от этого s -скачка отделяется s -скачок, фиг. 4. В третьем случае его скорость сначала увеличивается, а затем уменьшается, при $t' \rightarrow \infty$ имеем $\dot{x}_2(t') \rightarrow F_s(s_0, 0)$, $[s] \rightarrow 0$. В четвертом случае скорость s -разрыва $\dot{x}_2(t')$ увеличивается. При $t' \rightarrow \infty$ имеем $s^-(x_2) \rightarrow s_2$, $s^+(x_2) \rightarrow s_0$, поэтому $\dot{x}_2(t') \rightarrow [F(s_0, 0) - F(s_2, 0)] / (s_0 - s_2)$.

В пятом случае автомодельной асимптотике решения при $t \rightarrow 0$, $x/t = \text{const}$ соответствует путь на плоскости (s, F)

$$(1, c^0) \rightarrow (s^0, c^0) \rightarrow S - (s_0, c^0) \rightarrow J_c \rightarrow (s_0, 0) \quad (4.10)$$

При $t=0$ происходит распад разрыва конфигурации (4.10). В этот момент от s -скачка отделяется s -скачок, скорость которого увеличивается и при $t' \rightarrow \infty$ стремится к величине

$$\frac{F(s_0, 0) - F(s_2, 0)}{s_0 - s_2}$$

В первом, втором и третьем случаях увеличение темпа закачки приводит к понижению нефтеотдачи; в четвертом и пятом случаях — к повышению.

Таким образом, структура зоны вытеснения при учете неравновесности растворения активной примеси в вытесняемой фазе отличается от структуры зоны вытеснения в условиях термодинамического равновесия. Появление второго водонефтяного вала за фронтом вытеснения связано с тем, что на начальной стадии процесса примесь не успевает раствориться в вытесняемой фазе и процесс совпадает с обычным заводнением. При больших темпах закачки это различие существенно; влияние активной примеси сказывается только на заключительной стадии водного периода разработки. При медленном нагнетании раствора активной примеси разрыв насыщенности, распространяющийся перед фронтом концентрации, быстро догоняет фронт вытеснения. После их столкновения скорость фронта вытеснения уменьшается и распределения насыщенности и концентрации стремятся к равновесным.

5. Неадиабатическое вытеснение нефти горячей водой. Процесс неадиабатического вытеснения нефти горячей водой описывается системой

уравнений баланса массы фаз и теплового баланса [4, 9]:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad F = F(s, T) \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[T(s+b)+q] + \frac{\partial}{\partial x}[T(F+h)] = 0 \quad (5.2)$$

$$b = (c_0 + (1-m)c_r m^{-1})(c_w - c_0)^{-1}; \quad h = c_0(c_w - c_0)^{-1}$$

$$q = Q/T_0 H (c_w - c_0)$$

Здесь $T(x, t)$ — отношение температуры флюидов и коллектора к начальной температуре T_0 горного массива; c_0 , c_w и c_r — удельные теплоемкости нефти, воды и породы соответственно; $Q(x, t)$ — количество тепла, отданного в кровлю и подошву пласта; H — мощность пласта; m — пористость. Предполагается, что тепловое равновесие между водой, нефтью и насыщенным пористым коллектором устанавливается мгновенно.

Для замыкания уравнений (5.1), (5.2) необходимо задать закон изменения величины q . Согласно схеме Лаверье [9], для этого используется автомодельное решение одномерной задачи о прогреве полубесконечного ($z \geq 0$) пространства источником тепла, расположенным на его границе

$$c_r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \tau \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}, \quad \theta(0, t) = T, \quad \theta(z, 0) = \theta(\infty, t) = 1 \quad (5.3)$$

Здесь θ — температура горного массива, отнесенная к ее начальному значению T_0 ; λ — коэффициент теплопроводности; t — время, обезразмеренное по некоторому параметру τ , характеризующему теплообмен пласта и горного массива.

Решение этой задачи определяет поток тепла $-\lambda T_0 \partial \theta / \partial z$ на границе $z=0$ рассматриваемого полупространства [10]. После несложных преобразований этот поток представляется в виде

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{T-1}{\sqrt{2\pi t}}, \quad \tau = H^2 \frac{(c_w - c_0)^2}{\lambda c_r} \quad (5.4)$$

Предположим далее, что автомодельное распределение температуры (5.3) в горном массиве устанавливается мгновенно при изменении температуры в пласте: $\theta(0, t) = T(x, t)$. Тогда уравнение (5.2), замыкаемое законом теплообмена (5.4), приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial t}[T(s+b)] + \frac{\partial}{\partial x}[T(F+h)] = -\frac{T-1}{\sqrt{2\pi t}} \quad (5.5)$$

Начальные и граничные условия, соответствующие процессу вытеснения нефти из неразрабатывающегося пласта горячей водой, для системы (5.1), (5.5) имеют вид

$$s(x, 0) = s_*, \quad T(x, 0) = 1, \quad s(0, t) = 1, \quad T(0, t) = T^0 \quad (5.6)$$

Система (5.1), (5.5) допускает два типа разрывов: s -скачки и T -скачки, условия на которых имеют вид соответственно

$$D[s] = [F], \quad [T] = 0; \quad D = \frac{F^\pm + h}{s^\pm + b}, \quad [T] \neq 0 \quad (5.7)$$

Система (5.1), (5.5) записывается в инвариантах Римана

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{F+h}{s+b} \right) + F_* \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{F+h}{s+b} \right) = -\frac{F_*}{s+b} \frac{T-1}{\sqrt{2\pi t}} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{F+h}{s+b} \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{1}{s+b} \frac{T-1}{\sqrt{2\pi t}} \quad (5.9)$$

Система уравнений обладает следующим свойством: при увеличении коэффициента теплопроводности в ε^{-1} раз правая часть уравнения (5.5) уменьшается в ε^2 раз

$$[s, T]_\varepsilon(x, t) = [s, T]_1(x/\varepsilon^2, t/\varepsilon^2) \quad (5.10)$$

Поэтому для построения решения можно воспользоваться развитым выше асимптотическим методом.

При $t \rightarrow \infty$, $x/t = \text{const}$ решение задачи (5.6) имеет автомодельную асимптотику — решение уравнения (5.1) в условиях термодинамического равновесия $T \equiv 1$. Оно состоит из центрированной волны $x/t = F_*(s, 1)$, отделяемой разрывом $x/t = F_*(s_f, 1)$ от невозмущенной зоны $s = s_*$ (фиг. 4). Соответствующий путь на плоскости (s, F) задается следующей структурной формулой:

$$(1, 1) - J \rightarrow (s^\circ, 1) - S - (s_f, 1) - J \rightarrow (s_*, 1)$$

Поведение решения в окрестности точки $x=0$, $t=0$ соответствует бесконечно медленному теплообмену. Поэтому в начальный момент времени происходит распад разрыва задачи (5.6) при $Q=0$. Ему соответствует конфигурация

$$(1, T^\circ) - J \rightarrow (s^\circ(T^\circ), T^\circ) - S - (s_i, T^\circ) - J_T \rightarrow (s_2, 1) - P - J \rightarrow (s_*, 1) \quad (5.11)$$

На границе $x=0$ происходит неподвижный s -скачок: $s^-(0, t) = 1$, $s^+(0, t) = s^\circ(T^\circ)$, $T^\pm = T^\circ$.

При $t > 0$ T -разрыв конфигурации (5.11) распространяется вдоль T -характеристики $x = x_0(t)$ (фиг. 5). Он является контактным

$$\frac{dx_0}{dt} = I_T^\pm$$

Здесь $I_T = (F+h)/(s+b)$.

Согласно (5.6), (5.9), закон изменения температуры $T^-(x_0)$ вдоль фронта $x_0(t)$ определяется из уравнения

$$\frac{dT^-}{dt} = - \frac{T^- - 1}{s^- + b} \frac{1}{\sqrt{2\pi t}}, \quad T^-(0, 0) = T^\circ$$

Отсюда следует, что при $t \rightarrow \infty$ имеем $T^- \rightarrow 1$. Скорость разрыва $x_0(t)$ возрастает и стремится к своему предельному значению, равному тангенсу угла наклона касательной $O_T - 8$, проведенной через точку O_T к кривой $T=1$. Действительно, при $T \rightarrow 1$ имеем $F(s, T) \rightarrow F(s, 1)$. Поэтому $s^\pm(x_0) \rightarrow s_8$.

В области $x < x_0(t)$ распространяются $(F+h)/(s+b)$ -характеристики, которые несут на себе значение инварианта Римана из области центрированной волны в точке $(0, 0)$. Согласно (5.8), вдоль них величина I_T возрастает. Они приходят на разрыв $x_0(t)$. Согласно (5.9), вдоль T -характеристики температура убывает и стремится к стационарному значению 1.

Перед фронтом $x_0(t)$ имеем $T \equiv 1$. Решение задачи (5.6) при $x > x_0(t)$ совпадает с решением смешанной задачи $s(x_0, t) = s^+(x_0)$, $s(x, 0) = s_*$ для уравнения баланса массы фаз (5.1).

Вдоль линии $x_0(t)$ насыщенность изменяется от s_2 до s_8 . Значения $s^+(x_0)$ распространяются в простой s -волне до разрыва $x_1(t')$

$$s^+(x_0) = s^-(x_1), \quad \frac{x_1(t') - x_0(t)}{t' - t} = F_*(s^-(x_1), 1) \quad (5.12)$$

Принтегрируем форму потока массы фаз по контуру $(0, 0) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow$

$\rightarrow (x_1, t') \rightarrow (0, 0)$. Интеграл по участку $(0, 0) \rightarrow (x_0, t)$ равен нулю. Это приводит к первому интегралу движения $x = x_1(t')$

$$[F(s^+(x_0), 1) - s^+(x_0)F_s(s^+(x_0), 1)](t' - t) = -s_* x_1(t') \quad (5.13)$$

Из системы трансцендентных уравнений (5.12), (5.13) для любого t' находятся величины t и x_1 . Разрыв $x_1(t')$ имеет наклонную асимптоту, совпадающую с характеристикой, вдоль которой $s = s_j$.

При увеличении темпа закачки горячей воды координата эксплуатационной галереи на плоскости (x, t) сдвигается справа налево. Поскольку со временем скорости фронта вытеснения и фронта температуры возрастают, увеличение темпа закачки приводит к увеличению периода безводной эксплуатации, снижению обводненности добываемой продукции на начальной стадии водного периода разработки, к повышению степени вытеснения на заключительной стадии.

В задаче о распаде разрыва с различными начальными значениями $s_0 = s(x, 0)$ для системы (5.1), (5.5) выделяются пять различных случаев, соответствующих различным типам решения задачи:

- 1) $s_* \leq s_0 < s_s$; 2) $s_s \leq s_0 < s''$; 3) $s'' \leq s_0 < s_2$; 4) $s_2 \leq s_0 < s_s$; 5) $s_s \leq s_0 \leq s^*$.

Случаи 1)–4) аналогичны случаям 2)–5) п. 4. В пятом случае автомодельная асимптотика при $t \rightarrow \infty$, $x/t = \text{const}$ имеет вид

$$(1, 1) - J - (s^*, 1) - S - (s_0, 1) - J_T \rightarrow (s_0, 1)$$

Поэтому $s^\pm(x_0) \rightarrow s_0$, $s^\pm(x_1) \rightarrow s_0$ при $t, t' \rightarrow \infty$ и скорости движения фронтов на бесконечности выравниваются. При этом разрыв $x_0(t)$ ускоряется, а разрыв $x_1(t')$ замедляется аналогично фиг. 3.

Основные эффекты при неадиабатическом довытеснении нефти горячей водой те же, что и при довытеснении сорбирующей примесью. При этом роль концентрации играет температура [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Fayers F. J.* Some theoretical results concerning the displacement of a viscous oil by a hot fluid in a porous medium. — *J. Fluid Mech.*, 1962, v. 13, № 1, p. 65–76.
2. *Charidge E. L., Bondor P. L.* A graphical method for calculating linear displacement with mass transfer and continuously changing mobilities. — *Soc. Petr. Eng. Journal*, 1974, v. 14, № 6, p. 609–618.
3. *Енгов В. М., Полищук А. М.* О роли сорбционных процессов при движении полимерных растворов в пористой среде. — *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1975, № 3, с. 68–76.
4. *Енгов В. М.* Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). Препринт № 161. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1980.
5. *Бедриковецкий П. Г., Каневская Р. Д., Лурье М. В.* Эффекты неравновесной сорбции, растворения и теплообмена при вытеснении нефти активными жидкостями. — *Докл. АН СССР*, 1982, т. 266, № 6, с. 1324–1329.
6. *Зазовский А. Ф.* О вытеснении нефти горячей водой из нетеплоизолированных пластов. — *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1983, № 5, с. 91–98.
7. *Бедриковецкий П. Г.* Вытеснение нефти оторочкой активной примеси, продвигаемой по пласту водой. — *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1982, № 3, с. 102–111.
8. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978, с. 687.
9. *Боксерман А. А., Шалимов Б. В.* Об одной автомодельной задаче неизоотермической фильтрации несмешивающихся жидкостей. — *Науч. техн. сб. по добыче нефти. ВНИИ нефтегаз*, 1971, вып. 41, с. 39–47.
10. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972, с. 735.

Москва

Поступила в редакцию
3.VIII.1984