

УДК 532.529

ДИНАМИКА РАСТВОРИМЫХ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ

НАГИЕВ Ф. Б., ХАБЕЕВ Н. С.

Рассматривается задача о массовом, тепловом и динамическом взаимодействии пузырька, содержащего растворимый газ, с жидкостью. Показана возможность сведения этой задачи к задаче о поведении парового пузырька с фазовыми переходами, детально исследованной в [1–3]. Получены выражения для декремента затухания радиально-симметричных колебаний пузырьков, обусловленного растворимостью газа в жидкости. Определены эффективные коэффициенты массообмена радиально пульсирующих пузырьков с жидкостью. Приведены результаты численного решения задачи о радиальном движении пузырька, вызванного внезапным изменением давления в жидкости, что, в частности, соответствует поведению пузырьков за фронтом ударной волны, когда последняя входит в пузырьковую завесу.

Поведение растворимых газовых пузырьков в жидкости рассматривалось в ряде работ (см. обзор [4]). Динамика малых радиальных колебаний парогазовых пузырьков исследована в [5–7]. Анализ отдельных аспектов этой проблемы, связанных с поглощением и дисперсией звука в пузырьковых средах, проведен в [8]. Однако в связи с тем, что расчеты [8] проведены лишь для одного состава парогазовой смеси, промежуточного между паром и газом, авторы не могли наблюдать всей сложности картины явления, связанной с тем, что сжимаемость парогазового пузырька определяется не только его размером и частотой акустического поля, но и составом парогазовой смеси. Утверждение же [8] о том, что обнаруженное в [5] явление резкого возрастания амплитуды колебаний пузырька при некоторых значениях концентрации пара в нем связано с отрицательными статическими давлениями или перегревами, вызвано недоразумением.

1. Основные уравнения. Принимаются допущения, используемые в постановке Рэлея для динамики одиночного пузырька [9]: сохранение сферической симметрии процесса и однородность давления в пузырьке (гомобаричность).

В рамках принятых допущений уравнение диффузии газа в жидкости в сферических эйлёровых координатах (r, t) имеет вид

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \dot{R} \frac{R^2}{r^2} \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r} \right), \quad r > R \quad (1.1)$$

где c — концентрация газа в жидкости, D — коэффициент диффузии, R — радиус пузырька.

Граничные условия на поверхности пузырька и вдали от него следующие:

$$r = R(t): c = c_s = \Gamma p, \quad r = \infty: c = c_0 = \Gamma p_0 \quad (1.2)$$

где c_s — концентрация насыщения, Γ — коэффициент Генри [10].

Скорость поверхности пузырька \dot{R} и массовая скорость газа на этой поверхности w связаны соотношениями

$$\dot{R} = w + \frac{j}{\rho(R)}, \quad j = D \frac{\partial c}{\partial r} \Big|_R \quad (1.3)$$

где j — скорость массообмена с единицы межфазной поверхности.

Уравнения притока тепла и состояния газа имеют вид

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{dp}{dt}, \quad 0 < r < R \quad (1.4)$$

$$p(t) = \rho(r, t) B T(r, t)$$

где ρ — плотность, p — давление, T — температура, v — скорость, B — газовая постоянная, λ , c_p — коэффициенты теплопроводности и теплоемкости газа при постоянном давлении.

Для газового пузырька без фазовых переходов правомерно упрощающее допущение $T_R = T_0$ [11], которое позволяет обходиться решением только внутренней тепловой задачи (в газе). Связано это с тем, что теплопроводность жидкости много больше теплопроводности газа, а температуропроводность жидкости много меньше температуропроводности газа. Необходимость рассмотрения внешней тепловой задачи для газового пузырька и учет того, что $T_R \neq T_0$, могут возникать лишь при сильном пересечении газа в пузырьке.

Поэтому граничные условия для уравнения притока тепла (1.4) можно записать в виде

$$r=R(t): T=T_0, r=0: \partial T/\partial r=0 \quad (1.5)$$

Уравнения для давления и профиля скорости газа в пузырьке имеют вид [1, 9]

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{3(\gamma-1)}{R} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_R - \frac{3\gamma p}{R} w \\ v(r, t) &= \frac{r}{R} w + \frac{\gamma-1}{\gamma p} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{r}{R} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_R \right] \end{aligned} \quad (1.6)$$

где γ — показатель адиабаты газа.

Уравнения пульсаций пузырька в несжимаемой жидкости и изменения массы пузырька имеют вид

$$R\dot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 = \frac{p-p_\infty - 2\sigma/R}{\rho_l} - \frac{4\mu}{\rho_l R} \dot{R} \quad (1.7)$$

$$\dot{m} = 4\pi R^2 j$$

где σ и μ — коэффициенты поверхностного натяжения и вязкости жидкости, p_∞ — давление вдали от пузырька, ρ_l — плотность жидкости, m — масса пузырька.

Поведение растворимого газового пузырька в жидкости при заданном законе воздействия $p_\infty(t)$ определяется в общем случае следующими физическими характеристиками в некотором характерном состоянии: R_0 , p_0 , ρ_g , ρ_l , γ , λ_g , D , c_p , σ , μ , Γ , которые образуют семь независимых безразмерных параметров:

$$\begin{aligned} \gamma, A &= \frac{\rho_g}{\rho_l}, \quad L = \frac{D\rho_g c_p}{\lambda_g}, \quad \text{Pe} = \frac{R_0}{D} \sqrt{\frac{p_0}{\rho_l}}, \quad S = \frac{\sigma}{R_0 p_0}, \\ M &= \frac{\mu}{\rho_l D}, \quad K = \frac{\Gamma p_0}{\rho_l} \end{aligned}$$

Таким образом, все многообразие решений задачи о поведении растворимого газового пузырька определяется набором выписанных семи независимых безразмерных параметров. Тот факт, что этих независимых параметров семь, показывает большое разнообразие возможных режимов решения этой задачи.

2. Малые колебания. Рассмотрим демпфирование свободных линейных колебаний пузырьков, вызванное растворимостью газа в жидкости. В этом случае радиус пузырька, частота и логарифмический декремент затухания колебаний выражаются формулами

$$R = R_0 [1 + \delta \exp(ht)], \quad |\delta| \ll 1$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\text{Im}\{h\}}{2\pi}, \quad \Lambda = -2\pi \frac{\text{Re}\{h\}}{|\text{Im}\{h\}|}$$

Система уравнений (1.1)–(1.7) линеаризуется. Условие существования нетривиального решения системы линейных уравнений приводит к характеристическому уравнению относительно h .

Выражение для декремента затухания растворимых газовых пузырьков может быть получено аналогично [3], где путем решения характеристического уравнения рассчитаны декременты затухания газовых и паровых пузырьков, обусловленного теплообменом и фазовыми переходами. Можно, однако, получить искомый результат проще, используя аналогию процессов фазового перехода и диффузионного массообмена.

Система уравнений (1.1)–(1.5), описывающая поведение растворимого газового пузырька в жидкости, аналогична системе уравнений, описывающей поведение равновесного парового пузырька с фазовыми переходами [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_l}{\partial t} + R \frac{R^2}{r^2} \frac{\partial T_l}{\partial r} &= \frac{a_l}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) \\ \frac{dT_s}{dp} &= \frac{T_s}{l\rho_g}, \quad j = \frac{\lambda_l}{l} \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_R \end{aligned} \quad (2.1)$$

где a_l — коэффициент температуропроводности, l — удельная теплота парообразования, нижние индексы l и g относятся к параметрам жидкости и газа, T_s — температура насыщения пара, для которой справедливо соотношение Клапейрона — Клаузиуса.

В случае малых колебаний после линеаризации уравнения (1.1)–(1.3), (2.1) могут быть записаны в безразмерном виде

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial C}{\partial \xi} \right), \quad \frac{dC_s}{dP} = 1, \quad J = \left. \frac{\partial C}{\partial \xi} \right|_1 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{a_l}{D} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right), \quad \frac{d\theta_s}{dP} = \frac{p_0}{l\rho_{g0}}, \quad J = \left. \frac{\rho_l c_l T_0 a_l}{\Gamma p_0 l D} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_1 \quad (2.3)$$

$$C = \frac{c}{\Gamma p_0}, \quad \tau = \frac{tD}{R_0^2}, \quad \theta = \frac{T_l}{T_0}, \quad \xi = \frac{r}{R}, \quad J = \frac{jR_0}{\Gamma p_0 D}, \quad P = \frac{p}{p_0}$$

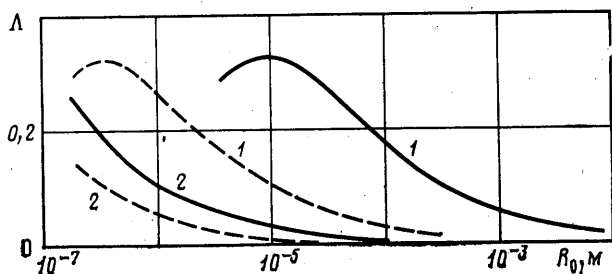
Если отождествить $C = \theta$ и потребовать, чтобы безразмерные комбинации в этих уравнениях были одинаковы, то системы (2.2) и (2.3) полностью совпадут. Для этого необходимо выполнение условий

$$\frac{a_l}{D} = 1, \quad \frac{p_0}{l\rho_{g0}} = 1, \quad \frac{\rho_l c_l T_0}{\Gamma p_0 l} = 1 \quad (2.4)$$

Таким образом, все аналитические результаты для линейных задач, полученные для равновесных паровых пузырьков с фазовыми переходами, могут быть легко пересчитаны на случай растворимых газовых пузырьков. Для этого в соответствующих формулах необходимо сделать замену в соответствии с (2.4).

Следуя указанному выше методу и произведя соответствующие преобразования в результатах [3], получим следующие выражения для собственной частоты растворимого газового пузырька и логарифмического декремента затухания его колебаний, вызванного растворимостью газа:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_l}} \left(1 - 3\gamma \frac{\Gamma p_0}{2\rho_{g0} \sqrt{\text{Pe}_D}} \right), \quad \text{Pe}_D = \frac{2R_0}{D} \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_l}} \\ \Lambda_D &= 3\pi\gamma \frac{\Gamma p_0}{\rho_{g0}} \frac{\sqrt{\text{Pe}_D + 2}}{\text{Pe}_D}, \quad \sqrt{\text{Pe}_D} \gg \frac{\Gamma p_0}{\rho_{g0}} \end{aligned} \quad (2.5)$$



Фиг. 1

где Re_D — диффузионное число Пекле, в котором в качестве скорости выбрана характерная радиальная скорость малых колебаний пузырька.

В широком диапазоне параметров систем жидкость — газовый пузырек тепловая составляющая декремента затухания является доминирующей над вязкой и акустической составляющими [4].

Сравним диффузионную составляющую декремента затухания колебаний газового пузырька (2.5) с тепловой [3]

$$\Lambda_T = 3\pi \frac{\gamma - 1}{\sqrt{Re_g}}, \quad Re_g = \frac{2R_0}{a_g} \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_l}} \gg 1$$

$$\frac{\Lambda_D}{\Lambda_T} = \frac{\Gamma p_0}{\rho_{g0}} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \sqrt{\frac{D}{a_g}} \quad (2.6)$$

На фиг. 1 представлены зависимости тепловой (кривые 1) и диффузионной (кривые 2) составляющих логарифмического декремента затухания колебаний от радиуса пузырька углекислого газа в воде. Сплошные и штриховые кривые соответствуют двум значениям статического давления $p_\infty = 0,1$ и 1 МПа. Кривые получены путем решения характеристического уравнения. Для паровых пузырьков такое уравнение получено в [2]. Используя замену (2.4), это уравнение можно переписать для случая растворимого газового пузырька. В области больших R_0 зависимости хорошо согласуются с асимптотиками (2.5), (2.6).

Увеличение p_0 приводит к уменьшению Λ_T и Λ_D . Хотя с увеличением p_0 и растет растворимость газа в жидкости, одновременно происходит увеличение упругости системы и частоты радиальных колебаний, поэтому Λ_D падает. Коэффициент диффузии газа в жидкости D очень слабо зависит от давления, а коэффициент температуропроводности газа a_g почти обратно пропорционален давлению p_0 . Поэтому в области больших R_0 , где справедливы асимптотики (2.5), (2.6), штриховые кривые можно получить параллельным переносом сплошных кривых влево. Причем при увеличении давления p_0 на порядок кривые Λ_T сдвигаются на 1,5 порядка, а кривые Λ_D — на 0,5 порядка влево.

Видно, что для пузырьков углекислого газа при $R_0 \approx 1$ мкм тепловая составляющая декремента затухания колебаний значительно превосходит диффузионную. Этот вывод тем более справедлив для пузырьков воздуха, который гораздо слабее растворим в воде, чем углекислый газ. При изучении динамики пузырьков, содержащих хорошо растворимый газ (аммиак, хлористый водород, двуокись серы и др.), необходимо учитывать кинетику происходящих при растворении газа химических реакций и выделяемое при этом тепло.

Аналогичным образом на случай растворимого газового пузырька могут быть обобщены формулы для эффективных коэффициентов массообмена на радиально пульсирующего парового пузырька с жидкостью [3]. Соответствующее выражение для числа Шервуда (безразмерного коэффициен-

та массообмена) будет иметь вид

$$\text{Sh} = \sqrt{P_{eD}} + 2, \quad \sqrt{P_{eD}} \gg \Gamma p_0 / \rho_{g0} \quad (2.7)$$

При установившихся колебаниях паровых пузырьков в акустическом поле имеет место интересное явление второго резонанса [2]. Вторая резонансная частота парового пузырька вызвана частотной дисперсией, так как сжимаемость паровых пузырьков в отличие от газовых существенно зависит от частоты колебаний и при малых частотах быстро растет с уменьшением частоты. На низких частотах, когда успевают происходить фазовые переходы (растворение газа в жидкости), изменение объема пузырька сопровождается изменением давления в нем лишь за счет капиллярных эффектов. Выражение для второй резонансной частоты парового пузырька имеет вид [12]

$$\omega = \frac{2F^2}{a_l R_0^4}, \quad F = \frac{\sigma \lambda_l T_0}{l^2 \rho_v^2} \quad (2.8)$$

Используя замену (2.4), формулу (2.8) можно переписать на случай растворимого газового пузырька

$$\omega_R = \frac{2D}{R_0^4} \left(\frac{\sigma \Gamma}{\rho_{g0}} \right)^2 \quad (2.9)$$

Следует, однако, отметить, что второй резонанс имеет малую добротность; кроме того, паровые и растворимые газовые пузырьки в этих условиях могут быть неустойчивыми.

Действительно, перепишем на случай растворимых газовых пузырьков характеристическое уравнение, полученное в [3], как условие существования нетривиального решения системы линейных уравнений, описывающих малые колебания парового пузырька. После преобразования (2.4) это уравнение будет иметь вид

$$f(H) = H^2 - N\Sigma + \frac{3\gamma NH}{(Q+H)} = 0 \quad (2.10)$$

$$H = \frac{hR_0^2}{a_g}, \quad N = \frac{p_0 R_0^2}{\rho_l a_g^2}, \quad \Sigma = \frac{2\sigma}{R_0 p_0}$$

$$Q = k(1 + \sqrt{H a_g / D}) + L_1 B_1, \quad B_1 = \sqrt{H} \operatorname{cth} \sqrt{H} - 1$$

$$k = \frac{3\gamma D \Gamma p_0}{a_g \rho_{g0}}, \quad L_1 = 3(\gamma - 1)$$

Проанализируем условие существования у уравнения (2.10) действительного положительного корня, т. е. инкремента, характеризующего темп развития неустойчивости.

Нетрудно видеть, что функция $f(H)$ на положительной полуоси $(0, \infty)$ непрерывна и, кроме того, $f(H) \rightarrow \infty$ при $H \rightarrow +\infty$

$$f_0 = \lim_{H \rightarrow 0} f(H) = -N\Sigma < 0$$

Отсюда следует, что уравнение (2.10) имеет действительный положительный корень.

В широком диапазоне изменения параметров системы жидкость — растворимый газовый пузырек выполняются условия $D/a_g \ll 1$, $\Gamma p_0 / \rho_{g0} \sim 1$. Анализ уравнения (2.10) показывает, что при этом для искомого положительного корня (инкремента I) справедливы оценки

$$I \ll a_g / R_0^2, \quad I^2 \ll p_0 \Sigma / \rho_l R_0^2 \quad (2.11)$$

Из (2.11) следует, что для B_1 справедливо представление $B_1 = H/3$.

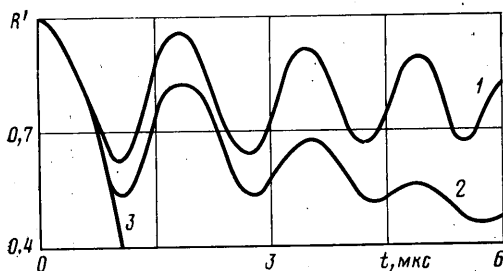
Тогда уравнение (2.10) можно привести к виду

$$\frac{k_1(1+y)}{y^2} = \frac{3}{\Sigma} - 1, \quad k_1 = \frac{3\Gamma p_0}{\rho_{g0}}, \quad y = \sqrt{\frac{IR_0^2}{D}} \quad (2.12)$$

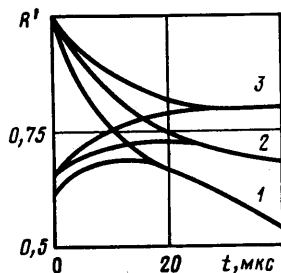
При $10/k_1 \ll \Sigma \ll 1$ выражение для инкремента, получаемое из решения уравнения (2.12), имеет вид

$$I = \frac{D}{R_0^4} \left(\frac{2\sigma\Gamma}{\rho_{g0}} \right)^2 \quad (2.13)$$

Сравнение (2.13) с выражением для второй резонансной частоты ω_R растворимого газового пузырька (2,9) показывает, что $I = 2\omega_R$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Таким образом, инкремент, характеризующий скорость роста амплитуды колебаний пузырька вследствие неустойчивости, имеет тот же порядок, что и вторая резонансная частота растворимого газового пузырька.

Вследствие этого экспериментальная проверка второго резонанса представляется проблематичной.

3. Нелинейные колебания. В случае нелинейных режимов радиального движения пузырька система уравнений (1.1)–(1.7) решалась численно, аналогично [1], разбиением системы на сферические слои внутри и снаружи пузырька с использованием переменной $\xi = r/R(t)$, «замораживающей» подвижную границу пузырька. При учете конечной диффузии газа в жидкости граничное условие на бесконечности можно свести на последний слой жидкости. Контролем счета служила степень совпадения массы пузырька, определяемой интегрированием последнего уравнения системы и путем непосредственного подсчета по слоям внутри пузырька.

В рассмотренных ниже примерах это расхождение не превышало 1%.

Для всех функций должны быть заданы начальные условия. В приведенных ниже примерах предполагается, что до момента возникновения перепада давления система жидкость–газовый пузырек находилась в тепловом, массовом и механическом равновесии. При этом необходимые теплофизические параметры жидкости и газа принимались согласно [10, 13].

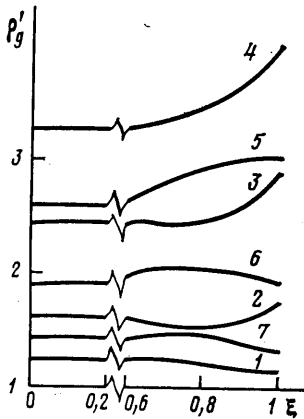
Рассматривалась задача о радиальном движении пузырька, возникающем в результате мгновенного при $t=0$ изменения давления в жидкости вдали от пузырька с p_0 до p_1 , что, в частности, соответствует поведению пузырьков в начале пузырьковой завесы при входе в нее скачка уплотнения.

Из анализа диаграммы равновесных состояний растворимый газ–жидкость следует, что при $p_1 > p_0$ пузырек смыкается, а при $p_1 < p_0$ неограниченно растет.

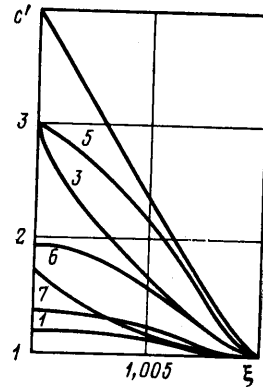
На фиг. 2 проиллюстрировано влияние растворимости газа (параметра Γ) на смыкание пузырька в воде при $R_0 = 10$ мкм, $p_0 = 0,1$ МПа, $p_1 = 0,2$ МПа. Кривые 1–3 соответствуют значениям $\Gamma = 10^{-5}$, 10^{-4} , 10^{-3} с²/м². Очевидно, чем меньше растворимость газа, тем ближе движение пузырька

к гармоническим колебаниям, чем она больше, тем менее заметна затухающая осциллирующая рябь на фоне схлопывающегося пузырька. Кривая 3 практически совпадает с предельной кривой, соответствующей инерционному режиму Рэля ($R'=R/R_0$).

На фиг. 3 приведены огибающие кривых радиус — время для пузырьков углекислого газа в воде при $R_0=10$ мкм, когда давление жидкости скачком повышалось с $p_0=0,1$ МПа до $p_1=0,2$ МПа (кривая 1) и с 1 до 2 МПа (кривая 2). Кривая 3 соответствует случаю $p_0=1$ МПа, $p_1=2$ МПа, $D=0$. В этом случае затухание колебаний пузырька вокруг нового равновесного состояния обусловлено тепловой и вязкой диссипацией. При реальных значениях коэффициента диффузии (кривые 1, 2) пузырек после



Фиг. 4



Фиг. 5

нескольких колебаний выходит на монотонный диффузионный режим смыкания. Сравнение кривых 1 и 2 показывает, что хотя в обоих случаях давление в жидкости скачком удваивалось, повышение статического давления в системе заметно уменьшает роль диффузии и приводит к увеличению времени жизни пузырька.

На фиг. 4, 5 приведены эпюры распределения плотности углекислого газа в пузырьке ($\rho_g'=\rho_g/\rho_{g0}$) и его концентрации в жидкости вокруг пузырька ($c'=c/c_0$) в различные моменты времени. Кривым 1—7 соответствуют моменты времени $\omega t=0, \pi/2, 3\pi/4, 5\pi/4, 3\pi/2, 2\pi$. Причем $\omega t=0$ и 2π соответствуют двум последовательным моментам максимального расширения пузырька. Видно, что из-за пульсации пузырьков кривые распределения плотности немонотонны.

На поверхности пузырька значения безразмерных параметров ρ_g/ρ_{g0} и c/c_0 совпадают. Действительно, так как, согласно (1.5), температура поверхности пузырька не меняется, то из уравнения состояния газа следует $\rho_g|_R/\rho_{g0}=p/p_0$.

В то же время из (1.2) также получим $c|_R/c_0=p/p_0$.

Толщина пограничного слоя распределения плотности газа в пузырьке определяется коэффициентом температуропроводности газа, так как при однородном давлении в пузырьке неоднородность распределения плотности связана с неоднородностью температуры. Для столь мелких пузырьков ($R_0=10$ мкм) эта толщина сравнима с размером пузырька. Толщина же диффузионного погранслоя в жидкости определяется, очевидно, коэффициентом диффузии. А так как для пузырьков углекислого газа в воде при атмосферном давлении $D/a_g \sim 10^{-4}$, то для толщины диффузионного погранслоя в жидкости δ справедлива оценка $\delta/R \sim \sqrt{D/a_g} \sim 10^{-2}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматуллин Р. И., Хабеев Н. С. Динамика паровых пузырьков.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 3, с. 59–67.
2. Хабеев Н. С. Эффекты теплообмена и фазовых переходов при колебаниях паровых пузырьков.— Акуст. журн., 1975, т. 21, № 5, с. 815–821.
3. Нигматуллин Р. И., Хабеев Н. С. Декременты затухания колебаний и эффективные коэффициенты теплообмена пузырьков, радиально пульсирующих в жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6, с. 80–87.
4. Plesset M. S., Prosperetti A. Bubble dynamics and cavitation.— In: Ann. Rev. Fluid Mech. Calif.: Palo Alto, 1977, v. 9, p. 145–185.
5. Нагиев Ф. Б., Хабеев Н. С. Эффекты теплообмена и фазовых переходов при колебаниях парогазовых пузырьков.— Акуст. журн., 1979, т. 25, № 2, с. 271–279.
6. Fanelli M., Prosperetti A., Reali M. Radial oscillations of gas-vapor bubbles in liquids. Pt 1. Mathematical formulation.— Acustica, 1981, v. 47, № 4, p. 253–265.
7. Fanelli M., Prosperetti A., Reali M. Radial oscillations of gas-vapor bubbles in liquids. Pt 2. Numerical examples.— Acustica, 1981, v. 49, № 2, p. 98–109.
8. Акулчиев В. А., Буланов В. А., Половинка Ю. А. Динамика парогазовых пузырьков в жидкости в звуковом поле.— В сб.: Акустические исследования жидкости с фазовыми включениями. Владивосток, 1984, с. 20–33.
9. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
10. Рамм В. М. Абсорбционные процессы в химической промышленности. М.—Л.: Госхимиздат, 1951. 352 с.
11. Нигматуллин Р. И., Хабеев Н. С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 5, с. 94–100.
12. Хабеев Н. С. Резонансные свойства паровых пузырьков.— ПММ, 1981, т. 45, № 4, с. 696–703.
13. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.

Поступила в редакцию
28.XII.1984

Баку
Москва