

УДК 532.528

К РАСЧЕТАМ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОЙ И КАПИЛЛЯРНОЙ ЖИДКОСТИ

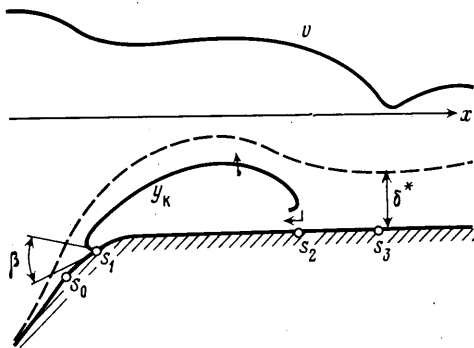
АМРОМИН Э. Л.

Расчеты развитой кавитации, когда каверна образует непосредственно примыкающую к телу и неподвижную относительно него полость, производились почти исключительно в рамках механики идеальной жидкости [1, 2]. Однако в экспериментах (например, [2, 3]) обнаруживается несомненное влияние вязкости и капиллярности на кавитационные течения. Для развитых каверн за несущими телами это влияние учитывалось [4] через зависимость дуговой абсциссы начала каверны от чисел Вебера We и Рейнольдса Re при заданном значении числа кавитации σ . При расчете частичной каверны (не превосходящей по длине обтекаемое тело) надо учитывать развитие пограничного слоя на каверне и наличие зон вязкого отрыва не только перед, но и за ней. Здесь предлагается удовлетворяющий этим требованиям метод расчета частичной кавитации и обсуждаются связанные с его обоснованием проблемы.

В представленных расчетах кавитации принята описанная в [5] модель течения, учитывающая наличие пограничного слоя на теле и каверне, а также зон вязкого отрыва. Метод расчета является развитием описанного в [6] и существенным образом использует идеи из [2, 7]. При этом недостаточная изученность характеристик пограничного слоя при кавитационном обтекании тел заставила прибегнуть к численному эксперименту для замыкания используемых в расчетах полуэмпирических зависимостей.

1. Рассматривается установившееся плоское или осесимметричное течение однородной невесомой вязкой несжимаемой жидкости при наличии на обтекаемом теле частичной каверны. Числа σ , Re и We , а также степень турбулентности набегающего потока являются заданными величинами. Требуется определить положение и форму каверны, а в общем случае и распределение давления по обтекаемому с кавитацией телу.

Течение разделяется на невязкий поток, пограничный слой, который отрывается от тела, а затем (за каверной) снова присоединяется к нему, и отделенную от слоя линией нулевого трения застойную зону, внутри которой расположена каверна (см. схему течения на фиг. 1). Давление в каверне постоянно. Ее граница в передней своей части сопрягается с поверхностью тела под краевым углом β , зависящим от смачиваемости тела. Сзади навстречу скорости набегающего потока в каверну втекает струйка жидкости, вытекающей затем через ее границы в перпендикулярном упомянутой скорости направлении (в отличие от схемы Эффроса — Гильбарга [1] в принятой здесь схеме в стационарном течении одновременно выполняются законы сохранения массы и импульса и нарушается обычное в идеальной кавитации, но



Фиг. 1

экспериментально не подтвержденное условие непроницаемости границы каверны для жидкости). Таким образом, каверна находится в появившемся из-за ее присоединения к телу пузыре вязкого отрыва и отделена от внешнего потока пограничным слоем.

При вычислениях здесь, как и в идеальной кавитации [1, 2], оказывается удобным предварительно задать абсциссы начала s_1 и конца s_2 каверны. Этим двум числам соответствует при фиксированном Re пара чисел $\{\sigma, We\}$. Абсциссы точек отрыва (s_0) и присоединения (s_3) пограничного слоя (т. е. точек присоединения линии нулевого трения к телу) отыщутся, как и $\{\sigma, We\}$, при решении задачи.

Решение задачи идеальной кавитации состоит в отыскании линии тока потенциального течения, на которой давление (или безразмерный коэффициент давления C_p) принимает постоянное значение, определяемое в ходе вычислений, причем эта линия принимается за границу каверны. В рассматриваемом случае C_p вычисляется на теле вытеснения [7], отделенном от каверны слоем жидкости толщиной δ^* , поперек которого давление передается без изменения. В расчетах идеальной кавитации давление в каверне заданной длины (или число σ) оказывается зависящим от схемы замыкания (или от формы фиктивного тела [2]); здесь же σ оказывается связанным с зависящей от Re длиной открывной зоны за каверной. Эта длина должна быть такой, чтобы выполнялось основное условие вязко-невязкого взаимодействия

$$R - \delta^*|_{s=s_3} = 0 \quad (1.1)$$

Здесь R — расстояние от поверхности тела до S — линии тока потенциального течения, которая ищется известными методами [1, 2] идеальной кавитации по выставленным на ней условиям

$$\frac{\partial \Phi}{\partial N} = 0, \quad U + \frac{\partial \Phi}{\partial T} = 0 \quad (1.2)$$

для Φ — потенциала скорости U (связанной с C_p интегралом Бернулли), N, T — орты нормали и касательной к S . Второе слагаемое в (1.1) определяется при совместном решении уравнений Кармана и эжекции

$$U \frac{\partial \delta^{**}}{\partial T} + (\delta^* + 2\delta^{**}) \frac{\partial U}{\partial T} = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} [U(\delta - \delta^*)] = UK \quad (1.4)$$

в слое толщины δ над линией нулевого трения. Здесь δ^{**} — толщина потери импульса, а $K(s)$ — коэффициент смещения (проницаемость границы каверны для жидкости отражается непосредственно на K , а на вид первого из условий (1.2) не влияет).

При интегрировании (1.3), (1.4) надо учесть, что при $s=s_2$ толщины δ^* и δ^{**} терпят разрывы, отражающие наличие обратной струйки и кавитационного сопротивления. Величины этих разрывов $[\delta^*]$, $[\delta^{**}]$ можно определить, положив, например, что при $s > s_2$ линия нулевого трения располагается очень близко от стенки, а само расстояние $l_2 = s_3 - s_2$ должно подбираться так, чтобы минимизировать пропорциональное сопротивлению выражение $I = \delta^{**2} U^2(s_3)$. Эти два условия формализуются как $R/\delta^* - 1 \ll 1$ и $\partial I / \partial l_2 = 0$.

Число σ связано с C_p над каверной формулой Лапласа

$$C_p + \sigma = 2\kappa We^{-1} \quad (1.5)$$

но поскольку обычно в кавитационных течениях $We \gtrsim 10^3$, то, за исключением малой окрестности точки $s=s_1$, где велика кривизна границы каверны κ , можно полагать $C_p + \sigma = 0$, а $U = \text{const}$.

При заданной функции $U(s)$ вычисления в задаче о кавитации в вязкой жидкости отличаются главным образом более сложным правилом замыкания каверны, для чего и служат соотношения (1.3) и (1.4). Проблема в том, чтобы отыскать удовлетворяющую условиям отрыва и присоединения слоя функцию $U(s)$; если $U(s)$ известна, то решить относительно s_3 нелинейное уравнение (1.1) уже не так сложно.

В начале и конце отрывных пузырей наблюдаются [8] участки возрастания C_p . Поэтому эюру U при $s \in [s_0, s_3]$ оказывается удобно составить из отрезка прямой $U = (1 + \sigma)^{0,5}$ и двух парабол, кривизна которых определяется из локальных условий отрыва ($s = s_0$) и присоединения ($s = s_3$) пограничного слоя

$$\text{Re}^k \frac{\partial U}{\partial T} \delta^{k+1} + \alpha_k D^k U + f_k(\lambda, \text{We}) = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} \delta^* + \alpha_0 U = 0 \quad (1.7)$$

Здесь D — характерный размер тела; $k=0$ для турбулентного слоя перед каверной и $k=1$ для ламинарного; $\alpha_0=0,015$, $\alpha_1=1,1$; λ — длина отрывной зоны перед каверной, а конкретный вид f_1 и f_0 будет обсуждаться ниже. Условие (1.7) следует из уравнения Прандтля на линии нулевого трения с постоянной 0,03 в формуле Клаузера [7] при использовании полиномиального представления продольной скорости в пограничном слое над этой линией

$$u(\eta) = u(0) + [U - u(0)] [3(\eta/\delta)^2 - 2(\eta/\delta)^3] \quad (1.8)$$

Так как слой за каверной при $\text{Re} > 10^5$ всегда присоединяется турбулентным, то соотношение (1.7) не зависит от k .

Сама же постоянная σ может быть, как и в идеальной кавитации, определена из условия существования ограниченного решения уравнений (1.2), т. е.

$$\left| \frac{\partial \delta^*}{\partial T}(s_3) \right| < \infty \quad (1.9)$$

Итак, $U(s)$ можно задавать в виде функции, зависящей от трех неопределенных коэффициентов, которые определяются из условий (1.6), (1.7), (1.9). Конкретный вид этих условий связан с представлением (1.8), с другими положениями полумпирической теории пограничного слоя и, разумеется, может корректироваться. Однако общий ход вычислений от этого не изменится.

При выборе вида $U(s)$ автор руководствовался стремлением к наибольшей простоте. Поэтому «правую» параболу в эюре U решено было начинать от $s = s_2$. Конец же «левой» должен быть подобран так, чтобы там линия нулевого трения соединялась бы с границей каверны, ордината которой y_k определяется из (1.5) — уравнения второго порядка относительно y_k (два условия в точке $s = s_1$ определяют значение y_k и угол β).

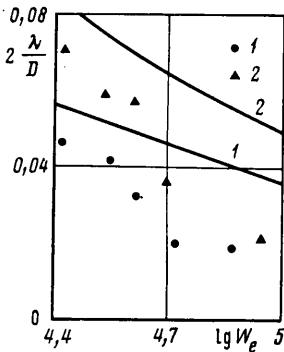
Легко проследить, что если заданы функции $K(s)$, f_0 , f_1 , то выписанных соотношений в совокупности с условиями

$$\delta^* - R|_{s=s_0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial T} (\delta^* - R)|_{s=s_0} = 0$$

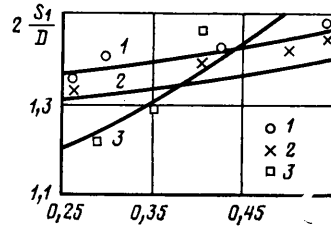
достаточно для определения σ и границы каверны, а также для построения поверхности тела вытеснения и уточнения распределения C_p по телу. Решение уравнений (1.1) — (1.9) осуществляется с помощью в основном известных методов [2, 9].

2. При $k=f_0=0$ (1.6) переходит в локальный критерий отрыва Бам-Зеликовича; при $k=1$, $f_1=0$ — в критерий Кочина — Лойцянского. Используя последний из них для определения λ , легко убедиться, что, согласно таким вычислениям, λ оказывается зависящей от σ и практически не зависящей

от We и Re . Между тем опыты свидетельствуют, что λ почти не зависит от σ , но резко убывает с ростом скорости набегающего потока V при $\sigma = \text{const}$. Измерения λ [3] на телах вращения с длинной цилиндрической частью приведены на фиг. 2; точки 1 относятся к телу с полусферической носовой оконечностью, точки 2 — к телу со «шведской» плавной [3, 6] носовой оконечностью.



Фиг. 2



Фиг. 3

Это связано, видимо, с тем, что известные критерии отрыва получены для течений, в которых радиус кривизны границ жидкости много больше характерных толщин пограничного слоя. Поэтому при анализе изменения C_p на малой длине l второе слагаемое в правой части соотношения

$$dC_p = \frac{\partial C_p}{\partial T} l + \frac{\partial C_p}{\partial N} \delta^* \quad (2.1)$$

оказывалось произведением двух малых величин и отбрасывалось. Для отрывной зоны перед каверной величины δ^* и $h = (1 + \cos \beta) \kappa^{-1}$ имеют один порядок и $\partial C_p / \partial N$ вблизи $s = s_1$ пренебрегать уже нельзя. Если для поперечной к стенке компоненты скорости в слое дать оценку $v \sim U \eta h l^{-1} \delta^{*1}$, из (2.1) будет следовать критерий для турбулентного и ламинарного отрыва соответственно

$$\delta^* \frac{\partial U}{\partial T} + 0,015 U = k_0 \delta^* \frac{h^2 U}{l^3} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} \delta^{*2} + 1,1 \frac{UD}{Re} = k_1 \delta^{*2} \frac{h^2 U}{l^3} \quad (2.3)$$

При выводе (2.1) и (2.2) предполагалось, что не только k_0 , k_1 , но и сами значения вызывающих отрывы перепадов C_p (т. е. отношения dC_p / l) — универсальные эмпирические константы, а уточнения в критериях отрыва происходят только за счет учета вклада v^2 в dC_p . Такую же структуру выражений (2.2) и (2.3) можно получить, моделируя влияние погруженного в слой препятствия индукцией от расположенных в нем особенностей. Косвенным подтверждением (2.1) служит также отмечавшаяся [10, 11] слабая зависимость l от Re при турбулентном отрыве. Из (2.2) следует $l \sim Re^{-1/3}$, и при реальном для лабораторных условий диапазоне изменения Re не более чем на порядок изменение l не будет выходить за пределы неизбежного для отрывных течений разброса измерений. Однако для кавитационных течений κ или h не являются легко измеримыми величинами — такой величиной является We .

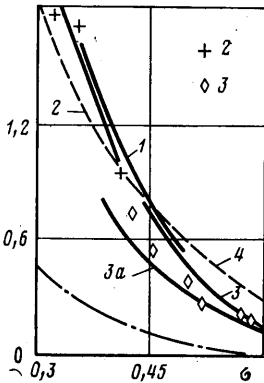
Поэтому (2.2), (2.3) желательно переписать, заменяя l на λ и выражая h через We с помощью (1.5). Учитывая, что для ламинарного отрыва

$\lambda \gg h$, из (2.2) можно получить

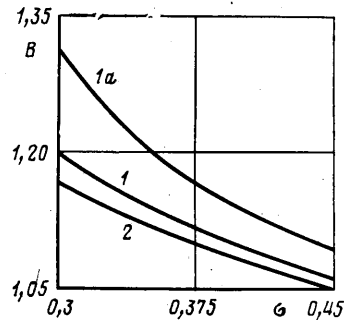
$$\frac{\partial U}{\partial T} \delta^{*2} + 1,1 \frac{DU}{Re} = k_l \delta^{*2} D^{3,5} (1 + \cos \beta)^2 U^{3/2} \left[\lambda^7 \left(\frac{\partial U}{\partial T} We \right)^2 \right]^{1/4} \quad (2.4)$$

Здесь k_l — предположительно универсальная постоянная.

Для подбора k_l имеются результаты опытов [3]. Однако нельзя утверждать, что зарегистрированные в [3] с помощью шпирен-метода контуры застойных зон дают возможность точно определить расстояние от начала линии нулевого трения до начала каверны (в этих опытах $\lambda \sim 10^{-3}$ м). Надежнее подбирать k_l по зависимостям $s_1(\sigma, Re, We)$, которые регистрируются в опытах с большей относительной точностью. Здесь k_l подобрано так, чтобы совместить теоретическую кривую 1 на фиг. 3 с экспериментальными точками 1 из [3], полученными для тела диаметром



Фиг. 4



Фиг. 5

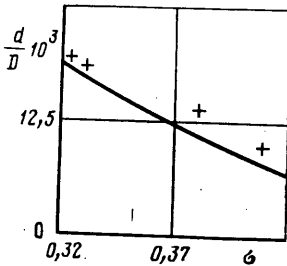
$D=5 \cdot 10^{-2}$ м с полусферическим носом при $V=9$ м/с. По оси ординат на фиг. 3 отложена отсчитываемая от критической точки дуговая абсцисса. Точки 2 на фиг. 3 для того же тела при $V=12$ м/с и 3 для тела со «шведской» носовой оконечностью при $V=9$ м/с также взяты из [3], а соответствующие им расчетные кривые получены с той же константой $k_l=0,05$. Отсчитываемые из (2.1) при таком k_l значения $\lambda(We)$ приведены на фиг. 2 (нумерация расчетных зависимостей соответствует нумерации экспериментальных). Качественное и даже неплохое количественное соответствие рассчитанных и измеренных значений $\lambda(We)$ налицо. Полного соответствия в результатах нет; но его не было и в исходных данных.

Все представленные здесь расчетные зависимости, относящиеся к кавитации в вязкой жидкости, есть результат только первого приближения рассматриваемой теории. При расчете пограничного слоя перед каверной и определении λ из (2.4) здесь, как и в [4], использовалось распределение давления по поверхности тела, соответствующее задаче идеальной кавитации с фиксированным сходом струй в точке s_1 . После однократного расчета течения в отрывной зоне ни ее начало s_0 , ни входящие в локальные критерии отрыва величины не корректировались. Идеальная кавитация, располагающая для определения $s_1(\sigma)$ на подобных телах условием Бриллюэна — Вилля, предсказывала во всем представленном диапазоне σ для первого из тел $s_1 < 1,05$, а для второго $s_1 < 1$.

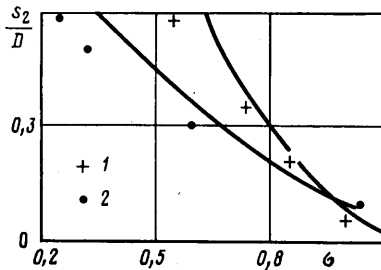
Измерений длины зоны перед каверной при таких больших числах Re , чтобы была возможность подобрать из опытов постоянную в (2.2), не производилось. Поэтому, используя опыты [11] с уступом, автор полагал здесь $\lambda = \delta^*$ или же $\lambda = 2\delta^*$. Такой разброс значений λ практически не сказался, например, на зависимости длины каверны от числа кавитации (точнее, на представленной на фиг. 4 кривой 1 зависимости $S_2(\sigma) = s_2(\sigma)/D - \pi/2$ для $Re=10^7$, $We=2 \cdot 10^6$; при тех же Re и We , но $\lambda = 2\delta^*$, кривая $S_2(\sigma)$ на фиг. 4 слилась бы с кривой 1). Эти расчеты, как и опыты [12] (при $Re=1,2 \cdot 10^6$, $We=3 \cdot 10^5$) и Н. Н. Павлова (выполненные по просьбе автора при $Re=8 \cdot 10^5$, $We=1,3 \cdot 10^5$), производились на теле с полусферической голов-

кой. Результаты этих опытов представлены на фиг. 4 точками 2 и 3; также пронумерованы соответствующие этим же условиям расчетные кривые. Изменение на порядок размера D относительно слабо влияет и на зависимости $B(\sigma)$ — отношения максимальной ширины каверны к D , нанесенные на фиг. 5 (для тех же условий и с использованием тех же обозначений, что и на фиг. 4).

Как и следовало ожидать, для относительно длинных частичных каверн зависимость $S_2(\sigma)$ можно удовлетворительно описать и в рамках теории струй идеальной жидкости (штриховая линия 2 на фиг. 4 — расчет $s_2(\sigma)$ с использованием обобщенной схемы Рябушинского), но результат расчета будет при этом сильно зависеть от схемы замыкания (штрихпунктир там же — расчет по схеме Жуковского — Рошко). Для коротких же



Фиг. 6



Фиг. 7

каверн ни одна схема идеальной кавитации не дает удовлетворительной зависимости $s_2(\sigma)$.

3. Назначаемая по эмпирическим данным функция $K(s)$ для (1.4) в рассматриваемом случае состоит из двух слагаемых: $K(s) = K_b(s) + K_k(s)$. Первое из них описывает захват пограничным слоем жидкости из потенциального потока, второе — из каверны. Здесь используется значение $K_b(s) = 0,025$ (для сравнения на фиг. 4 приведена кривая 3а, соответствующая тем же условиям, что и кривая 4, но рассчитанная при $K_b = 0,01$).

Конкретный вид функции $K_k(s)$ слабо сказывается на длине каверны (даже если положить $K_k = 0$, изменения $s_2(\sigma)$ будут малозаметными; зато значительным будет изменение $B(\sigma)$ — кривая 1а на фиг. 5 соответствует $K_k(s) = 0$). На зависимость $B(\sigma)$ сказывается вид $K_k(s)$. Кривая, полученная в предположении о непроницаемости для жидкости передней половины границы каверны и проницаемости ее задней половины (через которую и вытекает вся вошедшая с обратной струйкой вода), практически слилась бы с кривой 1а.

Зафиксированная киносъемками [12] максимальная за период ширина этой струйки d (точки на фиг. 6) сопоставляется здесь с величиной $d = \pi[\delta^{**}] (1 + \sigma)^{0.5}$. Эти сопоставления показывают, что реализованная здесь схема замыкания каверны в вязкой жидкости неплохо отражает основные особенности течения в хвосте каверны и Re оказывает слабое влияние на сопротивление (об этом можно судить, поскольку $[\delta^{**}]$ связан именно с ним).

На фиг. 7 приводится сопоставление рассчитанных по предлагаемой теории и измеренных в опытах [13, 14] длин каверн на крыльевых профилях при $Re \approx 10^6$. В расчетах при вычислении U использовались измеренные в [13, 14] зависимости C_y от угла атаки α° . Расчетная кривая 1 и соответствующие точки 1 из [13] относятся к 6%-ному профилю Вальхнер-7 при $\alpha = 3^\circ$, кривая 2 и точки 2 из [14] — к NACA-4412 при $\alpha = 4^\circ$. Растущее с длиной каверны расхождение теории и опыта можно объяснить, в частности, более сильным для плоских течений влиянием стеснения потока, не полностью учитываемого через значения C_y , а также совместным влиянием трехмерности и нестационарности реальных ка-

витационных течений, существенно проявляющейся при $s_2/D \sim 1$ (D — хорда крыла).

Приведенные результаты позволяют заключить, что в предложенной расчетной схеме учитываются основные особенности влияния вязкости и капиллярности на частичные каверны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
2. Иванов А. Н. Гидродинамика развитых кавитационных течений. Л.: Судостроение, 1980. 237 с.
3. Arakeri V. H. Viscous effects of the position of cavitation separation from smooth bodies.— J. Fluid Mech., 1975, v. 68, № 4, p. 779—799.
4. Амромин Э. Л., Иванов А. Н. Определение положения точек отрыва границы каверны от тела с учетом вязкости и капиллярности жидкости.— Докл. АН СССР, 1982, т. 262, № 4, с. 823—826.
5. Степанов Г. Ю. Об основных модельных представлениях механики жидкости и газа в теории крыла.— В кн.: Сборник тематических статей Ин-та механики МГУ. М.: Изд-во МГУ, 1977, с. 5.
6. Амромин Э. Л. О влиянии точности изготовления тела на возникновение кавитации при модельных испытаниях.— В сб: Гидродинамика больших скоростей. Красноярск, 1982, с. 54—69.
7. Гогин Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука; 1979. 367 с.
8. Holl J. W., Carroll J. A. Observations of the various types of limited cavitation on axisymmetric bodies.— J. Fluids Eng., 1981, v. 103, № 3, p. 415—424.
9. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973. 256 с.
10. Eaton I. K., Johnston J. P. A review of research on subsonic turbulent flow reattachment.— AIAA Journal, 1981, v. 19, № 9, p. 1093—1100.
11. Лужанский В. Е., Солнцев В. П. Экспериментальное исследование течения в зонах отрыва турбулентного пограничного слоя перед двухмерным уступом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 2, с. 145—149.
12. Knapp R. T. Recent investigations of the mechanics of cavitation and cavitation damage.— Trans. ASME, 1955, v. 77, № 7, p. 1045—1054.
13. Oossanen P. van. Method for the assessment of the cavitation performance of marine propellers.— Int. Shipbuild. Progr., 1975, v. 22, № 245, p. 3—33.
14. Daily J. W. Cavitation characteristics and infinite aspect ratio characteristics of a hydrofoil section.— Trans. ASME, 1949, v. 7, № 3, p. 269—284.

Ленинград

Поступила в редакцию
13.VI.1984