

**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И ГАЗА**  
**№ 6 • 1985**

УДК 532.5.013.2

**ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ВХОД ТВЕРДЫХ ТЕЛ В ВОДУ**

**БИВИН Ю. К., ГЛУХОВ Ю. М., ПЕРМЯКОВ Ю. В.**

Экспериментально исследуется вертикальный вход в воду по инерции сферы и диска различных масс. С помощью кинограмм процесса погружения дается оценка значений присоединенной массы и коэффициентов сопротивления, приводится выражение для нестационарной каверны вблизи тела.

Изучение вертикального входа тела в жидкость в настоящее время разбивается на несколько этапов [1]: ударное взаимодействие тела с жидкостью в момент первого контакта, начало погружения с формированием всплеска, образование каверны, смыкание каверны и образование струй. Такое выделение этапов в основном связано с выяснением свойств силы реакции жидкости на внедряющееся тело. Известно [2], например, что сила сопротивления в начале погружения с постоянной скоростью конуса или шара растет до тех пор, пока основание брызговой струи не отрывается от поверхности тела. Этот момент наступает раньше, чем основание конуса или мидель шара пересечет плоскость первоначально невозмущенной поверхности, что вызвано подъемом свободной поверхности в зоне входа тела. Затем происходит быстрое падение силы сопротивления и она приближается к некоторой величине, которая при постоянной скорости движения близка к стационарной. При движении с переменной скоростью картина в определенных пределах сохраняется. Наличие ускорения приводит к проявлению так называемой присоединенной массы, т. е. к появлению силы сопротивления, связанной с ускорением тела. На величину присоединенной массы влияют геометрические характеристики части тела, взаимодействующей с жидкостью, и форма свободной поверхности в окрестности тела. Эти факторы связаны с историей движения.

Поскольку вертикальный вход тела обычно изучается в связи со свободным его падением, то всегда имеет место изменение скорости движения. На начальном этапе изменяется и поверхность контакта тела с жидкостью и форма свободной поверхности в его окрестности. Поэтому присоединенная масса на этой стадии — переменная величина. Изменение режима движения сказывается обычно и на коэффициенте сопротивления. Теоретические результаты в этом случае имеют приближенный характер и нуждаются в согласовании с экспериментом. Поэтому были проведены многочисленные экспериментальные исследования в этой области, особенно в 40–60-х годах. В основном это работы, посвященные определению коэффициента сопротивления  $c_x$  при движении тела по инерции [3–5], в которых иногда выдвигались соображения о нецелесообразности учета присоединенной массы при обработке экспериментальных данных [3] из-за неопределенности этой величины. Вместо этого предлагалось учить нестационарность в коэффициенте сопротивления  $c_x$ . При этом получается, что тела, различающиеся лишь массой, имеют разные  $c_x$ . Учет, хотя бы интегральный, влияния присоединенной массы на движение тела делает  $c_x$  более определенной величиной. Поэтому были предприняты попытки оценить экспериментально величину присоединенной массы жидкости. В [1, 6] получалось значение присоединенной массы для диска и сферы больше, в [7] — меньше ударной присоединенной массы.

Значение коэффициента сопротивления и величину присоединенной массы при входе тела в воду со скоростью в десятки метров в секунду чаще всего получают при обработке кинограмм процесса, которые дают зависимость положения тела — времени. Для определения на основании этих данных достаточно надежных силовых характеристик процесса входа требуется хорошая четкость кинограмм, которая в основном зависит от частоты съемки, качества фотоматериалов и интенсивности источника света. Возможно, с этим связано то, что наиболее тщательно исследован диапазон скоростей входа от 5 до 70 м/с. При этом оказалось, что коэффициент сопротивления зависит от числа Рейнольдса [3].

Ниже приводятся результаты экспериментального изучения с помощью высокоскоростной фотографии вертикального входа сферы и диска из воздуха в воду со скоростями в пределах от 60 до 700 м/с. Экспериментальная установка состояла из пневматического разгонного устройства калибром 10 мм, описанного в [8], бака

прямоугольной формы глубиной 0,5 м, шириной 0,46 м, длиной 0,76 м, изготовленного из пластин оргстекла толщиной 30 мм и заполненного дистиллированной водой, скоростной кинокамеры ЖЛВ-2М, импульсного источника света на лампе ИФК-120, системы автоматики, согласующей работу пневмоустановки, кинокамеры и лампы-вспышки для получения кинограмм в нужный период времени.

В опытах метание тела производилось вертикально вниз. Скорость входа тела в воду определялась с помощью фотодиодов по методике, изложенной в [8]. По измеренной скорости движения тела на воздушном участке контролировалась частота съемки камерой ЖЛВ. Это необходимо из-за погрешности в измерении скорости развертки самой камерой. Киносъемка велась в проходящем свете. Бак с водой устанавливался длинной стороной перпендикулярно линии наблюдения между источником света и кинокамерой. Для получения равномерного освещения зоны фотографирования лампа ИФК помещалась в рефлектор, который закрывался матовым стеклом. В рабочую зону съемки в воде и в воздухе вводилась масштабная сетка или масштабные стержни. Запуск всей системы (кинокамеры, пневмоустановки, лампы вспышки) в нужной последовательности осуществлялся автоматически после откачки воздуха из рабочей камеры ЖЛВ.

Частота съемки устанавливалась в зависимости от скорости входа тела в воду. Кинограмма процесса позволяет построить зависимость глубины погружения — времени, наблюдать развитие всплеска, образование и рост каверны, поведение тела в каверне.

Эксперименты проводились со стальными и дюралевыми шариками диаметром 10 мм, массой соответственно 4 и 1,45 г, а также с дисками того же диаметра из стали и бронзы массой 2,66 и 15,97 г.

Обработка результатов эксперимента для получения значения коэффициента сопротивления  $c_x$  указанных тел и величины присоединенной массы велась на основании представления уравнения движения тела на всем анализируемом участке погружения, начиная с контакта с поверхностью жидкости, в виде

$$M \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{2} c_x \rho S v^2 - m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

Здесь  $M$  — масса тела,  $v$  — его скорость,  $t$  — время,  $c_x$  — коэффициент сопротивления,  $\rho$  — плотность жидкости,  $S$  — площадь миделя тела,  $m$  — присоединенная масса жидкости.

Получение величин  $c_x$  и  $m$  из уравнения (1) на основании двойного дифференцирования экспериментальной зависимости глубина погружения — время дает большой разброс даже при обработке результатов на машине. Более надежно было бы проинтегрировать уравнение (1), но для этого необходимо знать зависимость  $c_x$  и  $m$  от глубины погружения, а возможно, и от скорости, что заранее неизвестно. Если же при интегрировании их считать постоянными, то получается оценка средних значений этих величин на соответствующем участке погружения. Такой подход и используется в дальнейшем.

Перепишем уравнение (1) в виде

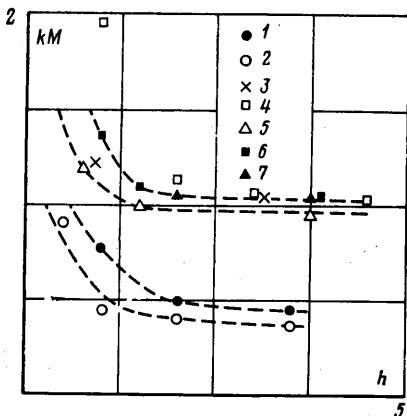
$$\frac{dv}{v} = -k b dx, \quad b = \frac{\rho S}{2}, \quad k = \frac{c_x}{M+m} \quad (2)$$

Дважды интегрируя, получим

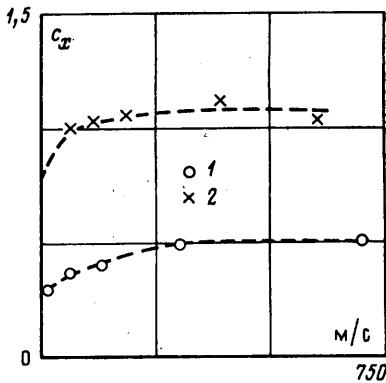
$$v_0 bkt + 1 = \exp(bkx) \quad (3)$$

где  $v_0$  — начальная скорость погружения,  $x$  — глубина погружения в момент времени  $t$ ,  $k$  — некоторое среднее значение за время погружения  $t$  на глубину  $x$ .

Это соотношение и использовалось в обработке экспериментальных данных для определения  $c_x$  и  $m$ . Из кинограмм брались величины  $x$  и  $t$ ,



Фиг. 1



Фиг. 2

а величина  $k$  определялась как решение уравнения (3). Ее значения получались разными для тел разной массы, но одинаковой геометрии, входящих в воду с одинаковой скоростью и погружавшихся на одинаковую глубину. Это и приводит к необходимости введения понятия присоединенной массы. Ее величину, как и величину  $c_x$ , можно оценить, используя данные опытов с телами разной массы. Из решения уравнения (3) имеем для тел с массой  $M_1$  и  $M_2$

$$k_1 = \frac{c_{x_1}}{M_1 + m_1}, \quad k_2 = \frac{c_{x_2}}{M_2 + m_2} \quad (4)$$

Из этих соотношений  $c_x$  и  $m$  определяются, если считать  $m_1 = m_2$ ,  $c_{x_1} = c_{x_2}$ . Опыты показали, что для тел с различными массами одинаковой формы при погружении на равную глубину геометрия свободной поверхности различается не сильно, поэтому можно предположить  $m_1 = m_2$ . С другой стороны, тела разной массы при погружении на одинаковую глубину будут иметь разную скорость. Следовательно, соотношениями (4) для получения значений  $c_x$  можно пользоваться в том диапазоне скоростей, в котором  $c_x$  мало изменяется с изменением скорости. Это приводит к необходимости использовать данные о погружении тела на небольшую глубину порядка 5–10 калибров. На фиг. 1 приведены результаты определения величины  $kM$  для сферы и цилиндра. По оси абсцисс — глубина погружения  $h$  в калибрах, по оси ординат — произведение  $kM$  — безразмерная величина. Для тел массой, много большей присоединенной массы, эта величина близка к коэффициенту сопротивления.

Кривые 1 — результаты для сферы  $M=4$  г, при начальной скорости  $v_0=304$  м/с; 2 — для сферы  $M=1,45$  г, при  $v_0=292$  м/с; 3 — для диэка  $M=2,66$  г, при  $v_0=610$  м/с; 4 — для диска  $M=2,66$  г, при  $v_0=374$  м/с; 5 — для диска  $M=2,66$  г, при  $v_0=127$  м/с; 6 — для диска  $M=15,97$  г, при  $v_0=188$  м/с; 7 — для диска  $M=15,97$ ,  $v_0=60,4$  м/с.

Из приведенных данных видно, что параметр  $k$  резко уменьшается по мере погружения до глубины порядка 1,5–2 калибра. Затем его изменение происходит очень медленно. Согласно [2, 9], это может быть связано с быстрым изменением коэффициента сопротивления  $c_x$  на начальном участке погружения при образовании всплеска. Интересно, что «стационарный» режим наступает при погружении на глубину порядка 1,5–2 калибров, т. е. влияние свободной поверхности в данном случае не распространяется глубоко. Почти установившееся значение  $k$  в диапазоне 200–600 м/с слабо зависит от  $v_0$ , поэтому можно считать  $c_{x_1}=c_{x_2}$ . Следует отметить, что данные для  $k$  при глубине погружения меньше двух калибров получены с небольшой точностью, так как в этом случае разница между

$x$  и  $v_0 t$  соизмерима с погрешностью измерения  $x$ . Поэтому для определения  $m$  брались результаты погружения на глубину 5–10 калибров. Это дало для диска при  $v_0=120$  м/с

$$m = (1,7 \pm 0,6) m_u$$

где ударная присоединенная масса  $m_u = 1,35 \rho a^3$  [1],  $a$  – радиус диска,  $c_x = 1,04 \pm 0,02$ .

Для сферы  $m = (2,1 \pm 0,6) m_u$ ;  $c_x = 0,50 \pm 0,03$ , при  $v_0 = 300$  м/с,  $m_u = 2/3 \rho a^3$ ,  $a$  – радиус сферы.

На фиг. 2 приведена зависимость  $c_x$  (ось ординат) от скорости входа в воду в м/с (ось абсцисс); 1 – результаты для сферы, 2 – для диска. Данные получены по результатам погружения на 6–7 калибров. Для сферы значения  $c_x$  при скоростях 10 и 64 м/с получены на основании результатов [3] с учетом присоединенной массы жидкости. По-видимому, с ростом скорости входа до ~200 м/с величина  $c_x$  изменяется заметно. Затем вплоть до скоростей 600–700 м/с ее изменения невелики. Этот вывод подтверждается и результатами обмеров каверны. Для диска, например, диаметр каверны на входе при погружении тела на 5 калибров с ростом скорости соударения с водой до 200–300 м/с несколько возрастает, затем до скоростей 600 м/с изменяется мало. При входе в воду диска диаметр каверны за ним, как показала обработка кинограмм, на начальной стадии увеличивается со временем по закону, близкому к

$$\frac{R - R_k}{R_k} = n \sqrt{(t - t_*)} \quad (5)$$

где  $t$  – время, отсчитываемое от начала погружения диска,  $R$  – радиус каверны,  $R_k$  – радиус диска.

В дальнейшем темп роста диаметра каверны замедляется вплоть до остановки и возникновения обратного движения.

Соотношение (5) справедливо для расстояния от диска до 8–10 его диаметров, если при прохождении такого пути мало изменяется коэффициент сопротивления  $c_x$ . Это свидетельствует в пользу правомерности использования гипотезы независимости расширения сечений каверны [1]. В (5) коэффициент  $n$  отражает кинематические и силовые характеристики движения. Его размерность должна быть  $[c]^{-1/2}$ . Опыт показывает, что при фиксированном  $t$  диаметр каверны зависит от  $v$ ,  $\rho$ ,  $c_x$ ,  $\Delta p$ ,  $g$ , где  $g$  – ускорение свободного падения,  $\Delta p$  – разность давлений в каверне и в жидкости на рассматриваемой глубине. Из этих параметров можно составить следующую комбинацию размерности  $[c]^{-1/2}$ .

$$\sqrt{v \rho c_x g / \Delta p}$$

Тогда (5) примет вид

$$\frac{R - R_k}{R_k} = r \sqrt{\frac{v \rho c_x g}{\Delta p} (t - t_*)} \quad (6)$$

Время  $t_*$  и  $t$  можно определить из уравнения движения (1), если проинтегрировать его при средних значениях  $c_x$  и  $m$

$$t_* = \frac{\exp(\kappa c_x x) - 1}{v_0 \kappa c_x}, \quad t = \frac{\exp(\kappa c_x x_1) - 1}{v_0 \kappa c_x}, \quad \kappa = \frac{\pi \rho R_k^2}{2(M+m)}$$

Здесь  $x_1$  – глубина погружения диска в момент  $t$ .

Теперь (6) запишется как

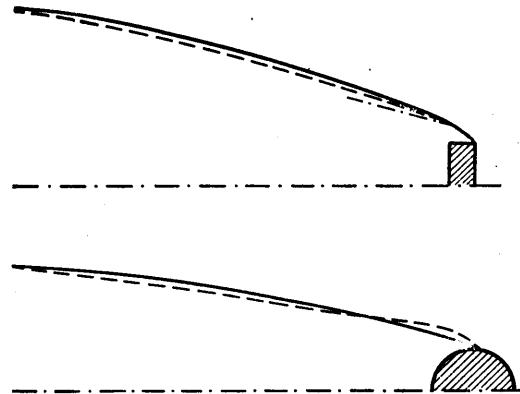
$$\frac{R - R_k}{R_k} = r \sqrt{\frac{g \rho}{\kappa \Delta p} \left[ \exp \left( \kappa c_x x_1 \left( 1 - \frac{x}{x_1} \right) \right) - 1 \right]} \quad (7)$$

Если принять, что на любой глубине  $x < x_1$  диаметр каверны развива-

ется по (5), то (7) дает уравнение каверны в зависимости от расстояния от диска ( $x_1 - x$ ). При  $x=0$   $R=R_{\max}$ . Тогда можно записать

$$\frac{R-R_k}{R_{\max}-R_k} = \sqrt{\frac{\exp[\kappa c_x(x_1-x)]-1}{\exp[(\kappa c_x x_1)-1]}} \quad (8)$$

Соотношение (8) использовалось для сравнения с формой каверны, полученной в опытах за диском и сферой. Результаты представлены на фиг. 3. Форма обтекаемого тела заштрихована. Экспериментальная форма каверны — сплошная линия. Штриховая линия — расчет по (8). Штрихпунктирная линия представляет профиль передней части каверны за дис-



Фиг. 3

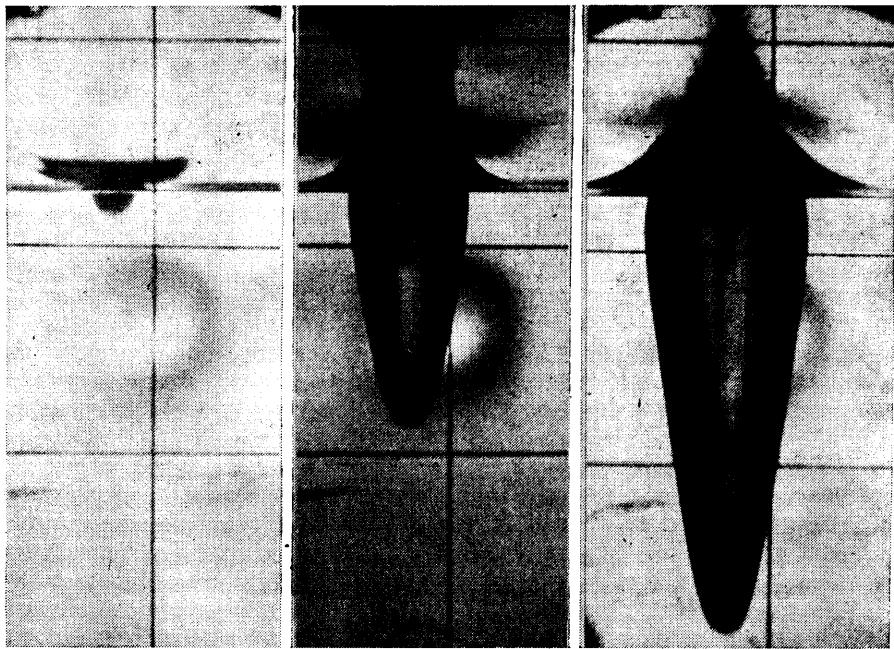
ком, описываемой соотношением

$$R=R_k(1-3x/R_k)^{1/2} \quad (9)$$

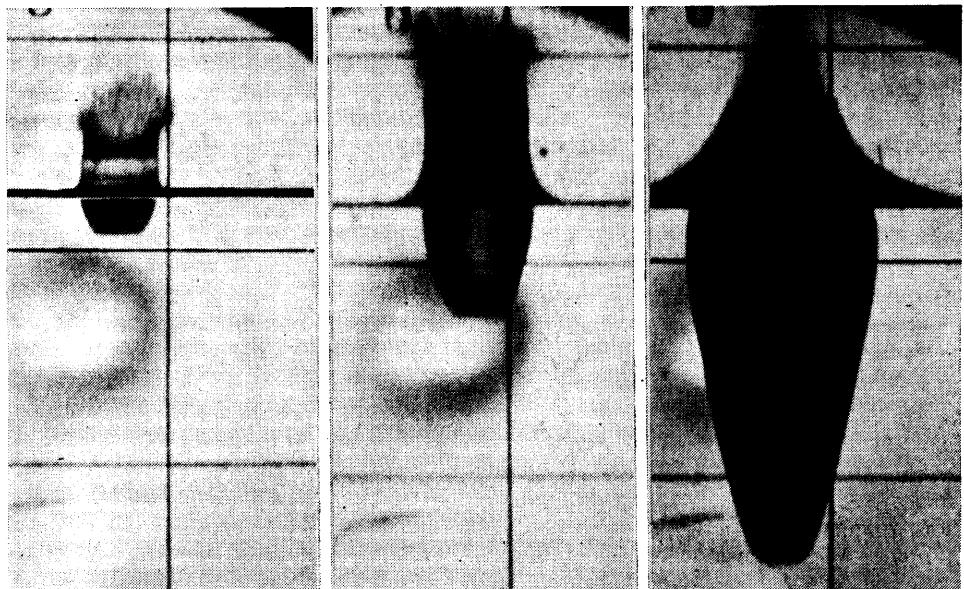
приведенным в [1].

Видно, что за сферой формула (8) описывает каверну хуже, чем за диском. Это может быть связано с тем, что отрыв струи в эксперименте, по-видимому, происходил не по миделю, а раньше. В расчет принималось значение  $R_k$ , равное радиусу шара. Соотношение (9) описывает более узкую каверну, соответствующую стационарному режиму обтекания. Режим, близкий к стационарному, возникает для диска массой, значительно большей присоединенной массы. Для сравнения с расчетом выбраны были опыты, в которых диск имел начальную скорость 374, а сфера 292 м/с. В этом случае при погружении на глубину 5–6 диаметров скорость оставалась в диапазоне, где  $c_x$  изменяется незначительно, и поэтому в расчетах его значение принималось постоянным, соответствующим начальной скорости движения. Фотографии всплеска и каверны при входе шара и диска в воду с начальной скоростью 120 м/с показаны соответственно на фиг. 4 и 5.

Аналогичный вид каверны и всплеска получился и при скоростях входа до 700 м/с. Для сферы выделяются два этапа. На первом, от начала контакта с поверхностью воды и до погружения примерно до половины диаметра, основное движение всплеска — вдоль поверхности. В результате форма всплеска приобретает вид чашечки. В момент погружения примерно на радиус возникает почти вертикальная струя. И чашечка и вертикальная струя затем движутся почти независимо. В результате основная часть всплеска при достаточном погружении сферы становится сходной со всплеском при входе диска. На фиг. 4 видна возвратная струйка. Она появляется задолго до полного смыкания всплеска. Такая же струйка появляется и при достаточном сближении стенок всплеска за диском.



Фиг. 4



Фиг. 5

Струйка, направленная вверх, появляется лишь при полном смыкании всплеска. По ее появлению можно определить момент смыкания всплеска. После этого возвратная струйка становится более мощной. Она имеет конусную форму и почти при всех скоростях входа даже не очень тяжелых тел не доходит до передней части каверны.

Каверна за телом в безграничной жидкости имеет почти симметричную форму вдоль оси движения. При наличии свободной поверхности симметрия нарушается. Однако значительная часть каверны непосредственно за

телом и в этом случае аналогична каверне в безграничной жидкости. Сходство нарушается лишь вблизи границы. Но, как видно из кинограмм, влияние свободной поверхности на форму каверны распространяется на глубину порядка 1–2 диаметров тела. Длина каверны в момент смыкания всплеска зависит от скорости соударения, массы тела, его геометрии (от  $c_x$ ). Чем выше скорость, больше массы, тем длиннее каверна.

Полученные результаты позволяют оценить глубину влияния свободной поверхности на силу сопротивления и форму каверны. Для тел с удельной нагрузкой на мидель более  $10-15 \text{ г/см}^2$  каверна вблизи тела мало отличается от стационарной, а учет присоединенной массы в движении тела несуществен.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Логвинович Г. В., Якимов Ю. Л. Погружение тел в жидкость с большими скоростями.—В кн.: Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. М.: Наука, 1973, с. 85–92.
2. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 208 с.
3. May A., Woodhull J. C. Drag coefficients of steel spheres entering water vertically.—J. Appl. Phys., 1948, v. 19, № 9, p. 1109–1121.
4. Gilbarg D., Anderson R. Influence of atmospheric pressure on the phenomena accompanying the entry of spheres into water.—J. Appl. Phys., 1948, v. 19, № 2, p. 127–139.
5. May A. Vertical entry of missiles into water.—J. Appl. Phys., 1952, v. 23, № 2, p. 1362–1372.
6. Richardson E. G. The impact of a solid on a liquid surface.—Proc. Phys. Soc., London, 1948, v. 61, pt 4, p. 352–367.
7. May A., Woodhull J. C. The virtual mass of a sphere entering water vertically.—J. Appl. Phys., 1950, v. 21, № 12, p. 1285–1289.
8. Бивин Ю. К., Викторов В. В., Чурсин А. С. Пневматическое устройство для скоростного метания тел.—В сб.: Прикладные проблемы прочности и пластичности. Вып. 9. Горький, 1978, с. 140–145.
9. Ерошин В. А., Романенков Н. И., Серебряков И. В., Якимов Ю. Л. Гидродинамические силы при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6, с. 44–51.

Москва

Поступила в редакцию  
3.XII.1984