

УДК 533.69

ОПТИМАЛЬНЫЕ НЕСУЩИЕ ПОВЕРХНОСТИ КРЫЛЬЕВ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ ПОЛЕТА

ПРОХОРОВ Е. М.

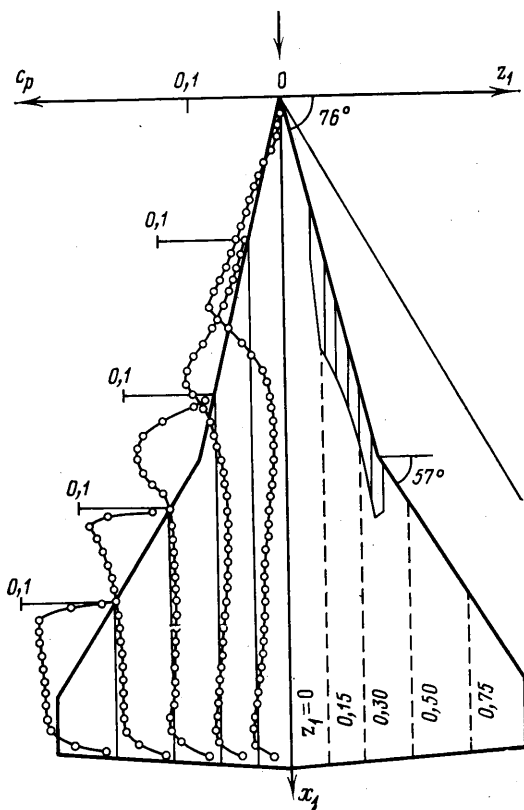
Исследуются бесконечно тонкие крылья, слабо возмущающие сверхзвуковой поток идеального газа. Задача обтекания решается в линейной постановке [1]. Форма крыла в плане и число Маха набегающего потока M_∞ заданы. Оптимальная поверхность крыла определяется в результате нахождения функции местных углов атаки $\alpha_M(x, z)$, обеспечивающей минимум коэффициента сопротивления c_x при ограничениях в виде равенств на коэффициенты подъемной силы c_y и момента тангажа m_z . На оптимальном крыле при заданном числе M_∞ реализуется режим безотрывного обтекания, а его дозвуковая передняя кромка не испытывает нагрузки [2].

Различные задачи условной минимизации c_x решались методом множителей Лагранжа при представлении функции α_M полиномами по степеням координат точек поверхности крыла [3–5]. При таком подходе к решению задачи оптимизации получение нулевой нагрузки вдоль дозвуковой передней кромки требует наложения специального дополнительного ограничения на вид полинома выбранной степени, что приводит к сужению и без того ограниченного класса функций, на котором ищется решение [5].

Возможен иной подход к нахождению оптимальных крыльев, связанный с поиском решения изопериметрической задачи оптимизации несущей поверхности (ЗОНП) на режимах обтекания крыла с ограниченной скоростью потока в окрестности его кромок. Такая постановка задачи дает возможность получить оптимальное крыло с отмеченными выше особенностями обтекания при заданном числе M_∞ .

Постановка ЗОНП дополняется необходимыми в рамках линейной теории ограничениями в виде неравенств на величину значений искомой функции α_M (условие малости) [6]. Такое ограничение области поиска на стадии постановки обеспечивает получение решения ЗОНП, заведомо удовлетворяющего требованиям линейной теории. При нахождении оптимальных решений методом множителей Лагранжа неявный учет условия малости приводит к сужению класса полиномиальных функций, на котором ищется решение [7].

Предложенный в [6] метод поиска оптимальной поверхности крыльев сложных форм в плане на классе кусочно-постоянных функций базируется на численном методе решения задачи обтекания с ограниченными значениями скорости потока в окрестности кромок крыла [8]. Он позволяет решать ЗОНП в новой постановке на самом широком классе функций. Согласно [6], вариационная задача сводится к задаче квадратичного программирования большой размерности, которая решается модифицированным методом сопряженных градиентов [9]. Переменными являются значения функции α_M в выбранных точках поверхности крыла. Для нахождения градиента целевой функции c_x по этим переменным используется выражение для малой вариации функционала сопротивления, полученное в [10] с помощью теоремы обратимости. Необходимые при этом



Фиг. 1

значения коэффициента давления c_p в прямом и обратном потоках определяются по методу аэродинамического расчета [8]. Описанный метод поиска оптимальных крыльев успешно применен при решении ЗОНП на простых формах в плане (прямоугольной и треугольной) [6].

Ниже приводятся характеристики оптимального крыла сложной геометрии, соответствующего решению ЗОНП на классе кусочно-постоянных функций. Решение, имеющее высокую степень гладкости, получено на двух смещенных друг относительно друга расчетных сетках, что позволило исключить процедуру сглаживания c_p , используемую в [6] при оптимизации на одной расчетной сетке. Оптимальная поверхность характеризуется малыми значениями деформации и крутки. Их вид отражает реакцию поверхности на основную особенность выбранной формы крыла в плане — излом смешанной передней кромки. При расчетном числе M_∞ на ее дозвуковой части реализуется режим безотрывного обтекания крыла. В окрестности большей части дозвуковой передней кромки на поверхности оптимального крыла действует сила, направленная навстречу набегающему потоку и приводящая к уменьшению c_x .

Обсуждаются возможности уменьшения степени изогнутости полученной методом [6] оптимальной поверхности крыла с дозвуковой передней кромкой при сохранении заданных значений c_y , m_z и незначительном изменении найденного минимального значения c_x . Требуемое уменьшение достигается в результате решения ЗОНП с меньшим значением параметра в условии малости.

Поиск оптимальной поверхности крыла ведется при $M_\infty=2$ на форме в плане с изломом передней кромки (фиг. 1). Точка излома является точкой перехода от дозвуковой к сверхзвуковой. Поверхность крыла считается симметричной относительно поточной оси Ox , что позволяет

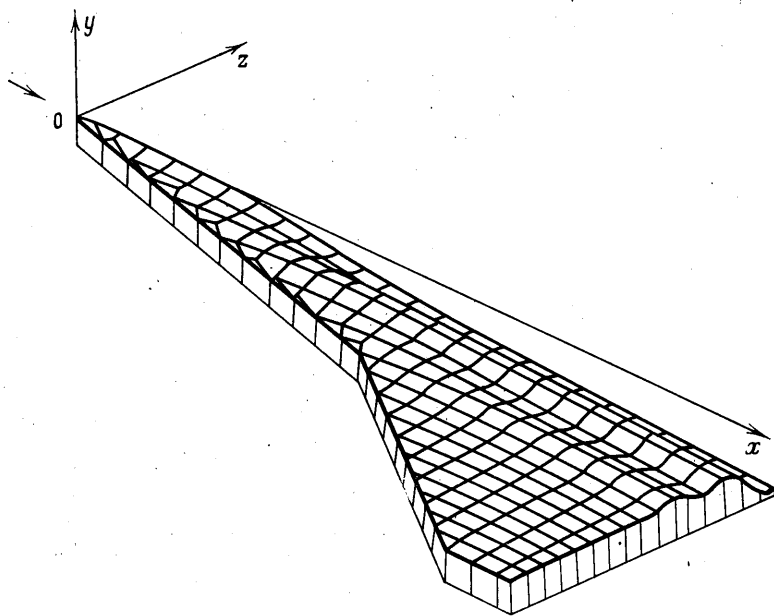
решать задачу оптимизации на полукрыле: $0 \leq z \leq l/2$. Вводятся безразмерные переменные $x_1 = x/b_0$, $z_1 = 2z/l$ и величина относительного выигрыша в сопротивлении $\delta = (c_x^\circ - c_x^*)/c_x^\circ$. Здесь l — размах крыла; b_0 — длина корневой хорды; c_x° — коэффициент сопротивления исходного крыла, поверхность которого затем меняется в процессе оптимизации; c_x^* — коэффициент сопротивления оптимального крыла. В качестве исходного выбрано плоское крыло под углом атаки $\alpha^\circ = 2,75^\circ$, т. е. $\alpha_M(x, z) = \alpha^\circ$. Его интегральные характеристики c_y и m_z не меняются в процессе оптимизации.

Расчет аэродинамических характеристик исходного крыла при числе переменных около 100, 200, 500, 900, 1400 и 2000 показывает, что решение прямой задачи обтекания, монотонно изменяясь, устанавливается при размерности около 900 (различие величин c_x° при числе переменных около 900, 1400 и 2000 составляет менее 0,1%). Полученные при такой размерности задачи обтекания численные значения интегральных аэродинамических характеристик плоского и неплоского крыльев выбранной формы в плане дают удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными [8]. Оптимизационный поиск, проведенный при числе переменных около 100, 200, 500 и 900, выявляет монотонную сходимость величин δ снизу и определенную тенденцию в формировании искомой оптимальной поверхности, что говорит о стремлении соответствующих решений к собственно оптимальному с увеличением размерности задачи. Сказанное позволяет считать решение ЗОНП при числе переменных около 900 достаточно надежным, что соответствует получению выигрыша $\delta = 0,160$ при $c_y = 0,093$ и определяемом относительно носика САХ моменте тангажа $m_z = -0,051$.

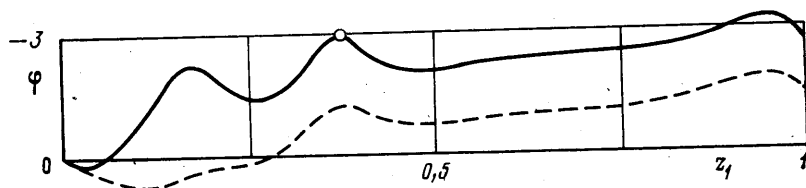
Рельеф найденной оптимальной поверхности на полукрыле показан на фиг. 2. Отрисовка рельефа выполнена на графопостроителе с помощью программ [11]. Передняя кромка оптимального крыла, совпадающая с кромкой исходного, расположена в плоскости $y=0$. Видно, что в процессе оптимизации наибольшим изменениям подвергается область корневого наплыва плоского крыла.

На фиг. 3 приведен график функции относительных углов крутки φ в градусах для оптимального полукрыла (непрерывная линия). Угол крутки корневой хорды, относительно которой построена функция, составляет $4,2^\circ$. Малость значений φ хорошо согласуется с требованиями линейной теории. Погрешность расчета локальных характеристик крыла на участках кромки, направленных по потоку, приводит к несколько заниженным значениям φ в районе консоли. Важной особенностью данной функции является ее явная реакция на излом передней кромки крыла в плане, что не наблюдалось в решениях на классе полиномов. Отмеченная на графике точка соответствует сечению $z_1 = \text{const}$, проходящему через точку излома. Ложбинка, лежащая слева от нее, соответствует части дозвуковой передней кромки, в окрестности которой на крыло действует сила, направленная навстречу набегающему потоку (заштрихованная область правой половины формы в плане на фиг. 1). Ее наличие характеризуется отрицательными значениями функции $c_x \alpha_M$ в этой области, приводящими к уменьшению положительной интегральной характеристики c_x . Возникновение указанной силы вызвано таким загибом в поток соответствующих участков несущей поверхности, который ведет к реализации режима безотрывного обтекания крыла при расчетном числе M_∞ . Эти участки испытывают со стороны потока реакцию, толкающую крыло навстречу набегающему потоку.

На фиг. 4 приведены графики обезразмеренных эпюрных профилей $\Delta y_*(x_*)$ в сечениях крыла $z_1 = \text{const}$ (величины, отмеченные снизу звездочкой, определены в долях местной хорды). Кривые 1–6 получены при $z_1 = 0; 0,1; 0,15; 0,3; 0,5$ и $0,75$. Наиболее значительную величину деформации имеют эпюрные профили крыла, соответствующие области реали-



Фиг. 2



Фиг. 3

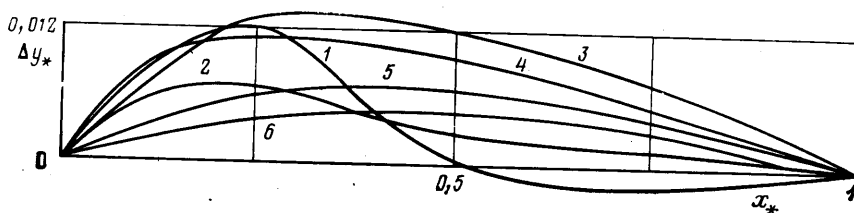
зации силы, направленной навстречу набегающему потоку, вплоть до точки излома. Эта особенность оптимальной поверхности не была выявлена в решениях на классе полиномов.

Можно сказать, что отличительной характеристикой оптимальной поверхности крыла, отвечающей решению на классе кусочно-постоянных функций, является ее непосредственная связь с определяющей особенностью формы крыла в плане — изломом смешанной передней кромки.

На фиг. 1 (левая половина формы в плане) приведены графики функции $c_p(x_1)$ с расчетными точками в сечениях крыла $z_1 = \text{const}$. При выбранном числе M_∞ на дозвуковой передней кромке оптимального крыла реализуется режим безотрывного обтекания, обусловленный гладким входом кромки в поток. Монотонно возрастающая в ее окрестности функция $c_p(x_1)$ имеет ограниченные значения производной dc_p/dx_1 ($z_1=0; 0,15; 0,3$), характеризующие гладкость входа (аналогичное распределение c_p получено в [6] для треугольной формы в плане). Вид функции $c_p(x_1)$ при $z_1=0,5; 0,75$ отражает характер обтекания сверхзвуковых острых кромок крыла.

Таким образом, полученное на классе кусочно-постоянных функций решение ЗОНП соответствует крылу, удовлетворяющему теоретическому условию оптимальности — безотрывному обтеканию его ненагруженной дозвуковой передней кромки при расчетном числе M_∞ [2]. Согласно [12], при большой стреловидности дозвуковой передней кромки на оптимальных крыльях с таким расчетным режимом обтекания можно экспериментально получить низкие расчетные значения c_x , что позволяет надеяться на хорошее соответствие найденной при решении ЗОНП величины δ ее действительному значению.

Решения ЗОНП, полученные при $M_\infty = 1,85$ и $2,15$ с тем же исходным крылом ($\alpha^\circ = 2,75^\circ$), соответствуют $\delta = 0,190$ и $0,137$. Это подтверждает известный факт существенного влияния дозвуковой передней кромки на



Фиг. 4

формирование оптимальных поверхностей: более сильная дозвуковая кромка приводит к оптимальной поверхности с большим значением δ .

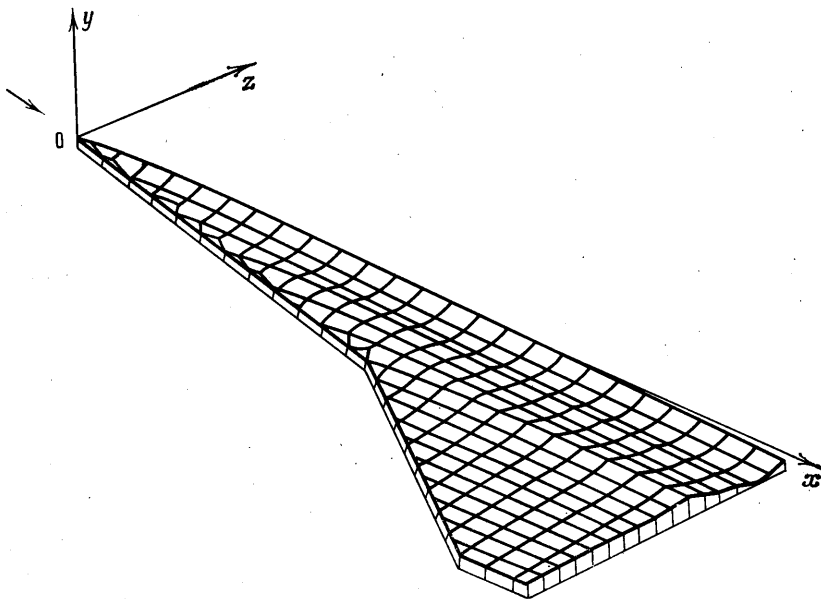
В результате решения задачи оптимизации определяются значения функции $\alpha_M = \partial g(x, z) / \partial x$. В этом случае соответствующая ей поверхность крыла $y = g(x, z)$ будет определена с точностью до задания функции $y = u(x, z_1)$ вдоль некоторой кривой $x = v(z_1)$ на полукрыле ($0 \leq z_1 \leq 1$). В частности, могут быть заданы координаты точек поверхности вдоль передней или задней кромки крыла. Таким образом, найденному решению соответствует широкий класс оптимальных поверхностей, аэродинамически эквивалентных с точки зрения линейной теории. При этом поперечные углы наклона этих поверхностей $\partial g(x, z) / \partial z$ должны удовлетворять требованию малости. В ряде случаев этого можно добиться правильным подбором функций u и v . Такой способ получения оптимальных крыльев, слабо возмущающих набегающий поток, становится невозможным при задании конкретной пары функций u, v , выбираемой из каких-то дополнительных соображений. В этом случае поверхность $y = g(x, z)$ может не удовлетворять требованиям линейной теории, если значения функции $|\partial g / \partial z|$ достаточно велики. Так, например, рельеф оптимального полукрыла, представленный на фиг. 2, характеризуется большими значениями поперечных углов наклона поверхности в окрестности корневой хорды крыла вблизи его задней кромки.

Необходимого снижения значений $|\partial g / \partial z|$ можно добиться неявным образом за счет получения оптимального решения с меньшими значениями $|\alpha_M|$, удовлетворяющими условию малости: $|\alpha_M| \leq \epsilon$ (ϵ — заданный малый параметр линейной теории). В дальнейшем считаем, что $\epsilon \leq 0,2$ (в этом случае значения $|\alpha_M|$ не превосходят $11,5^\circ$) и что при заданной паре функций u, v выбранное для оптимизации исходное крыло удовлетворяет всем требованиям линейной теории.

Выбор исходной поверхности определяет на форме крыла в плане число $\epsilon^\circ = \max |\alpha_M^\circ(x, z)|$. Найденному при $\epsilon = 0,2$ решению ЗОНП соответствует число $\epsilon^* = \max |\alpha_M^*(x, z)| \leq 0,2$. Значение ϵ выбирается из интервала $[\epsilon^\circ, \epsilon^*]$. С уменьшением параметра в условии малости получаемая оптимальная поверхность приближается к поверхности крыла, удовлетворяющего всем требованиям линейной теории. Но при уменьшении ϵ

надо ожидать и нежелательного уменьшения числа δ , поскольку на искомое решение налагаются более жесткие ограничения. Выяснить взаимодействие этих величин для крыльев с дозвуковой передней кромкой удобнее всего на крыльях треугольной формы в плане, где предсказываемый выигрыш δ достаточно велик [6].

Рассмотрим оптимальные поверхности на форме в плане с углом стреловидности передней кромки $\chi=77^\circ$ при $M_\infty=2$, соответствующие различным значениям ε . Во всех случаях исходной поверхностью является пластина под углом атаки $\alpha^\circ=3^\circ$ ($\alpha_M^\circ=\alpha^\circ$). Такому заданию начальных данных отвечает $\varepsilon^\circ \approx 0,05$. Первое решение ЗОНП определяет $\varepsilon^* \approx 0,15$.



Фиг. 5

Оптимизация, проведенная при $\varepsilon=0,15$; $0,10$ и $0,07$, дает значения $\delta=0,345$; $0,344$ и $0,327$ соответственно. При всех трех значениях ε выигрыш в s_x мало меняется и составляет более 30% по сравнению с исходным крылом. Иначе обстоит дело с геометрией оптимальных поверхностей, степень изогнутости которых существенно уменьшается с понижением ε .

По найденным решениям α_M поверхности строились относительно как передней, так и задней кромок исходного плоского крыла, что соответствовало заданию двух пар функций u , v . В обоих случаях оптимальные поверхности, полученные при $\varepsilon=0,07$, имеют приемлемые по величине значения $\partial g/\partial z$, в несколько раз меньшие соответствующих значений $\partial g/\partial z$ на оптимальных поверхностях, найденных при $\varepsilon=0,15$. Такое заметное изменение поперечных углов наклона поверхностей происходит главным образом вдали от кромок. В этой области функция α_M в первую очередь достигает своих предельных значений, определяемых выбранным значением ε . Значительное изменение внутренней части оптимальных крыльев при незначительном изменении величины δ дает основание утверждать, что область крыла, определяющей выигрыш в s_x , является окрестность его гладко входящей в поток передней кромки. На ее большей части при расчетном числе M_∞ реализуется сила, направленная навстречу набегающему потоку. При $\varepsilon=0,07$ оптимальное решение начинает достигать предельных значений уже в окрестности небольшого участка передней кромки, что приводит к частичному нарушению гладкости ее входа в поток и как следствие к понижению величины δ .

На основании исследований, проведенных на треугольных крыльях, для получения оптимальной поверхности крыла сложной формы в плане (фиг. 1), удовлетворяющего всем требованиям линейной теории, в постановке ЗОНП выбирается $\varepsilon=0,07$ при $\varepsilon^{\circ}=0,048$ и $\varepsilon^*=0,134$. Рельеф полученной оптимальной поверхности на полукрыле показан на фиг. 5. График соответствующей функции φ отмечен пунктирной линией на фиг. 3 (угол крутки корневой хорды составляет $2,8^{\circ}$). Эпюрные профили крыла в окрестности корневой хорды ($0 \leq z_1 < 0,1$) теряют S-образность, характерную для соответствующих профилей ранее полученной оптимальной поверхности (см. сечение $z_1=0$ на фиг. 4). Гладкость входа в поток дозвуковой передней кромки крыла при расчетном числе M_{∞} не нарушается, что дает $\delta=0,157$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красильщикова Е. А. Тонкое крыло в сжимаемом потоке. М.: Наука, 1978. 223 с.
2. Жигулев В. Н. О тонких крыльях минимального сопротивления. — В кн.: Аэромеханика. М.: Наука, 1976, с. 24–31.
3. Логинов И. П., Якимов Г. Л. Расчетные исследования сопротивления неплоских крыльев при сверхзвуковых скоростях в зависимости от формы их срединной поверхности. — Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1198, с. 3–15.
4. Щербак Я. С., Косяченко Л. А. Теоретические формы срединной поверхности неплоского крыла сверхзвукового пассажирского самолета. — Тр. Высш. авиац. училища гражд. авиации, 1970, вып. 41, с. 5–13.
5. Коробейников Н. П. Оптимальные неплоские крылья в сверхзвуковом потоке. — В сб.: Чаплыгинские чтения. Сб. докл. ЦНТИ «Волна». 1983, с. 34–83.
6. Прохоров Е. М. Изопериметрическая оптимизация поверхности крыльев простых форм в плане с учетом толщины. — В сб.: Задачи аэродинамики тел пространственной конфигурации. Новосибирск, 1982, с. 104–119.
7. Щербак Я. С., Адаменко Ю. В. Физические ограничения линейной теории в задачах оптимизации аэродинамических характеристик неплоских крыльев. — Тр. Высш. авиац. училища гражд. авиации, 1969, вып. 37, с. 4–15.
8. Боковиков Ю. Г. Расчет аэродинамических характеристик крыльев сложной геометрии в сверхзвуковом потоке. — Изв. СО АН СССР. Сер. тех. наук, 1974, вып. 2, № 8, с. 48–55.
9. Курдюмов И. В., Мосолова М. В., Назайкинский В. Е. Вычислительный алгоритм для задачи квадратичного программирования большой размерности. — Журн. вычисл. математики и матем. физики, 1978, т. 18, № 5, с. 1119–1128.
10. Глушков Н. Н., Кротков Д. П., Шкадов Л. М. Вариация аэродинамической формы тела, приводящая к уменьшению его сопротивления. — Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 2, с. 11–20.
11. Шашкин А. П. Комплекс программ графической обработки результатов расчета. Препринт № 27. Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. мех. АН СССР, 1982.
12. Kulfan R. M., Sigalla A. Real flow limitations in supersonic airplane design. — J. Aircraft, 1979, v. 16, № 10, p. 645–658. (Рус. перев.: Кульфан Р. М., Сигалла А. Методы аэродинамического проектирования сверхзвукового самолета с учетом реальных условий обтекания. — Ракетная техника и космонавтика, 1980, т. 18, № 2, с. 43–60.)

Новосибирск

Поступила в редакцию
26.XI.1984