

УДК 533.6.011.8

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫЙ ВЯЗКИЙ
УДАРНЫЙ СЛОЙ НА КАТАЛИТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ
С УЧЕТОМ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

ГЕРШБЕЙН Э. А., КРУПА В. Г., ЩЕЛИН В. С.

В рамках теории тонкого вязкого ударного слоя исследуется пространственное обтекание затупленных тел диссоциирующим потоком воздуха. Учитывается многокомпонентная диффузия, гомогенные химические реакции, включающие реакции диссоциации-рекомбинации и обменные реакции. На ударной волне задаются обобщенные условия Ренкина - Гюгонио, на поверхности тела - условия, учитывающие гетерогенные каталитические реакции. Уравнения вязкого ударного слоя решаются совместно с уравнениями теплопроводности внутри покрытия, представляющего собой углерод с напыленной тонкой пленкой SiO_2 , или кварц. Рассмотрен также случай теплоизолированной поверхности.

Проведено численное исследование задачи для случая движения тела вдоль траектории входа в атмосферу Земли. Приводятся температура поверхности и тепловой поток к ней в зависимости от высоты (времени) полета для различных случаев задания каталитических реакций. Показано, что отличие тепловых потоков к теплоизолированной от потоков к теплопроводной поверхности в окрестности критической точки составляет величину порядка 6-12% для всех рассмотренных случаев. Это позволяет отделить решение задачи теплопроводности в теле.

Исследование вязкого ударного слоя в данной постановке на теплоизолированной поверхности рассматривалось в [1, 2], где приведен краткий обзор работ на эту тему, в сопряженной постановке для осесимметричных течений - в [3]. В рамках теории пограничного слоя влияние каталитических реакций на сопряженный теплообмен изучалось в ряде работ (см. [4]).

1. Постановка задачи. Уравнения пространственного вязкого ударного слоя с учетом неравновесных химических реакций и многокомпонентной диффузии в пренебрежении термодиффузией, диффузионным термоэффектом и бародиффузией имеют вид [5]

$$\frac{\partial}{\partial x^i} \left(\rho u^i \sqrt{\frac{a}{a_{ii}}} \right) = 0, \quad a_{33} = 1$$

$$\rho (Du^i + A_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta) = -\epsilon a^{\gamma\alpha} \sqrt{a_{\gamma\gamma}} \frac{\partial p}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu}{K} \frac{\partial u^i}{\partial x^3} \right)$$

$$\rho A_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = -\frac{\partial p}{\partial x^3}$$

$$\rho c_p DT = 2\epsilon D^* p + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu c_p}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial x^3} \right) - \sum_{k=1}^N h_k \dot{w}_k -$$

$$- \left(\sum_{k=1}^N c_{pk} I_k \right) \frac{\partial T}{\partial x^3} + \frac{2\mu}{K} B_{\alpha\beta} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3} \frac{\partial u^\beta}{\partial x^3}$$

$$\rho D c_i + \frac{\partial I_i}{\partial x^3} = \dot{w}_i, \quad i=1, \dots, N-Ne$$

$$\rho D c_j^* + \frac{\partial I_j^*}{\partial x^3} = 0, \quad j=1, \dots, Ne-1$$

$$\frac{\mu}{K} \frac{\partial m c_n}{\partial x^3} = \sum_{i=1}^N \frac{m^2}{m_i} S_{ni} (c_n I_i - c_i I_n), \quad n=1, \dots, N-1$$

$$p = \frac{\rho T}{m}, \quad \sum_{j=1}^{Ne} I_j^* = 0, \quad \sum_{j=1}^{Ne} c_j^* = 1$$

$$D^* = \frac{u^\alpha}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha}, \quad D = D^* + u^3 \frac{\partial}{\partial x^3}$$

$$B_{\alpha\beta} = \frac{a_{\alpha\beta}}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)} a_{(\beta\beta)}}}, \quad K = \varepsilon \operatorname{Re}, \quad \operatorname{Re} = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_0}$$

$$\mu_0 = \mu(T_0), \quad T_0 = \frac{V_\infty^2}{2c_p}, \quad \sigma = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

$$S_{ij} = \frac{\mu}{\rho D_{ij}}, \quad x_k = \frac{c_k m}{m_k}, \quad h = \sum_{k=1}^N c_k h_k, \quad c_p = \sum_{k=1}^N c_k c_{pk}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_\infty}{\rho_s}$$

Здесь по одинаковым индексам производится суммирование; по индексам, заключенным в круглые скобки, суммирование отсутствует; латинские индексы принимают значения 1, 2, 3, греческие — 1, 2; $a_{\alpha\beta}$ — коэффициенты первой квадратичной формы поверхности; $V_\infty u^\alpha$, $\varepsilon V_\infty u^3$ — физические составляющие вектора скорости, соответствующие осям x^1 , x^2 , x^3 . Обозначение остальных величин приведены в [1, 2]. Граничные условия на ударной волне и на поверхности тела имеют вид

$$x^3 = x_s^3(x^1, x^2), \quad \rho \left(u^3 - \frac{u^\alpha}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial x_s^3}{\partial x^\alpha} \right) = u_\infty^3$$

$$u_\infty^3 (u^\Gamma - u_\infty^\Gamma) = \frac{\mu}{K} \frac{\partial u^\Gamma}{\partial x^3}, \quad p = (u_\infty^3)^2$$

$$u_\infty^3 (c_i - c_{i\infty}) + I_i = 0, \quad i=1, \dots, N-Ne$$

$$u_\infty^3 (c_j^* - c_{j\infty}^*) + I_j^* = 0, \quad j=1, \dots, Ne-1 \quad (1.2)$$

$$u_\infty^3 (H - H_\infty - (u_\infty^3)^2) = q + \frac{2\mu}{K} B_{\alpha\beta} u^\alpha \frac{\partial u^\beta}{\partial x^3}$$

$$q = \frac{\mu c_p}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial x^3} - \sum_{k=1}^N h_k I_k, \quad q = q_1 + q_2$$

$$q_1 = \frac{\mu c_p}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial x^3}, \quad q_2 = - \sum_{k=1}^N h_k I_k, \quad H = h + B_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta$$

$$x^3 = 0: u^\alpha = 0, u^3 = 0$$

$$T_w = T_B, \quad I_i = \dot{r}_i, \quad I_j^* = 0, \quad q_w = q_B + \Gamma T_B^4, \quad \Gamma = \frac{2\varepsilon \sigma T_0^4}{\rho V_\infty^3} \quad (1.3)$$

Индексы w и B относятся соответственно к газу и телу, ε_B — коэффициент черноты поверхности, σ_B — постоянная Стефана — Больцмана.

Рассматривались два случая. В первом $q_B=0$, т. е. поверхность тела считалась теплоизолированной. Во втором учитывался сопряженный теплообмен

$$q_B = \Lambda \frac{\partial T_B}{\partial x^3}, \quad \Lambda = \frac{\lambda_B}{\rho_\infty V_\infty c_{pB} \varepsilon R_0}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\sqrt{g} \frac{\partial T}{\partial x^3} \right), \quad \kappa = \frac{\lambda_{BT}^*}{\rho_{BC} c_{pB} \varepsilon^2 R_0^2} \quad (1.4)$$

где t^* — характерное время движения тела вдоль траектории.

При написании (1.4) потоком тепла вдоль покрытия пренебрегалось из-за малой его толщины.

Внутренняя поверхность покрытия предполагалась теплоизолированной $\partial T / \partial x^3 = 0$ при $x^3 = -l / \varepsilon R_0$.

При рассмотрении химических реакций будем считать, что в ударном слое присутствуют химические компоненты N_2 , N , O_2 , O , NO , между которыми протекают реакции диссоциации — рекомбинации и обменные реакции. Система реакций приведена в [1]. Константы скоростей реакций и коэффициенты переноса брались теми же самыми, что в [1].

При рассмотрении гетерогенных каталитических реакций рассматривалось пять моделей, первые четыре из которых представляют реакции первого порядка с постоянными или зависящими от температуры константами скоростей гетерогенных каталитических реакций

$$\dot{r}_i = -\rho K_{wi} c_i, \quad i = O, N, NO$$

где $K_{wi} = \infty$ (модель I), $K_{wi} = 0$ (модель II), $V_\infty K_{wO} = 10,4$ м/с, $V_\infty K_{wN} = 3,12$ м/с (модель III) [6]

$$K_{wi} = \sqrt{\frac{RT}{2\pi m_i}} a_i \exp\left(-\frac{E_i}{T_k}\right), \quad a_O = 16, \quad a_N = 0,071, \quad E_O = 10271 \text{ К}, \quad E_N = 2219 \text{ К},$$

где T_k — температура в градусах Кельвина (модель IV) [7].

В модели V гетерогенные каталитические реакции протекают по механизму Или — Райдила [8], включающему в себя реакции Или — Райдила и реакции адсорбции-десорбции атомов. В работе [9] при предположении, что реакции адсорбции-десорбции протекают много быстрее реакций Или — Райдила, константы равновесия реакций адсорбции — десорбции атомов кислорода и азота одинаковы, константы скоростей реакций Или — Райдила K_i ($i = O, N$) равны $2K_i RT = K_{wi}$, где K_{wi} определяются из (1.5), были получены следующие выражения для \dot{r}_i :

$$\dot{r}_O = -\frac{\rho k_{wO}(T) p K_p m_O / m}{1 + p K_p (x_O + x_N)} \left(x_O^2 - \frac{K_O}{p} x_{O_2} \right)$$

$$\dot{r}_N = -\frac{\rho K_{wN}(T) p K_p m_N / m}{1 + p K_p (x_O + x_N)} \left(x_N^2 - \frac{K_N}{p} x_{N_2} \right)$$

$$K_p = \exp(21,5 \cdot 10^3 / T - 11,3) \text{ атм}^{-1}$$

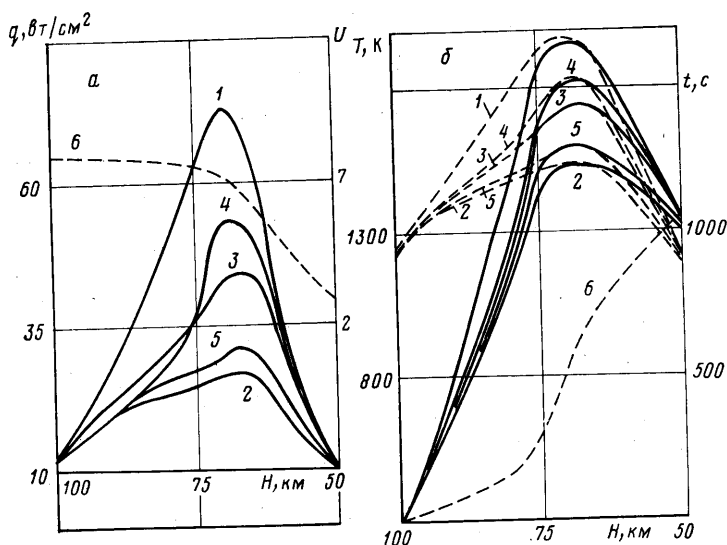
Здесь K_O и K_N — константы равновесия реакций рекомбинации кислорода и азота в газовой фазе; p — давление в атмосферах, K_p — константа равновесия реакции адсорбции-десорбции атомов, выражение для которой приведено на основании аппроксимации работы [10]. Для всех моделей III—V предполагалось $\dot{r}_{NO} = 0$.

2. Результаты численных расчетов. Численное решение задачи проводилось для случая обтекания эллиптического параболоида $2y^3 = (y^1)^2 + k(y^2)^2$ с отношением главных кривизн в вершине $k = R_1 / R_2 = 0,4$, $R_1 = R_0 = 0,5$ м, коэффициент черноты поверхности полагался равным $\varepsilon_B = 0,85$

Покрытие представляло собой углерод с напыленной тонкой пленкой SiO_2 , или кварц. Удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности полагались следующими: для графита $\rho c_p = 1,6$ Дж/(град·см³), $\lambda = 0,88$ Вт/(град·см); для кварца $\rho c_p = 1,77$ Дж/(град·см³), $\lambda = 0,046$ Вт/(град·см). Начальная температура покрытия 300 К, толщина покрытия полагалась $l = 0,02$ м.

Расчет проводился для случая движения тела по траектории, приведенной в [1] (линии б на фиг. 1, а, б).

Численные расчеты показали, что учет сопряженного теплообмена не изменяет качественно газодинамическую картину течения в вязком ударном слое. Таким образом, анализ параметров течения аналогичен прове-



Фиг. 1

действию в [1, 2] и здесь не приводится. Отмечается только влияние сопряженного теплообмена на температуру поверхности и теплового потока к ней.

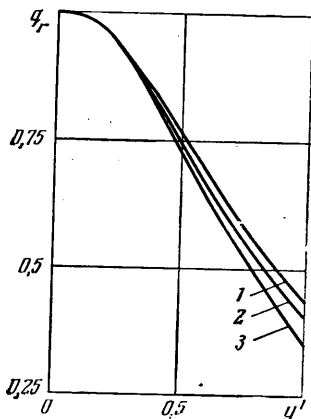
Некоторые результаты расчетов приведены на фиг. 1–5. Зависимости от высоты полета теплового потока к поверхности тела со стороны газовой фазы и ее температуры в критической точке приведены на фиг. 1. Кривые 1–5 представляют покрытие из графита с теплоизолированной внутренней поверхностью и с гетерогенными каталитическими реакциями, протекающими по моделям I–V соответственно.

Были проведены также расчеты движения тела для тех же моделей каталитичности без учета отвода тепла внутрь покрытия (штриховые линии на фиг. 1, б).

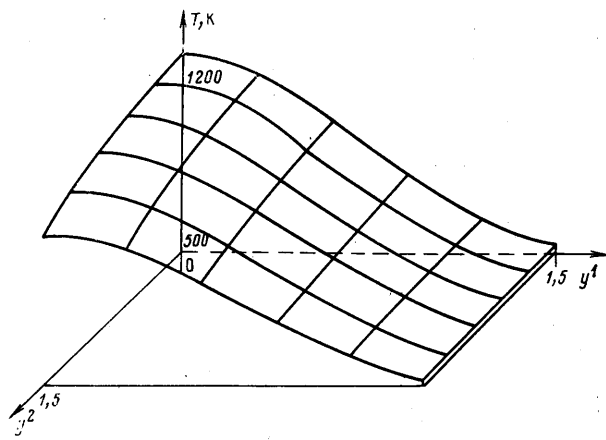
Сравнение тепловых потоков к теплоизолированным и теплопроводным поверхностям показало, что для идеально каталитической и некаталитической поверхности различие не превышает 6% и достигает максимума на высотах порядка 100 км, для модели III – 10% (максимум на $H \approx 85-90$ км). Тепловой поток к теплопроводной стенке для указанных выше моделей (I–III) в диапазоне высот от 100 до 65–60 км превышает тепловой поток к теплоизолированной поверхности, что объясняется более низкой температурой поверхности и вследствие этого более высоким тепловым потоком q_w (далее индекс w будем опускать). Тепловой поток q_2 для модели I уменьшается, что связано с усилением гомогенных реакций рекомбинации у стенки, а для модели III увеличивается из-за усиления гетерогенных реакций рекомбинации (в силу увеличения ρK_w).

Тепловой поток к теплопроводной стенке в случае модели IV для высот 100–90 км больше (максимальное отличие 5% на $H \approx 100$ км), а для высот 85–65 км меньше, чем тепловой поток к теплоизолированной стенке (максимальное отличие 7% на $H = 80$ км). Объяснение такого поведения тепловых потоков состоит в следующем. Здесь, так же как и в предыдущих случаях на высотах $H = 100$ –65 км, тепловой поток $q_1 > q_1^e$ (индекс e относится к нетеплопроводной стенке), но $q_2 < q_2^e$. Так как на участке траектории $H \approx 100$ км $q_1 \gg q_2$, то и $q > q^e$. На высотах $H \approx 90$ –85 км $q_1 \approx q_2$, но уменьшение q_2 происходит сильнее, чем увеличение из-за значительного ослабления гетерогенных реакций, вследствие чего $q < q^e$.

Уменьшение температуры теплопроводной поверхности по сравнению с температурой теплоизолированной поверхности может приводить к зна-



Фиг. 2



Фиг. 3

чительному изменению скоростей гетерогенных реакций в модели V. Условия полета на высотах 100–65 км таковы, что $q_1 > q_1^e$, $q_2 > q_2^e$, т. е. тепловой поток к теплопроводной поверхности больше теплового потока к теплоизолированной поверхности, причем максимальное отличие составляет 12% на $H = 80$ км.

Сравнение T_w и T_w^e показывает, что их наибольшее различие достигается на начальном участке траектории $H = 100$ –80 км, на теплонапряженном участке траектории $H = 70$ –60 км различие в температуре невелико для всех рассмотренных моделей (фиг. 1, б).

Анализ зависимостей от высоты полета тепловых потоков и температуры поверхности в критической точке для покрытия из кварца, которые здесь не приводятся, показывает, что качественно они совпадают с аналогичными зависимостями для углерода, хотя температура на начальном участке траектории несколько превышает температуру углерода.

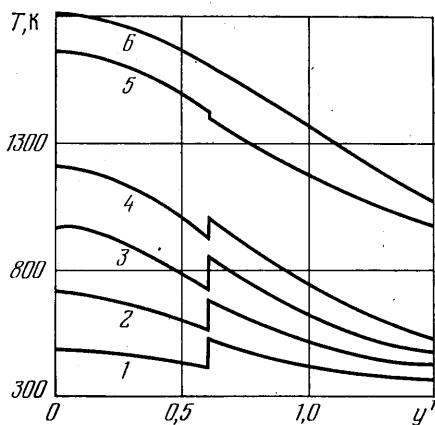
На фиг. 2 приведено распределение тепловых потоков к теплопроводной поверхности, отнесенных к их значению в критической точке q_0 . Расчет проведен для плоскости симметрии ($y^2 = 0$) покрытия из кварца (модель IV)). Кривые 1–3 соответствуют высотам $H = 95, 80, 70$ км. Сравнение с аналогичными величинами, рассчитанными для нетеплопроводной стенки, показало их небольшое различие (наибольшее различие достигается на высоте $H = 80$ км при $y^1 = 1,0$ и составляет 2,5% для зависимости на фиг. 2).

В силу малого различия q и q^e температура поверхности может быть найдена из решения уравнения теплопроводности (1.4) с граничным условием

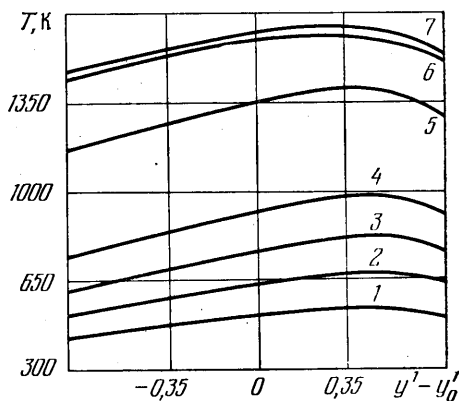
$$q^e(t) = q_w + \Gamma T_w^4$$

Решение данной задачи в критической точке показало, что максимальное различие температуры поверхности, рассчитанной в таком приближении, не превосходит 5% для моделей III и V.

В данной работе были проведены расчеты обтекания эллиптического параболоида под нулевыми углами атаки для нетеплопроводной поверхности и различных моделей каталитичности I—V. После нахождения тепловых потоков q^e определялась температура поверхности покрытия из углерода и кварца (фиг. 3—4). Типичное распределение температуры вдоль поверхности покрытия из кварца для высоты $H=80$ км приведено на фиг. 3. На фиг. 4 приведены распределения температуры поверхности (модель IV) для покрытия, состоящего из углерода ($y^2=0$, $0 \leq y^1 \leq y_0^1$) и



Фиг. 4



Фиг. 5

кварца ($y^1 > y_0^1$). Кривые 1—6 соответствуют высотам $H=95, 90, \dots, 70$ км. Как видно из фиг. 4, из-за разрыва теплофизических свойств покрытия (q^e непрерывно) имеет место скачок температуры поверхности, достигающий 120 К на высоте 90 км и становящийся пренебрежимо малым на теплонапряженном участке траектории. Интересно отметить изменение знака скачка на высоте 75 км, связанного с большей теплоемкостью кварца.

Анализ решения уравнения теплопроводности показывает, что для покрытия из графита температура поперек покрытия слабо отличается от температуры поверхности, что связано с большим коэффициентом теплопроводности. Асимптотическое решение уравнения теплопроводности в виде ряда по степеням λ^{-1} дает следующее выражение, связывающее температуру стенки и тепловой поток к ней:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \left(\frac{1}{b} + \frac{2l}{3\lambda} T^3 \right) + \frac{t^* T^4}{2\rho c_p l} = \frac{1}{\Gamma} \left(\frac{t^*}{2\rho c_p l} q + \frac{l}{6\lambda} \frac{\partial q}{\partial t} \right), \quad b = \Gamma \rho_\infty V_\infty^3 / T_0 \quad (2.1)$$

Таким образом, наряду с точным решением уравнения теплопроводности (1.4) можно использовать выражение (2.1) в качестве граничного условия на поверхности тела при решении задачи вязкого ударного слоя.

В случае, когда тепловые потоки $q_w \approx q_w^e$ и q_0^e известны, температура поверхности может быть найдена из уравнения (2.1), в котором $q = q_w^e$.

В заключение на фиг. 5 приведено распределение вдоль плоскости симметрии ($y^2=0$) температуры теплопроводной поверхности из кварца, рассчитанной с учетом сопряженного теплообмена эллиптического параболоида, обтекаемого под углом 45° (линии 1—7 соответствуют высотам $H=95, \dots, 65$ км). Использовалась модель IV (y_0^1 — координата критической точки). Здесь, так же как и при обтекании крыла под углом атаки [1], максимум температуры T_{\max} сдвинут от критической точки в сторону

большей кривизны поверхности, причем наибольшее отличие максимума температуры от температуры в критической точке достигается на высоте $H=80$ км.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Гиперзвуковой химически неравновесный вязкий ударный слой на крыльях с каталитической поверхностью.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 6, с. 127–135.
2. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Исследование пространственного обтекания тел с каталитической поверхностью при их движении по траектории входа в атмосферу Земли.— Космич. исслед., 1985, т. 23, № 3, с. 416–425.
3. Зинченко В. И., Пыря С. И. Расчет неравновесного вязкого ударного слоя с учетом сопряженного теплообмена.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 2, с. 146–153.
4. Новиков С. С., Тирский А. Г. Влияние каталитических реакций рекомбинации на нестационарную и равновесную температуру поверхности, обтекаемую диссоциированным воздухом.— В кн.: Аэрофизика и космические исследования. М.: Изд. МФТИ, 1984, с. 38–46.
5. Гершбейн Э. А. К теории пространственного обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого газа при наличии вдува.— В сб.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978, с. 144–156.
6. Tong H., Buckingham A. C., Curry D. M. Computation procedure for evaluation of space shuttle TPS requirements — AIAA Pap., 1974, № 518. 13 p.
7. Scott, C. D. Catalytic recombination of nitrogen and oxygen on high-temperature reusable insulation.— AIAA Pap., 1980, № 1477. 9 p.
8. Wise H., Wood B. J. Reactive collisions between gas and surfact atoms.— In: Advances in atomic and molecular physics. N. Y.: Acad. Press, 1967, v. 3, p. 291–353.
9. Ковалев В. Л., Суслов О. Н., Суходольский С. Л. Исследование диссоциированного слабоионизованного ударного слоя на каталитической поверхности.— Отчет Ин-та механики МГУ, 1983, № 2870. 98 с. (ЦНТИ «Волна», № ГР Г 46381.)
10. Агафонов В. П., Кузнецов М. М. Моделирование неравновесных тепловых потоков к каталитической поверхности.— Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 4, с. 66–78.

Москва

Поступила в редакцию
8.I.1985