

УДК 533.6.011

КОЛЕБАТЕЛЬНО-НЕРАВНОВЕСНОЕ ТЕЧЕНИЕ СЖИМАЕМОГО  
ГАЗА В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ  
ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА

ВОЛЧКОВА Г. Н., ЛАВРОВ А. В.

Исследуется ламинарное дозвуковое течение смеси СО–Не–N<sub>2</sub> в осесимметричном канале с тлеющим разрядом. Реальная картина течения моделируется на основе системы уравнений узкого канала. Проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными. Анализируется возможность применения одномерной системы уравнений.

Интерес к численному моделированию течений многоатомных газов при наличии электрического разряда с учетом химических реакций, процессов колебательной релаксации, возбуждения поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы электронами (см., например, [1–5] и библиографию к ним) обусловлен тем, что такие течения реализуются в ряде технических устройств. При моделировании квазиравновесной плазмы широко применяются двумерные модели, учитывающие изменение параметров вдоль и поперек потока [1, 2, 4]. Имеется также большое количество работ по численному исследованию неравновесных течений в тлеющем разряде на основе одномерных моделей (см., например, [2, 3, 5–12] и библиографию к ним), однако для ряда приложений необходим учет двумерных эффектов. В частности, это имеет место при исследовании дозвуковых течений в тлеющем разряде в охлаждаемых трубках диаметром  $D_0 \sim 1-4$  см с большим объемным энерговыделением  $W \sim 1-5$  Вт/см<sup>3</sup>. Особую сложность представляет численное моделирование дозвуковых течений смеси СО–Не. Это связано с тем, что во-первых вследствие ангармоничности молекулы СО для получения правильных результатов необходимо рассчитывать населенности большого числа колебательных уровней СО и, во-вторых, при расчете течения в узких охлаждаемых каналах из-за сильной зависимости скоростей колебательного обмена от температуры необходимо учитывать неоднородность параметров поперек потока. Например, экспериментальные исследования [13] для охлаждаемой трубки радиуса  $R_0 = 1$  см указывают на то, что температура на оси  $T_0 \approx 1,7 T_w$ .

Расчет двумерного колебательно-неравновесного течения Н<sub>2</sub> в тлеющем разряде проводился в [16], в [14, 15] рассмотрена смесь СО–Не. В данной работе в отличие от [14, 15] не вводится предположение о параболичности профиля скорости, вследствие чего возможно рассматривать режимы с достаточно большими числами Маха. Представлены результаты по пространственному распределению коэффициента усиления слабого сигнала для круглой трубки и проведено сравнение результатов двумерных и одномерных расчетов.

1. Рассматривается задача о дозвуковом ламинарном течении смеси СО – Не – N<sub>2</sub> в осесимметричном канале с охлаждаемыми стенками с учетом нагрева газа и возбуждения колебательных степеней свободы СО электронами тлеющего разряда,  $V-V$ - и  $V-T$ -релаксации и спонтанного излучения. Используется система уравнений узкого канала, дополненная уравнениями переноса компонентов (каждый колебательный уровень СО рассматривается как самостоятельный компонент)

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho u + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho v = 0$$
$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{dp}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\rho u \frac{\partial h}{\partial x} + \rho v \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial y \mu}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + y \frac{dp}{dx} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + Q$$

$$\rho u \frac{\partial c_V}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_V}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \mu \frac{Le}{Pr} \frac{\partial c_V}{\partial y} + w_V; \quad V=0, \dots, 30$$

$$Q = -q_A + JE + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \frac{\mu}{Pr} \sum_{v=0}^{30} h_v (Le-1) \frac{\partial c_V}{\partial y}$$

$$p = \rho RT, \quad 2\pi \int_0^{R_0} \rho u y dy = \text{const}$$

Здесь  $c_V$  — массовая концентрация CO, находящегося на колебательном уровне с номером  $V$ ;  $J$  — плотность тока;  $E$  — напряженность электрического поля;  $q_A$  — энергия, выводющаяся из объема за счет спонтанного излучения;  $w_V$  — источниковое слагаемое, учитывающее  $V-V$ ,  $V-T$ -релаксацию, спонтанное излучение и накачку электронами; гидродинамические обозначения общеприняты. В задаче учитывается до 31 колебательного уровня CO, константы  $V-V$ -обмена заимствованы из [17], константы  $V-T$ -релаксации — из [12], при расчете спонтанного излучения учитывались одно-, двух- и трехквантовые переходы [18].

Задача расчета тлеющего разряда представляет большие трудности, поскольку для нахождения плотности тока  $J$ , напряженности электрического поля  $E$ , доли энергии  $\eta$ , идущей на возбуждение колебательных уровней CO, необходимо добавить к (1.1) уравнения Максвелла и уравнение Больцмана для определения функции распределения электронов по энергиям. Однако в данной работе, как и в [14, 15], применяются следующие упрощающие предположения: напряженность поля постоянна в области положительного столба по длине разрядного промежутка, плотность тока распределена в соответствии с функцией Бесселя нулевого порядка. Отметим, что эти предположения выполняются точно при отсутствии потока и  $T = \text{const}$  в пренебрежении объемной рекомбинаций [19]. Значение к.п.д. разряда выбиралось с учетом имеющихся в литературе данных, например [10], о зависимости к.п.д. разряда от отношения  $E/N$  и в большинстве расчетов было принято  $\eta = 0,86$ . Предполагалось, что вся энергия, затрачиваемая на возбуждение колебаний  $N_2$ , мгновенно передается CO и, таким образом, азот учитывается только как партнер CO по  $V-T$ -релаксации.

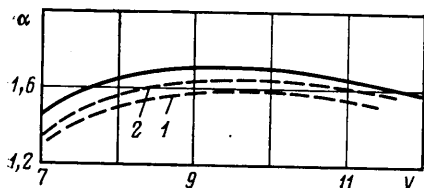
На оси канала задавались граничные условия симметрии; на стенке ( $y=R_0$ ) задавались: условие прилипания для скорости  $u=0$ , температура  $T=T_w$ , условия некаталитичности  $\partial c_V / \partial y = 0$ ,  $V=0-30$ , или идеальной каталитичности стенки  $c_0 = c_{CO}$ ,  $c_V = 0$ ,  $V=1-30$ . В начальном сечении задаются равномерные профили всех параметров, причем полагается, что при  $x=0$  CO колебательно не возбужден.

Решение системы уравнений (1.1) получено с использованием неявной четырехточечной конечно-разностной схемы первого порядка точности по  $x$  и второго порядка точности по  $y$  [20]. Для определения продольного градиента давления использовался алгоритм [21].

Вариант	$u_0$ , м/с	$P_0$ , Па	$R_0$ , мм	$W$ , Вт/см <sup>3</sup>
1	110	2664	9,5	3,5
2	67,5	3330	9,5	4,0
3	67,5	3330	18	4,0
4	67,5	3330	4,75	4,0

2. Рассмотрим кратко результаты расчетов, моделирующих эксперименты [11] по измерению среднего коэффициента усиления слабого сигнала в потоке газа с разрядом. Начальные данные приведены в таблице.

Для всех вариантов начальная температура  $T_0=80$  К. Результаты одномерного расчета варианта 1 показаны на фиг. 1 сплошной линией, двумерного — штриховыми. Максимальное значение среднего по объему коэффициента усиления  $\alpha$  достигается для перехода  $V=9$ ,  $j=8$  и составляет по одномерному расчету 1,72, по двумерному 1,56 и 1,66  $\text{м}^{-1}$  соответственно для идеально каталитической (кривая 1) и некаталитической стенки (кривая 2). Изменение граничных условий для  $c_V$  не приводит к сильному изменению коэффициента усиления, различие составляет не более 10%. Экспериментальное значение  $\alpha=1,94$   $\text{м}^{-1}$  удовлетворительно согласуется с результатами расчета. Следует отметить, что в двумерных расчетах  $\alpha$  меньше, чем в одномерных.



Фиг. 1

Обсуждение этого факта будет проведено ниже.

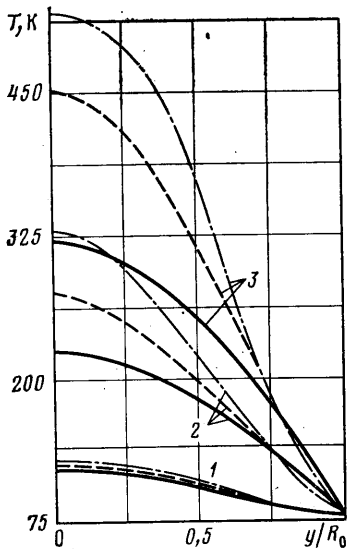
3. При исследовании особенностей течения в разряде с учетом релаксационных процессов в качестве базового выбран вариант 2, исходные данные для которого соответствуют режиму 2 работы [11]. Расчеты для режима 2 проведены в одно- и двумерном приближении. Для вариантов 3 и 4 радиус трубки уменьшался или увеличивался по отношению к варианту 2 в 2 раза, а остальные параметры течения оставались без изменений.

На фиг. 2 приведены профили температуры в сечениях  $x=10$  см (кривые 1),  $x=30$  см (кривые 2),  $x=50$  см (кривые 3). Здесь и ниже на фиг. 3 результаты расчетов для варианта 2 изображены штриховой линией, 3 — штрихпунктирной, 4 — сплошной. В результате неравномерного по радиусу энерговыклада в двумерном случае на оси трубки наблюдается быстрый разогрев газа, который определяется двумя процессами: нагревом в разряде и теплоотводом в стенку. Увеличение поперечного размера трубки приводит к уменьшению относительного влияния теплоотдачи, вследствие чего при  $x=50$  см на оси трубки температура для вариантов 2 и 3 различается на 70 К, а для вариантов 2 и 4 — на 125 К. При этом средняя по площади температура составляла в конечном сечении 239, 266, 200 К соответственно для вариантов 2–4, в то время как для одномерных расчетов  $T=225$  К. Таким образом, одно- и двумерные расчеты дают удовлетворительное согласие по средней температуре, а температура на оси трубки в двумерном расчете превосходит среднюю температуру в 1,5–2 раза.

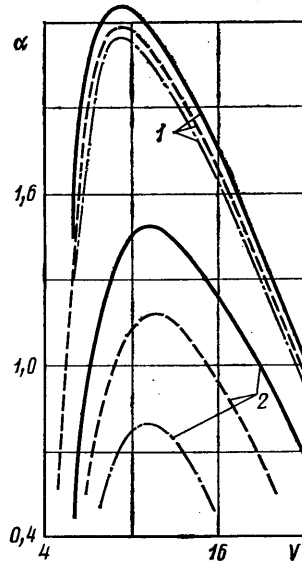
Увеличение температуры приводит к уменьшению коэффициента усиления слабого сигнала. На фиг. 3 приведена зависимость среднего по сечению коэффициента усиления  $\alpha$  от  $V$  для двух сечений:  $x=10$  (кривая 1) и 30 см (кривая 2). Приведенные значения  $\alpha$  соответствуют значениям, максимальным по вращательному квантовому числу. При  $x=10$  см, когда влияние нагрева газа невелико, расчеты для разных значений  $R_0$  дают результаты, хорошо согласующиеся с одномерными расчетами. В то же время, например при  $x=30$  см, различия  $\alpha$  в диапазоне  $V$ , соответствующем максимальным значениям  $\alpha$ , для вариантов 3 и 4 достигают почти 100%. Диапазон положительных значений  $\alpha$  заметно сокращается по мере увеличения  $x$ , а для варианта 3 при  $x \geq 35$  см коэффициент усиления почти для всех переходов становится отрицательным.

На фиг. 4 приведены эпюры  $\alpha$  в сечениях  $x=5$ –50 см (кривые 1–10 соответственно) для варианта 1. Видно, что вниз по потоку максимум коэффициента усиления смещается от оси к стенке, несмотря на то что

в рамках принятых допущений максимальная накачка колебательных уровней осуществляется на оси по всей длине трубки. Смещение максимума  $\alpha$  объясняется ростом температуры на оси и, следовательно, уменьшением отношения скоростей прямых и обратных  $V-V$ -процессов, приводящих к образованию инверсии у ангармонических молекул, и увеличением скоростей  $V-T$ -деактивации. Из фиг. 4 также видно, что для данного режима вблизи оси наблюдается зона с отрицательными  $\alpha$  для достаточно больших значений координаты  $x$ . Аналогичная картина наблюдается и для других режимов.



Фиг. 2



Фиг. 3

4. При реализации тлеющего разряда с большим энерговыделением в охлаждаемых жидким азотом трубках большой длины важны вопросы о распределении параметров рабочей смеси и прежде всего температуры на стабилизированном участке и о длине участка стабилизации. В данном случае стабилизированным считался участок, на котором параметры потока не зависели от продольной координаты, т. е. выделение тепла в разряде компенсировалось теплоотводом в стенку.

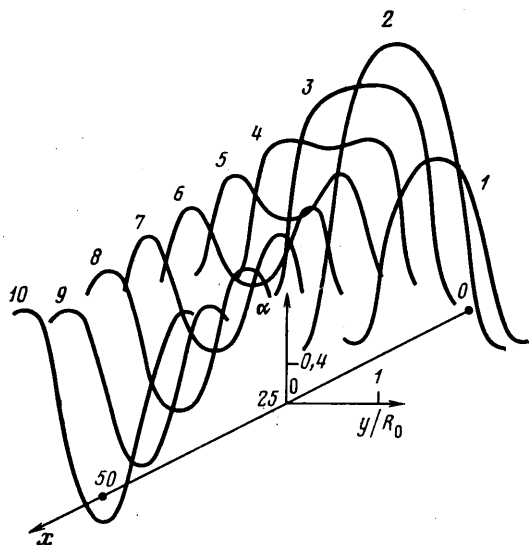
Для определения длины стабилизации проведена серия двумерных расчетов для типичных условий:  $R_0=1,15$  см,  $s_{CO}=25,9\%$ ,  $s_{N_2}=60,7\%$ ,  $s_{N_2}=13,4\%$ ,  $T_w=80$  К,  $P_0=1332$  Па. Значения скорости и удельного объемного энерговыделения приведены ниже:

Режим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u_0$ , м/с	100	70	55	30	10	100	70	55	30	10
$W$ , Вт/см <sup>3</sup>	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4

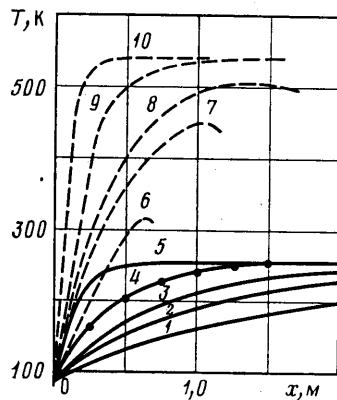
Для ускорения счета процесс заселения колебательных уровней СО не рассматривался, а предполагалось, что за счет упругих потерь и возбуждения вращательных степеней свободы СО и за счет  $V-V$ - и  $V-T$ -процессов 30% всей вкладываемой мощности разряда переходит в тепло.

На фиг. 5 приведены распределения температуры на оси трубки для режимов, указанных выше. Сплошной линией нанесены результаты расчетов для режимов 1-5, штриховой - для 6-10. Для скоростей прокачки 10-30 м/с длина стабилизации потока не зависит от энерговыделения (в исследованном диапазоне  $W$ ), а определяется расходом газа. Точками на фиг. 5 нанесены результаты расчета при  $u_0=10$  м/с,  $P_0=3996$  Па. При энерговыкладе 1 Вт/см<sup>3</sup> значение установившейся температуры уменьшается с ростом скорости прокачки. Это объясняется, по-видимому, тем, что уменьшается энергия, вкладываемая в единицу массы, и существенно увеличивается конвективный теплообмен. Так, при увеличении скорости прокачки с 10 до 100 м/с температура на оси уменьшается на 60 К, а длина стабилизации увеличивается в 4 раза.

По графику фиг. 5 можно оценить максимально возможную длину разрядной трубки для исходных данных, приведенных выше, т. е. длину трубки с параметра-



Фиг. 4



Фиг. 5

ми на выходе, близкими к критическим. Так, для начальной скорости 55 и 100 м/с длина трубки не должна превышать соответственно 1,5 и 0,5 м.

Таким образом, сформулирована двумерная численная модель течения релаксирующего газа в тлеющем разряде. Показано, что в общем случае необходим учет двумерных эффектов, однако в некоторых случаях правильные результаты по коэффициенту усиления можно получить и в одномерном приближении.

Авторы благодарят Б. С. Александрова за помощь в работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Физика и техника низкотемпературной плазмы/Под ред. Дресвина С. В. М.: Атомиздат, 1972. 352 с.
2. Райзер Ю. П. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980. 415 с.
3. Словецкий Д. И. Механизм химических реакций в неравновесной плазме. М.: Наука, 1980. 310 с.
4. Математическое моделирование электрической дуги/Под ред. Энгельшта В. С. Фрунзе: Илим, 1983. 363 с.
5. Велизов Е. П., Голубев В. С., Пашкин С. В. Тлеющий разряд в потоке газа.— Успехи физ. наук. 1982, т. 137, вып. 1, с. 117–150.
6. Lordi J. A., Falk F. J., Rich J. W. Analytical studies of the kinetics of electrically excited, continuously operating CO flow-lasers.— AIAA Pap., 1974, № 563. 16 p.
7. Smith N. S., Hassan H. A., McInville R. M. Analysis of high-flow electric discharge CO-laser systems.— AIAA Pap., 1974, № 180. 7 p.
8. Smith N. S., Hassan H. A. Power calculations for high-flow CO electric discharge laser systems.— AIAA Pap., 1975, № 35, 11 p.
9. Hall R. J., Eckbreth A. C. Kinetic modeling of CW CO electric-discharge lasers.— IEEE Journal Quant. Electron., 1974, v. 10, № 8, p. 580–590.
10. Конев Ю. Б., Кочетов И. В., Марченко В. С., Певгов В. Г., Шарков В. Ф. Основные характеристики электрического разряда в плазме СО-лазера. Препринт № 2810. М.: Ин-т атом. энергии, 1977.
11. Шарков В. Ф., Дымшиц Б. М., Григорьян Г. М., Иванов Г. В., Корецкий Я. П., Кочетов И. В., Ламонов В. М., Певгов В. Г. Газоразрядный СО-лазер с высоким удельным энергосъемом.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 8, с. 1824–1826.
12. Басов Н. Г., Долинина В. И., Сучков А. Ф., Урин Б. М. Теоретическое исследование генерационных характеристик электроионизационного СО-лазера. Препринт № 1. М.: Физ. ин-т АН СССР, 1976.
13. Дорош В. С., Добро Л. Ф., Иванов В. Н., Логкова Э. Н., Писаренко В. В. Газовая температура в плазме разряда лазера на окиси углерода.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 5, с. 1030–1034.
14. Алексеев Б. В., Долгов Н. М., Соковиков В. В. Математическое моделирование

- процессов переноса при течении смеси СО–Не в электрическом разряде.– В сб.: Плазмохимические реакции и процессы. М.: Наука, 1977, с. 215–231.
15. Алексеев Б. В., Долгов Н. М., Соколов В. В. Математическое моделирование процессов переноса при течении смеси СО–Не в электрическом разряде. Препринт № 195. М.: Физ. ин-т АН СССР, 1976.
  16. Brunet H., Rocca Serra J., Mabru M. Properties of the positive column of a glow discharge in flowing hydrogen.– J. Phys. (France), 1981, v. 42, № 11, p. 1525–1531.
  17. Александров Б. С., Андронов Г. А., Белагин В. А., Дыжшиц Б. М., Корецкий Я. П., Шарков В. Ф. Исследование энергетических и спектральных характеристик рабочих сред СО–ГДЛ.– Квантовая электроника, 1981, т. 8, № 8, с. 1797–1801.
  18. Конев Ю. Б., Кочетов И. В., Певгов В. Г., Шарков В. Ф. Анализ кинетических процессов, определяющих параметры СО-лазеров. Препринт № 2821. М.: Ин-т атом. энерг., 1977.
  19. Энгель А. Ионизованные газы. М.: Физматгиз, 1959. 332 с.
  20. Пасконов В. М. Стандартная программа для решения задач пограничного слоя.– В сб.: Численные методы в газовой динамике. Вып. 2. М.: Изд-во МГУ, 1963, с. 110–116.
  21. Симуни Л. М. Численное решение задачи о неизотермическом движении вязкой жидкости в плоской трубе.– Инж.-физ. журн., 1966, т. 10, № 1, с. 86–91.

Ленинград

Поступила в редакцию  
21.XI.1984