

УДК 532.59

## АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН НАД ПОДВОДНЫМИ ХРЕБТАМИ И ВПАДИНАМИ

БАХОЛДИН И. Б.

На основе нелинейного лучевого метода [1] исследуется распространение уединенных волн над неровным дном. В процессе нелинейной эволюции фронта волны образуются его изломы, рассматриваемые в данной модели как разрывы [2, 3]. В отличие от работ, выполненных ранее, не делается предположения о малости интенсивности разрыва. Граничные условия на разрывах вводятся на основе результатов работ [4–6], что дает возможность учесть потери энергии на разрыве и эффекты отражения волн и построить ряд новых автомодельных решений о распространении волны над хребтом и впадиной. Основное внимание уделено тому, как зависит тип решений от параметров волны и рельефа. При определенных значениях параметров автомодельное решение о набегании однородной волны на хребет не единственно. Причина этого — особенность рельефа на конце хребта. Поэтому проведено также численное исследование набегания волны на хребет с гладким рельефом на конце. Для подводной впадины и системы хребет — впадина найдены автомодельные решения с полным или частичным отражением или прохождением энергии волны во впадину. Отраженная волна может возникать также и при набегании на хребет.

1. Распространение волны будем описывать нелинейной системой гиперболического типа [1], одна из форм которой имеет вид [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y}(E \cos \alpha) - \frac{\partial}{\partial x}(E \sin \alpha) &= 0 \\ \frac{\partial \sin \alpha}{\partial y} \frac{1}{V} + \frac{\partial \cos \alpha}{\partial x} \frac{1}{V} &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $x, y$  — горизонтальные координаты;  $E$  — плотность энергии волны на единицу длины фронта;  $\alpha$  — угол между осью  $x$  и касательной к фронту,  $h$  — невозмущенная глубина жидкости,  $V = V(E, h)$  — скорость волны. Все параметры предполагаются безразмерными. Первое уравнение выражает условие сохранения энергии участка фронта волны, заключенного в лучевой трубке (под лучами понимаются траектории точек фронта, которые направлены по нормали к нему). Второе уравнение кинематическое. Для применения данной модели требуется выполнение условия, чтобы длина волны солитона была много меньше радиуса кривизны фронта и расстояния, на котором относительная глубина жидкости меняется существенно.

Для солитонов малой относительной амплитуды зависимость  $V(E, h)$  имеет вид

$$V(E, h) = \sqrt{h} \left( 1 + \frac{3}{8} \frac{E^2}{h^2} \right)$$

Ниже вместо параметра  $E$  в основном используется параметр  $\beta = E^2/h$ , имеющий смысл угла между характеристиками системы (1.1), или относительная амплитуда волны  $a = 0,75\beta^2$ .

При решении системы (1.1) возникают пересечения характеристик, что ведет к необходимости введения разрывов, представляющих собой излом фронта волны со скачком плотности энергии [2, 3]. Существует два типа разрывов: трехсолитонная конфигурация и пересечение, которые исследованы в работе [6] на основе результатов работ [4, 5].

Граничные условия на трехсолитонной конфигурации в системе координат, ось  $y$  которой направлена вдоль линии разрыва, имеют вид

$$\begin{aligned} \beta_3 &= \beta_2 - \beta_1, \quad \alpha_1 = \beta_2 - 0,5\beta_1, \\ \alpha_2 &= \beta_1 - 0,5\beta_2, \quad \alpha_3 = -0,5(\beta_1 + \beta_2), \quad \beta_2 > \beta_1 \end{aligned} \quad (1.2)$$

где индексы 1, 2, 3 обозначают параметры трех солитонов.

Соотношения (1.2) выписаны для случая, когда первая волна находится справа от линии разрыва, а вторая — слева, точка пересечения волны движется по оси  $y$ . Третий солитон движется позади первого и его параметры полностью определяются параметрами первого и второго солитонов. Если отвлечься от исследования третьего солитона, то излом фронта, составленный из фронтов первых двух солитонов, можно рассматривать как разрыв; наличие третьей волны приводит к тому, что в лучевых трубках, пересекающих линию разрыва, энергия не сохраняется. Если интенсивность разрыва типа трехсолитонной конфигурации невелика, то потерями энергии за счет образования третьей волны можно пренебречь [6] и использовать граничные условия, получаемые интегрированием исходной системы [3].

Пересечения волны возникают в том случае, если угол между линиями фронта двух солитонов  $|\alpha_1 - \alpha_2| > 1,5(\beta_1 + \beta_2)$ , при этом солитоны фактически не взаимодействуют и для каждой из двух волн система (1.1) может быть применена раздельно.

2. Пусть  $h = h(\varphi)$ , где  $\varphi = \arctg(x/y)$  — полярный угол. Для автомодельных решений  $E = E(\varphi)$ ,  $\alpha = \alpha(\varphi)$  уравнения (1.1) перепишем в виде

$$\frac{d}{d\varphi} (E \sin \gamma) - E \cos \gamma = 0, \quad \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{\cos \gamma}{V} \right) + \frac{\sin \gamma}{V} = 0 \quad (2.1)$$

где  $\gamma = \alpha + \varphi$  — угол между полярным радиусом и нормалью к фронту. В том случае, когда на некотором малом интервале значений полярного угла в окрестности точки  $\varphi = 0$  относительная глубина меняется существенно, недифференциальными членами в уравнениях (2.1) можно пренебречь и, полагая  $\gamma = \alpha$ , записать интегралы

$$E \sin \alpha = C_1, \quad V / \cos \alpha = C_2 \quad (2.2)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — некоторые константы.

Решения, описываемые соотношениями (2.2), получены в [3] для рельефа  $h = h(x)$ , где они названы стационарными, поскольку их параметры не зависят от  $y$ . Решения (2.2), у которых характеристики расположены по одну сторону от изолинии глубины, по аналогии с газовой динамикой названы сверхзвуковыми. У этих решений амплитуда волны уменьшается при увеличении глубины, а угол между нормалью к фронту и изолинией глубины увеличивается. Дозвуковые решения, у которых характеристики расположены по разные стороны от изолинии глубины, обладают противоположными свойствами. Сверх- и дозвуковые решения можно выделить также и в общем случае автомодельных решений (2.1).

Особыми автомодельными решениями на участке с горизонтальным дном являются центрированные простые волны [2], которые для случая малой относительной амплитуды описываются соотношениями

$$\alpha \pm 1,5\beta = \text{const}, \quad \gamma = \pm 0,5\beta \quad (2.3)$$

Если ввести величину относительной глубины  $H = (h - h_0)/h_0$  и положить параметры  $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, H$  малыми, то можно осуществить преобразование  $\alpha' = \varepsilon\alpha, \beta' = \varepsilon\beta, \gamma' = \varepsilon\gamma, \varphi' = \varepsilon\varphi, H' = \varepsilon^2 H$ , где старые переменные обозначены штрихом, а  $\varepsilon$  — малый параметр, и переписать соотношения (2.1) и (2.2) в виде

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = -\frac{dH}{d\varphi} \frac{\beta}{6(1/4\beta^2 - \gamma^2)} + O(\varepsilon), \quad \frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{dH}{d\varphi} \frac{\gamma}{2(1/4\beta^2 - \gamma^2)} + O(\varepsilon) \quad (2.4)$$

$$\alpha\beta^3 + O(\varepsilon) = C_3, \quad H + \alpha^2 + 3/4\beta^2 + O(\varepsilon) = C_4 \quad (2.5)$$

Из соотношений (2.4) и (2.5) следует, что автомодельные и стационарные решения в случае волн малой относительной амплитуды обладают свойством подобия, для выполнения которого при увеличении параметров  $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$  в  $k$  раз параметр  $H$  должен увеличиваться в  $k^2$  раз.

3. Пусть рельеф дна всюду горизонтальный, за исключением некоторого интервала значений  $\varphi$ , где имеется возвышение дна. Такой рельеф моделирует полубесконечный хребет. Очевидно, автомодельное решение, описывающее набегание однородной волны, может содержать участки непрерывных решений (2.1) и разрывы, линии которых исходят из начала координат (конца хребта).

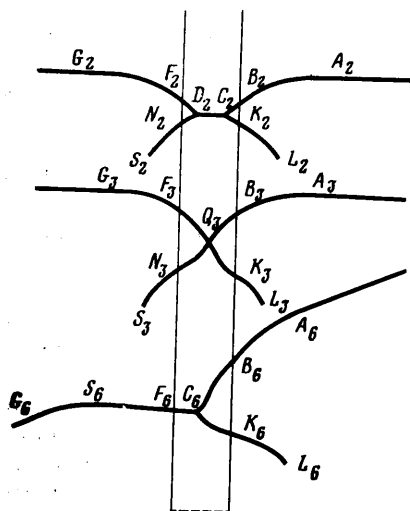
Решения о набегании однородной волны можно классифицировать на шесть типов. Пусть линия фронта непрерывна и решение не содержит пересечений. В разрывах типа трехсолитонной конфигурации характеристики первой волны приходят на линию разрыва, во второй волне — одна приходит, а другая уходит [6]. Поэтому разрыв типа трехсолитонной конфигурации разделяет сверх- и дозвуковой участки фронта. В области с горизонтальным дном сверх- и дозвуковой участки могут разделяться также участком центрированной простой волны. Очевидно, в любом решении о набегании однородной волны имеется два сверхзвуковых участка, в одном из которых характеристики расположены слева от полярного радиуса, а в другом — справа. Поскольку линия фронта непрерывна и нет пересечений, между ними находится дозвуковой участок, где характеристики расположены по разные стороны от полярного радиуса. В зависимости от того, где осуществляются переходы со сверхзвукового участка на дозвуковой, можно выделить следующие типы решений. В решении типа 1 оба перехода со сверхзвукового участка на дозвуковой осуществляются вне хребта, по разные стороны от него, над хребтом решение дозвуковое. В решении типа 2 оба перехода осуществляются над хребтом. В решении типа 4 оба перехода осуществляются по одну сторону от хребта, над хребтом решение сверхзвуковое. В решении типа 6 один переход осуществляется вне хребта, а другой — над хребтом.

Кроме того, существуют решения, составленные из двух не взаимодействующих волн. Решение типа 3 содержит две пересекающиеся сверхзвуковые волны. В решении типа 5 за хребтом образуется зона тени, куда волна не проникает.

Наибольший интерес представляет случай прямолинейного полубесконечного хребта, для которого можно рассмотреть автомодельные решения, если изменением полярного угла в области, занимаемой хребтом, пренебречь. Поскольку в реальности хребет имеет некоторую ширину, то автомодельное решение формируется при значительном удалении волны от конца хребта.

Для решения задачи о взаимодействии однородной волны с прямолинейным хребтом строился качественно вид решения каждого типа и выписывались соотношения на стационарных решениях (2.5), простых волнах (2.3), разрывах (1.2). В зависимости от параметров  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  в набегавшей волне и максимальной относительной высоты хребта  $H_m$  возможны решения типа 1—4, 6. Фронты волн решений типа 2, 3, 6 изображены на фиг. 1.

В том случае, когда волна движется параллельно гребню хребта ( $\alpha_0 = 0$ ), имеется три типа симметричных решений. Решение типа 1 стационарное, описывается соотношениями  $\alpha = 0$ ,  $V(E, h) = V(E_0, h_0)$ , где  $E_0$  и  $h_0$  — плотность энергии и глубина вне хребта. В решении типа 2 имеются: две центрированные простые волны, доходящие до края хребта (см. фиг. 1, кривые  $A_2B_2$  и  $F_2G_2$ ), участки сверхзвуковых решений (кривые  $B_2C_2$  и  $F_2D_2$ ) и участок дозвукового решения  $\alpha = 0$ ,  $V(E, h) = \text{const}$ . В точках  $D_2$  и  $C_2$  находятся трехсолитонные конфигурации, в которых возникают волны, движущиеся позади фронта основной волны. Они сходят с хребта, заканчиваясь участками центрированных



Фиг. 1

простых волн, в которых амплитуда волны уменьшается до нулевого значения (кривые  $K_2L_2$  и  $N_2S_2$ ). В решении типа 3 вне хребта фронты волн такие же, как и в решении типа 2, но над хребтом решение состоит из двух сверхзвуковых волн (кривые  $B_3N_3$  и  $F_3K_3$ ), пересекающихся в точке  $Q_3$ . В решениях типа 3 амплитуда над хребтом меньше, чем вне хребта. В точках, где находятся трехсолитонные конфигурации в решении типа 2, имеет место

$$-H = H_*(\beta_0) = \frac{21}{16} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) a_0 \approx 0,555 a_0$$

где  $a_0$  — относительная амплитуда набегающей волны. Условие  $H_m > H_*$  — необходимое и достаточное условие существования решений типа 2 и 3.

При косом набегаии в сверхзвуковом случае ( $\alpha_0 > 0,5\beta_0$ ) имеется решение типа 4, описываемое соотношениями (2.2), в котором амплитуда над хребтом меньше, чем вне хребта. В дозвуковом случае ( $0 \leq \alpha_0 < 0,5\beta_0$ ) существует решение типа 1, в котором амплитуда над хребтом превышает амплитуду вне хребта. Если хребет достаточно высок, помимо решения типа 1 имеется решение типа 6, в котором перед хребтом образуется центрированная простая волна, доходящая до края хребта (см. фиг. 1, кривая  $A_6B_6$ ). В точке  $C_6$  находится трехсолитонная конфигурация, соединяющая сверхзвуковой (кривая  $B_6C_6$ ) и дозвуковой (кривая  $C_6F_6$ ) участки. За хребтом имеется центрированная простая волна (кривая  $G_6S_6$ ). Возникшую в трехсолитонной конфигурации волну можно рассматривать в качестве волны, отраженной хребтом, поскольку она покидает хребет, заканчиваясь центрированной простой волной (кривая  $K_6L_6$ ).

Относительное возвышение дна в точке, где находится трехсолитонная конфигурация в решении типа 6 определяется системой уравнений, содержащей интегральные соотношения на стационарных решениях и граничное условие на разрыве

$$\begin{aligned} -H_* + \alpha_3^2 + \frac{3}{4} \beta_3^2 &= \alpha_1^2 + \frac{3}{4} \beta_1^2, & \alpha_3 \beta_3^3 &= \alpha_1 \beta_1^3 \\ -H_* + \alpha_4^2 + \frac{3}{4} \beta_4^2 &= \alpha_2^2 + \frac{3}{4} \beta_2^2, & \alpha_4 \beta_4^3 &= \alpha_2 \beta_2^3 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\alpha_3 - \alpha_4 = 1,5(\beta_4 - \beta_3)$$

где индексами 1 и 2 обозначены соответствующие величины на правом и левом краях хребта (см. фиг. 1), а индексами 3 и 4 — по разные стороны

от разрыва. Величины с индексами 1 и 2 определяются формулами

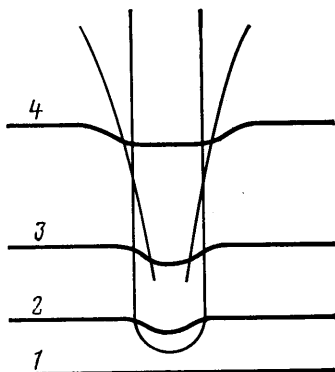
$$\beta_1 = \frac{1}{2}(\alpha_0 + 1,5\beta_0), \quad \alpha_1 = \frac{1}{4}(\alpha_0 + 1,5\beta_0)$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{8}(\frac{2}{3}\alpha_0 - \beta_0) + \frac{3}{4}\sqrt{2\alpha_0\beta_0}, \quad \beta_2 = \beta_0 - \frac{2}{3}(\alpha_0 - \alpha_2)$$

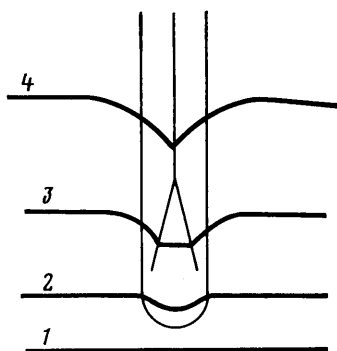
которые выводятся с использованием соотношений (2.3) и условия, что скорость точки пересечения фронта волны с направлением гребня хребта по разные стороны от хребта одинакова.

Численное решение на ЭВМ системы (3.1) показало, что функция  $H_*(\alpha_0)$  при фиксированном  $\beta_0$  монотонно убывает по закону, близкому к линейному, от значения, приблизительно, равного  $0,85\alpha_0$  при  $\alpha_0=0$ , до нулевого при  $\alpha_0=0,5\beta_0$ .

Решение типа 6 существует только в том случае, если  $H_m > H_*$ . Имеется две разновидности решения типа 6. В одной из них трехсолитонная кон-



Фиг. 2



Фиг. 3

фигурация находится за гребнем хребта, решение дозвуковое лишь там, где  $H > -H_*$ , а потому амплитуда над хребтом может превышать амплитуду вне хребта незначительно. В другой трехсолитонная конфигурация находится перед гребнем и амплитуда волны сравнима с высотой хребта.

Таким образом, при определенных значениях параметров имеется три автомодельных решения. Очевидно, неединственность — следствие того, что при  $h = h(\varphi)$  рельеф дна на конце хребта не гладкий, что противоречит предположению о медленно меняющейся глубине, использовавшемуся при выводе системы (1.1). Если конец хребта сгладить, то при значительном удалении от конца должно формироваться одно автомодельное решение.

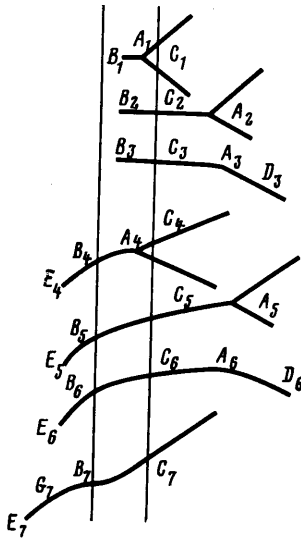
Был осуществлен расчет на ЭВМ симметричных решений о набегающей однородной волны на хребет, конец которого сглажен таким образом, что изолинии глубины на конце имеют форму дуги эллипса. Использовалась численная схема, в которой расчетные точки размещены по фронту и продвигаются со скоростью  $V(E, h)$  по нормали к нему. Для нахождения величины  $E$  использовалось условие сохранения энергии в лучевой трубке  $E\Delta l = \text{const}$ , где  $\Delta l$  — расстояние между расчетными точками. Для повышения точности при определении направления распространения волны и ее скорости использовались характеристические соотношения (схема предиктор-корректор). Использование характеристических соотношений приводит к возникновению схемной вязкости, позволяющей проходить разрывы малой интенсивности сквозным счетом, что допустимо, поскольку на разрывах малой интенсивности потерями энергии можно пренебречь. Если интенсивность разрывов становилась велика, они выделялись и моделировались граничные условия (1.2).

Расчеты показали, что в процессе взаимодействия волны с хребтом образуются два разрыва на склонах хребта. Если хребет невысок или его конец растянут, разрывы смещаются к краям хребта, уходя с него; формируется решение, амплитуда которого над хребтом превышает амплитуду вне хребта, т. е. решение типа 1. Если высота хребта превышает величину порядка амплитуды волны и конец хребта короткий, то разрывы

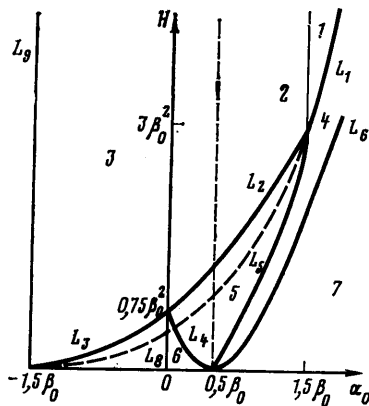
смещаются к середине хребта, линии разрывов пересекаются. После этого возникает пересечение волн [6] и, следовательно, формируется решение типа 3. На фиг. 2 и 3 показаны пронумерованные последовательно фронты волны в различные моменты времени и линии разрывов в первом и во втором случаях.

Таким образом, тип формирующегося решения зависит от рельефа на конце хребта. Если высота хребта увеличивается быстро, то поступающей энергии не хватает на формирование решения с повышенной амплитудой и формируется решение с пониженной амплитудой.

Формирование решения типа 2 в численном эксперименте не наблюдается. Если рассмотреть неавтономное решение, в котором положение трехсолитонных конфигураций незначительно смещено к середине хреб-



Фиг. 4



Фиг. 5

та по сравнению с решением типа 2, то, используя соотношения (2.5) и (1.2), можно показать, что линии разрывов в нем направлены к середине хребта. Если же трехсолитонные конфигурации смещены к краю, то и в дальнейшем они будут смещаться к краю.

Выше показана неустойчивость решений типа 2. Аналогичным методом можно доказать и более общее утверждение: стационарный разрыв с граничными условиями (1.2), разделяющий сверх- и дозвуковое решения (2.5), расположенные так, что глубина увеличивается в ту сторону от линии разрыва, где находится сверхзвуковое решение, неустойчив. По этой причине неустойчиво то из двух решений типа 5, в котором разрыв находится перед гребнем хребта.

4. Пусть рельеф дна имеет вид  $h=h(x)$ ,  $h(x)=h_0$  при  $x>0$  и  $h(x)=h_1>h_0$  при  $x<0$ . Такой рельеф моделирует подводную впадину. На нее набегают полубесконечная однородная волна. Как и в случае хребта предполагается, что в действительности склон впадины занимает некоторую область и при значительном удалении от точки начала взаимодействия устанавливается автомодельное решение. Исследования показывают, что существует семь типов автомодельных решений, фронты волн которых изображены на фиг. 4, где границы склона впадины показаны параллельными прямыми. Как и в случае хребта, основные типы решений можно выделить, рассмотрев более общую задачу о продолжении заданного автомодельного решения на участок с увеличивающейся глубиной. Для этой задачи был разработан алгоритм нахождения решения, основанный на упорядоченном переборе решений. Кроме того, решения для прямоли-

нейной впадины могут быть построены непосредственно с использованием соображений эволюционности.

В том случае, когда относительная глубина впадины  $H = (h_1 - h_0)/h_0$  велика по сравнению с относительной амплитудой набегающей волны, волна во впадину не проникает и имеется три типа решений. При  $\alpha_0 > 1,5\beta_0$  возникает решение типа 1, содержащее сверхзвуковой участок (см. фиг. 4, кривая  $C_1A_1$ ), стационарную трехсолитонную конфигурацию и дозвуковое решение с прямолинейным фронтом и нулевой амплитудой на конце (кривая  $A_1B_1$ ). В точке, где находится трехсолитонная конфигурация, происходит отражение волны. Решение типа 2 возникает при  $0 < \alpha_0 < 1,5\beta_0$ . Оно содержит нестационарную трехсолитонную конфигурацию, удаляющуюся от склона впадины, однородный участок (кривая  $A_2C_2$ ) и дозвуковое стационарное решение  $\alpha = 0$ ,  $V(E, h) = \text{const}$  (кривая  $B_2C_2$ ). Часть энергии волны отражается, а часть накапливается за счет увеличения длины однородного участка. При  $-1,5\beta_0 < \alpha_0 < 0$  существует решение типа 3, в котором имеются простая волна (кривая  $A_3D_3$ ), однородный участок и дозвуковое решение.

Если набежание сверхзвуковое ( $\alpha_0 > 0,5\beta_0$ ) и относительная глубина впадины мала по сравнению с относительной амплитудой волны, существует решение типа 7, в котором волна полностью проникает во впадину, заканчиваясь простой волной (кривая  $G_7E_7$ ).

Когда глубина впадины сравнима с амплитудой волны, возникают решения типа 4–6, отличающиеся от решений типа 1–3 наличием простой волны (кривая  $B_4E_4$ ;  $B_5E_5$ ,  $B_6E_6$ ), проникающей во впадину.

Расположение областей решений различного типа на плоскости  $(\alpha_0, H)$  при фиксированном  $\beta_0$  показано на фиг. 5. Кривые, разделяющие области решений типа 1 и 4, 2 и 5, 3 и 6, 6 и 5, 5 и 4, 4 и 7, обозначены как  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ . Прямая  $L_9$  ограничивает область значений, при которых волна взаимодействует со впадиной. Взаимное расположение областей выявляется из соображений непрерывности путем выделения указанных выше кривых, которым соответствуют решения промежуточного типа, а также узловых точек, в которых сходятся несколько областей. Уравнения кривых можно найти, выписав для решений промежуточного типа соотношения (2.5) на стационарных решениях, (2.3) на простых волнах и (1.2) на трехсолитонных конфигурациях, так же как это было сделано в предыдущем разделе для нахождения величины  $H_*$  в решении типа 6. Кривые определяются уравнениями

$$L_1: H = \alpha_0^2 + 3/4\beta_0^2; \quad L_2, L_3: H = 3/4(\beta_0^2 + 3\alpha_0^2)$$

$$L_4, L_6: H = \alpha_0^2 + 3/4\beta_0^2 - \sqrt{2\beta_0^3\alpha_0}$$

$$L_5: H = \alpha_0^2 + 3/4\beta_0^2 - \sqrt{(\alpha_0 + 0,5\beta_0)^3(1,5\beta_0 - \alpha_0)}$$

Пусть перед впадиной находится прямолинейный хребет, склон которого переходит в склон впадины. В этом случае имеются те же автомодельные решения, что и для впадины, с тем отличием, что в решениях типа 1, 4, 7 над хребтом возникает стационарный сверхзвуковой участок, а в решениях типа 2, 3, 5, 6 – дозвуковой. Кроме того, в области, для которой существуют решения типа 2, 3, 5, 6, для системы хребет – впадина имеется еще два решения с трехсолитонной конфигурацией, расположенной над хребтом. Так же как и в случае решения типа 6 для хребта, в одном из них трехсолитонная конфигурация находится за гребнем хребта, а в другой – перед гребнем. При  $0,5\beta_0 < \alpha_0 < 1,5\beta_0$  это решения типа 1 и 4. Их области разделяются кривой, показанной на фиг. 5 штриховой линией, которая является продолжением кривой  $L_1$  и описывается тем же уравнением. При  $-1,5\beta_0 < \alpha_0 < 0,5\beta_0$  возникают решения типа 8 и 9, которые отличаются от решений типа 1 и 4 наличием простой волны перед хребтом, доходящей до склона хребта и переходящей в сверхзвуковое решение. Аналогичная простая волна встречалась при рассмотрении решений типа 2, 3, 6 для хребта. Области решений типа 8 и 9 разделяются кривой  $L_8$  (см. фиг. 5), описываемой уравнением  $H = (1,5\beta_0 + \alpha_0)^2/4$ .

Относительное возвышение дна  $H_*$  в той точке, где находится трехсолитонная конфигурация, в решениях типа 1 и 8 определяется формулами

$$H_* = \alpha_0^2 + \frac{3}{4}\beta_0^2 - \sqrt{6\beta_0^3\alpha_0}, \quad \alpha_0 > 0,5\beta_0$$

$$H_* = \frac{1}{4}(1 - \sqrt{3})(1,5\beta_0 + \alpha_0)^2, \quad -1,5\beta_0 < \alpha_0 < 0,5\beta_0$$

Условие  $H_m > H_*$ , где  $H_m$  — относительное возвышение гребня хребта, является необходимым и достаточным условием существования трех решений в указанной выше области параметров  $\alpha_0, \beta_0$ . Как и в случае решений типа 5 для хребта, неустойчиво то из решений, в котором трехсолитонная конфигурация находится перед гребнем хребта. Наличие неединственности для системы хребет — впадина связано с учетом стадии формирования решения. Очевидно, например, что если первоначально угол, под которым набегаёт волна, был велик, а потом стал уменьшаться, то может сформироваться решение типа 1, 4, 8, 9, а не 2, 3, 5, 6, поскольку для формирования дозвукового решения над хребтом требуется энергия.

Таким образом, при распространении уединенной волны над подводными хребтами возможно как увеличение, так и уменьшение амплитуды. Использование разрывов типа трехсолитонной конфигурации позволяет в данной модели учесть явление отражения волны от впадины и хребта.

Автор благодарит А. Г. Куликовского и А. А. Бармина за внимание к работе и ценные замечания при подготовке статьи к печати.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Grimshaw R.* The solitary wave in water of variable depth. Pt 2.— *J. Fluid Mech.*, 1971, v. 46, pt 3, p. 611—622.
2. *Реутов В. А.* О поведении возмущений уединенной и периодических волн на поверхности тяжелой жидкости.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1976, № 5, с. 156—159.
3. *Куликовский А. Г., Реутов В. А.* Распространение нелинейных волн над полубесконечными подводными впадинами и хребтами.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1980, № 2, с. 53—61.
4. *Miles J. W.* Obliquely interacting solitary waves.— *J. Fluid Mech.*, 1977, v. 79, pt 1, p. 157—169.
5. *Miles J. W.* Resonantly interacting solitary waves.— *J. Fluid Mech.*, 1977, v. 79, pt 1, p. 171—179.
6. *Бахолдин И. Б.* Разрывы переменных, характеризующих распространение уединенных волн в слое жидкости.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1984, № 3, с. 87—93.

Москва

Поступила в редакцию  
24.XII.1984