

УДК 532.546

СТРУКТУРА СКАЧКОВ В ЗАДАЧАХ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ХИМРЕАГЕНТАМИ, ВЛИЯЮЩИМИ НА ФАЗОВОЕ РАВНОВЕСИЕ

АЗОВСКИЙ А. Ф.

При крупномасштабном описании процессов вытеснения нефти химреагентами распределения насыщенностей фаз и концентраций компонентов в потоке оказываются разрывными [1, 2]. Разрывы (скачки) соответствуют узким переходным зонам, в которых изменения переменных обусловлены капиллярными, диффузионными и неравновесными эффектами. Исследование этих переходных зон и условий их существования позволяет установить те дополнительные условия, которые следует привлекать для построения физических осмысленных решений в крупномасштабном приближении, т. е. в пренебрежении указанными эффектами диссипативной природы. Подобный анализ для процессов вытеснения нефти малоконцентрированными реагентами (растворами активной примеси) выполнен в [1, 3]. Различия процессов вытеснения нефти концентрированными реагентами и реагентами, влияющими на фазовое равновесие, заключаются в том, что при межфазном обмене компонентами наряду с изменением относительных подвижностей происходит изменение отпосительных объемов фаз. В результате возникают условия для их частичной или полной взаимной растворимости. При этом число фаз и их роли в потоке могут изменяться в процессе вытеснения, что приводит к ряду своеобразных гидродинамических явлений и выражается в расширении разнообразия основных решений задачи фронтального вытеснения [4].

Ниже рассматривается структура скачков, обусловленная капиллярными и диффузионными эффектами, при описании процессов вытеснения нефти концентрированными реагентами и реагентами, влияющими на фазовое равновесие, в рамках теории двухфазной трехкомпонентной фильтрации. Дана классификация скачков всех возможных типов по следующему принципу [5]: 1) скачки в однофазном потоке, 2) скачки, сопровождающиеся изменением числа фаз в потоке, 3) скачки в двухфазном потоке. Структура скачков двух первых типов, за исключением тривиальных случаев, ранее, по-видимому, не рассматривалась. Условия ее существования тесным образом связаны с условиями фазового равновесия трехкомпонентной системы. В результате исследования внутренней структуры этих скачков удается описать гидродинамический механизм двух режимов вытеснения — смешивающегося и поршневого — и обосновать гидродинамический эффект реализации поршневого вытеснения при неполной взаимной растворимости вытесняемой и вытесняющей жидкостей [5, 6]. Исследование внутренней структуры скачков последнего типа проводится точно так же, как для скачков насыщенности [7] и сопряженных скачков насыщенности и концентрации при вытеснении нефти раствором активной примеси [1, 3]; условия существования структуры скачков в двухфазном потоке, обусловленной капиллярными эффектами и неравновесностью массообмена между фазами, рассматривались в [8, 9].

1. Постановка задачи. Математическая модель процесса вытеснения нефти концентрированными реагентами и реагентами, влияющими на фазовое равновесие, строится как прямое обобщение модели вытеснения нефти раствором активной примеси [1, 2]. При этом реальная многокомпонентная система, образующаяся в пласте, моделируется трехкомпонентной, содержащей извлекаемый компонент (нефть или тяжелые углеводороды), нейтральный или основной вытесняющий компонент (вода или газ) и активный компонент (CO_2 или растворитель при вытеснении газами высокого давления, ПАВ при вытеснении мицеллярными растворами). Считается, что система может находиться в одно- ($n=1$) или двухфазном ($n=2$) состояниях, и при $n=2$ любой из компонентов в принципе мо-

жет находиться в каждой из фаз; кроме того, при смешении компонентов имеет место аддитивность их парциальных объемов.

Движение такой системы в пористой среде в пренебрежении сжимаемостью фаз и влиянием изменения давления на фазовое равновесие описывается следующей системой уравнений [4]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial g_{\sigma}}{\partial x} + \nu \frac{\partial q_{\sigma}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial (\omega + a)}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial g_{\omega}}{\partial x} + \nu \frac{\partial q_{\omega}}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

$$G = \sigma, \quad E = \omega, \quad g_{\sigma} = g_{\omega} = 0, \quad g_{\sigma} = -D \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad q_{\sigma} = -D \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (n=1)$$

$$\sigma = sw + (1-s)\psi, \quad G = Fw + (1-F)\psi, \quad (1.3)$$

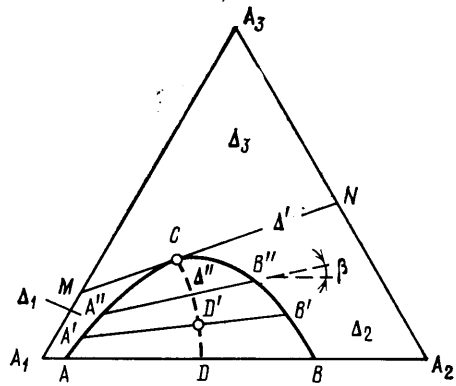
$$\omega = sc + (1-s)\varphi, \quad E = Fc + (1-F)\varphi$$

$$g_{\sigma} = (w - \psi) \Phi \frac{\partial p}{\partial x}, \quad g_{\omega} = (c - \varphi) \Phi \frac{\partial p}{\partial x} \quad (n=2)$$

$$q_{\sigma} = -D_1 s \frac{\partial w}{\partial x} - D_2 (1-s) \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad q_{\omega} = -D_1 s \frac{\partial c}{\partial x} - D_2 (1-s) \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$F = \frac{f_1/\mu_1}{f_1/\mu_1 + f_2/\mu_2}, \quad \Phi = \frac{f_2}{\mu_2} F, \quad a = a(\sigma, \omega), \quad p = \gamma(w, c, \psi, \varphi) J(s)$$

Здесь x и t — безразмерные координата и время; σ и ω — полные объемные концентрации нейтрального и активного компонентов, G и E — их объемные доли в потоке, обусловленные конвективным переносом; a — концентрация активного компонента в сорбированном состоянии; g_{σ} , g_{ω} и q_{σ} , q_{ω} — безразмерные капиллярные и диффузионные потоки компонентов; D , D_1 , D_2 — коэффициенты диффузии; s — насыщенность водной (или газовой) фазой (фазой с большим содержанием нейтрального компонента); F — ее доля в конвективном потоке, зависящая от s и составов фаз; w , c и ψ , φ — объемные концентрации нейтрального и активного компонентов соответственно в водной (или газовой) и нефтяной фазах; f_i и μ_i — относительная фазовая проницаемость и вязкость водной или газовой ($i=1$) и нефтяной ($i=2$) фаз; малые параметры ν и ε характеризуют отношения диффузионных и капиллярных потоков компонентов к конвективным; p — капиллярное давление; γ — коэффициент, учитывающий его зависимость от составов фаз; J — функция Леверетта.



Фиг. 1

Соотношения (1.2) означают, что в однофазном потоке капиллярный перенос отсутствует, а относительные подвижности компонентов совпадают с их объемными концентрациями. В двухфазном состоянии подвижности компонентов, согласно (1.3), зависят от подвижностей фаз и концентраций компонентов в фазах.

Система уравнений движения замыкается условиями фазового равновесия, задаваемыми обычно в виде треугольных фазовых диаграмм [10]. Типичная диаграмма системы газ — нефть — растворитель (промежуточные углеводородные фракции) показана на фиг. 1. Каждый состав систе-

мы изображается точкой равностороннего треугольника единичной высоты $A_1A_2A_3$, удаленной от его сторон на расстояния, равные объемным концентрациям компонентов. При этом вершины A_i отвечают индивидуальным компонентам (A_1 — газ, A_2 — нефть, A_3 — растворитель). Области однофазного Δ' и двухфазного Δ'' состояний системы разделяются так называемой бинодальной кривой, или бинодалью ACB . Всевозможным составам фаз в Δ'' отвечают ветви AC и BC бинодали. Отрезки AB , $A'B'$, $A''B''$, ..., соединяющие равновесные составы фаз, называются нодами. Точка C называется критической; при приближении к ней точки, изображающей состав системы, составы фаз выравниваются и различия между фазами исчезают. Вдоль каждой ноды составы фаз постоянны, меняются лишь их относительные объемы s и $1-s$, поэтому из четырех концентраций w , ψ , c и φ только одна независима. Касательная MN к бинодали в точке C делит область Δ' на три подобласти: Δ_1 , Δ_2 и Δ_3 (фиг. 1). Основное свойство диаграммы состоит в том, что составу системы, полученному объединением двух объемов V_x и V_y , составы которых изображаются точками X и Y , на диаграмме соответствует точка Z , находящаяся на отрезке XY и делящая его в отношении $|XZ|/|YZ|=V_y/V_x$ (правило рычага) [10].

Будем изображать составы вытесняемой и вытесняющей жидкостей, задаваемые значениями двух независимых концентраций σ и ω , точками $D_0=(\sigma_0, \omega_0)$ и $D^\circ=(\sigma^\circ, \omega^\circ)$ на диаграмме, считая, что D° принадлежит области Δ' , а D_0 — либо области Δ'' , либо Δ_2 . Это означает, что вытесняющий агент является однородной жидкостью (газом), а нефть в пласте находится в виде либо двухфазной водо- или газонефтяной системы, либо в виде однородной нефтяной фазы.

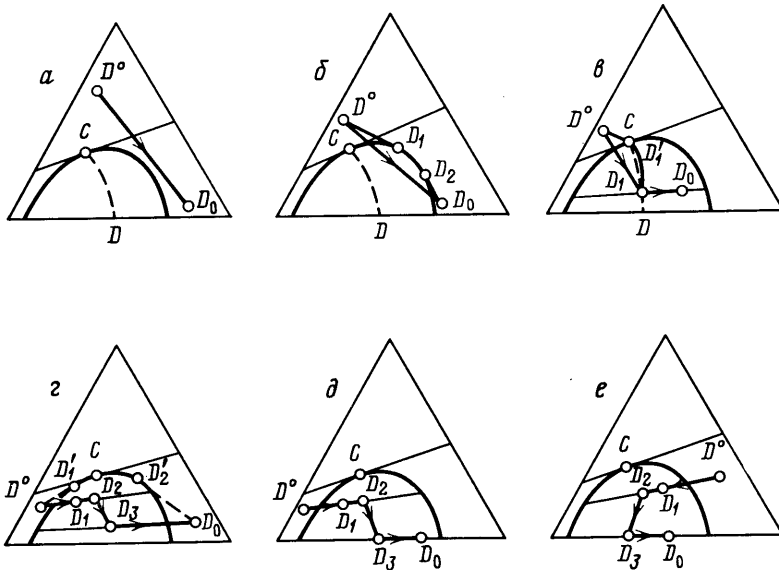
Задача фронтального вытеснения отвечает решению системы (1.1) — (1.3) при начальных и граничных условиях: $\sigma=\sigma_0, \omega=\omega_0$ при $t=0, x>0$; $\sigma=\sigma^\circ, \omega=\omega^\circ$ при $t>0, x=0$.

Приведенной математической моделью описываются процессы вытеснения нефти: 1) карбонизированной водой [11], 2) двуокисью углерода при ее неограниченной смешиваемости с нефтью [12], 3) газами высокого давления и растворителями [4], 4) водными и углеводородными мицеллярными растворами [13]. В первых трех случаях модель упрощается благодаря тому, что концентрация активного компонента в потоке обычно достаточно велика, а его сорбция мала, так что ею можно пренебречь ($a=0$). В последнем случае концентрация активного компонента в потоке (ПАВ), как правило, мала и его сорбция может оказывать существенное влияние на ход вытеснения. При этом вид изотермы адсорбции сильно зависит от условий фазового равновесия. Исследование этих процессов представляет наиболее трудную задачу, которая в настоящее время до конца не решена [13]. Ниже всюду, где это специально не оговаривается, считается, что $a=0$.

2. Внешнее решение. Полагая в (1.1) $\varepsilon=v=0$, получим задачу, соответствующую крупномасштабному приближению; ее решение автомодельно: $\sigma=\sigma(\xi), \omega=\omega(\xi), \xi=x/t$; методика его построения описана в [4]. Изменению ξ от 0 до ∞ отвечает перемещение точки $(\sigma(\xi), \omega(\xi))$, изображающей состав системы на треугольной диаграмме, из точки D° в точку D_0 . Получаемую при этом кривую $L(\sigma, \omega)=0$ на ТФД по аналогии с [2] будем называть путем. При построении пути участки непрерывности решения переходят в гладкие кривые; скачки обычно изображаются прямолинейными отрезками, так что $L(\sigma, \omega)=0$ — непрерывная кривая. Такой же способ графического представления решения используется в дальнейшем при исследовании структуры скачков. На фиг. 2 показаны пути, соответствующие различным начальным и граничным условиям. Скачки отмечены стрелками; далее они классифицируются по числу фаз за ($n=i$) и перед ($n=j$) скачком и обозначаются J_{ij} . Точки D_1, D_2 и D_3 на фиг. 2, $e-e$ находятся на нодах.

Внешнее решение может быть трех основных типов. Решения 1-го типа отвечают поршневному вытеснению нефти закачиваемым агентом (фиг. 2, $a, б$). Путь имеет вид отрезка $D^\circ D_0$, соответствующего скачку J_{11} .

Решения 2-го типа отвечают поршневому вытеснению двухфазной смеси (фиг. 2, а). Путь $D^{\circ}D_1D_0$ содержит скачок J_{12} (отрезок $D^{\circ}D_1$). В обоих случаях отсутствует смешение вытесняющего агента с вытесняемой жидкостью. Решения 3-го типа отвечают процессам вытеснения с образованием зоны смешения (фиг. 2, з-е). Соответствующий путь $D^{\circ}D_1D_2D_3D_0$ может содержать скачки трех типов: J_{12} (отрезки $D^{\circ}D_1$), J_{22} (отрезки D_2D_3 и D_3D_0 на фиг. 2, д, е) и J_{21} (отрезок D_3D_0 на фиг. 2, з). На скачках выпол-



Фиг. 2

няются интегральные законы сохранения (X_j и $\xi_j = dX_j/dt$ — координата и скорость скачка)

$$\xi_j[\sigma] = [G], \quad \xi_j[\omega + a] = [E], \quad [f] = f^+ - f^-, \quad f^{\pm} = f(X_j \pm 0, t) \quad (2.1)$$

При построении внешнего решения в области двухфазного состояния (если она существует) в качестве независимых неизвестных используются σ и α [4, 8]

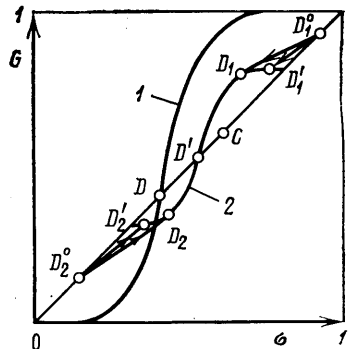
$$\alpha = (c - \varphi) / (w - \psi), \quad G = G(\sigma, \alpha), \quad \omega(\sigma, \alpha) = \alpha\sigma + \chi(\alpha), \quad (2.2)$$

$$E(\sigma, \alpha) = \alpha G(\sigma, \alpha) + \chi(\alpha), \quad \chi(\alpha) = (w\varphi - c\psi) / (w - \psi)$$

Величина α играет роль приведенной концентрации активного компонента в системе; она однозначно связана с углом наклона под треугольной диаграммой β соотношением $\text{tg } \beta = -\sqrt{3}\alpha / (\alpha + 2)$, поэтому если угол меняется монотонно, то α однозначно характеризует составы фаз в области Δ'' . Таким образом, условия фазового равновесия описываются двумя функциями: $\chi = \chi(\alpha)$ при $n=2$ и уравнением $\omega = \omega(\sigma)$ бинальной кривой.

3. Внутреннее решение. Рассмотрим последовательно структуру скачков каждого типа и ее связь с условиями их устойчивости.

Скачки J_{11} распространяются со скоростью закачки реагента $\xi_j = 1$; при этом $\sigma^+ = \sigma_0$, $\omega^+ = \omega_0$, $\sigma^- = \sigma^{\circ}$, $\omega^- = \omega^{\circ}$ (фиг. 2, а, б). Структура скачка J_{11} может быть двух типов в зависимости от того, пересекает или нет отрезок $D^{\circ}D_0$ область двухфазного состояния Δ'' .



Фиг. 3

Во втором случае внутреннее решение описывается двумя независимыми уравнениями (1.1), (1.2) конвективной диффузии [5]. Перейдем в них к системе координат $\eta = (x, t)/\sqrt{vt}$, $\tau = t/\sqrt{v}$, движущейся вместе со скачком; устремляя v к нулю, будем искать нетривиальное стационарное решение внутренней задачи

$$\tau \frac{\partial y}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \eta \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(D \frac{\partial y}{\partial \eta} \right), \quad y(-\infty) = y^\circ, \quad y(\infty) = y_0 \quad (y = \sigma, \omega; n=1) \quad (3.1)$$

Оно имеет вид

$$\frac{dy}{d\eta} = A \exp\left(-\frac{\eta^2}{D}\right), \quad y(\eta) = B + \frac{A}{2} \sqrt{\pi D} \operatorname{erf}(D^{-1/2} \eta), \quad A = \frac{y_0 - y^\circ}{\sqrt{\pi D}}, \quad B = \frac{y_0 + y^\circ}{2} \quad (3.2)$$

Из (3.2) следует, что $d\sigma/d\omega = (\sigma_0 - \sigma^\circ)/(\omega_0 - \omega^\circ)$, т. е. соответствующая внутренней структуре траектория на треугольной диаграмме является отрезком прямой $D^\circ D_0$. Заметим, что другие траектории, например в виде ломаной, состоящий из нескольких звеньев, недопустимы, так как в точках излома нарушаются условия непрерывности потоков компонентов.

Пусть теперь отрезок $D^\circ D_0$ пересекает область Δ'' . В этом случае внутреннее решение должно состоять из двух областей однофазного потока, в которых изменение концентраций компонентов обусловлено диффузионным переносом, и заключенной между ними зоны двухфазного течения. Система (1.1), (1.3) во внутренних переменных η , τ принимает вид

$$\begin{aligned} & \left(\tau \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \right) [s\omega + (1-s)\psi] - \tau^{1/2} v^{-1/2} \frac{\partial}{\partial \eta} [(w-\psi)(s-F)] + \\ & + \frac{\varepsilon}{v} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(w-\psi) \Phi \frac{\partial p}{\partial \eta} \right] = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[D_1 s \frac{\partial w}{\partial \eta} + D_2 (1-s) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right] \quad (n=2) \\ & \left(\tau \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \right) [s\sigma + (1-s)\varphi] - \tau^{1/2} v^{-1/2} \frac{\partial}{\partial \eta} [(c-\varphi)(s-F)] + \\ & + \frac{\varepsilon}{v} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(c-\varphi) \Phi \frac{\partial p}{\partial \eta} \right] = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[D_1 s \frac{\partial c}{\partial \eta} + D_2 (1-s) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Для того чтобы все члены уравнений (3.3) были одного порядка, разность $\sigma - G = (w - \psi)(s - F)$ должна изменяться как $v^{1/4}/\tau^{1/2}$, т. е. $\sigma = G$ при $\tau \rightarrow \infty$. Равенство $\sigma = G$ реализуется вдоль бинодальной кривой, и тогда либо $s = F = 1$ (вдоль AC), либо $s = F = 0$ (вдоль BC), а также вдоль линии CD равных подвижностей фаз, которой отвечают точки пересечения кривых $G(\sigma, \alpha)$ с прямой $\sigma = G$ при различных значениях α (фиг. 1, 3). На фиг. 3 кривая 1 соответствует $G(\sigma, 0)$, а кривая 2 — $G(\sigma, \alpha')$ при $\alpha' \neq 0$. Отсюда следует, что искомая структура скачка на треугольной диаграмме должна иметь вид кривой, состоящей из двух прямолинейных отрезков $D^\circ D_1$ и $D_2 D_0$ и участка бинодали $D_1 D_2$ между ними (фиг. 2, б). Вдоль $D_1 D_2$ имеем $\Phi = 0$, т. е. капиллярный перенос отсутствует, и потому изменение состава системы в потоке обусловлено исключительно диффузией компонентов. Из условий непрерывности потоков получаем, что отрезки $D^\circ D_1$ и $D_2 D_0$ должны касаться бинодальной кривой в точках $D_1 = (\sigma_1, \omega_1)$ и $D_2 = (\sigma_2, \omega_2)$. Это обеспечивает равенство отношений диффузионных потоков компонентов, но не их абсолютных значений.

Для построения внутреннего решения введем новую неизвестную

$$\Lambda^\circ = \tau^{1/2} v^{-1/2} \Lambda(s, \alpha), \quad \Lambda(s, \alpha) = s - F(s, \alpha) \quad (3.4)$$

где α — характеристика составов фаз, определенная соотношениями (2.2). Подставляя (3.4) в (3.3) и сохраняя члены одного порядка при $s \rightarrow 0$, по-

лучим стационарные уравнения относительно двух неизвестных Λ° и α в виде

$$\frac{1}{2} \eta \frac{d\psi}{d\eta} + \frac{d}{d\eta} [(w-\psi)\Lambda^\circ] + \frac{d}{d\eta} \left(D \frac{d\psi}{d\eta} \right) = 0, \quad w=w(\alpha), \quad \psi=\psi(\alpha) \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{2} \eta \frac{d\varphi}{d\eta} + \frac{d}{d\eta} [(c-\varphi)\Lambda^\circ] + \frac{d}{d\eta} \left(D \frac{d\varphi}{d\eta} \right) = 0, \quad c=c(\alpha), \quad \varphi=\varphi(\alpha)$$

Пусть точкам D_1 и D_2 на бинадальной кривой соответствуют значения $\alpha=\alpha_1$ и $\alpha=\alpha_2$, а $\eta=\eta_1$ и $\eta=\eta_2$ — координаты границ зоны двухфазного течения ($\eta_1 < \eta_2$). Тогда

$$y(\eta) = y^* + (y_i - y^*) \frac{1 - (-1)^i \operatorname{erf}(D^{-1/2}\eta)}{1 - (-1)^i \operatorname{erf}(D^{-1/2}\eta_i)} \quad (y = \sigma, \omega)$$

$$i=1, \quad y^* = y^\circ \quad (\eta \leq \eta_1); \quad i=2, \quad y^* = y_0 \quad (\eta \geq \eta_2) \quad (3.6)$$

В промежуточной зоне $\eta_1 \leq \eta \leq \eta_2$ движение описывается уравнениями (3.5) при граничных условиях $\alpha(\eta_1) = \alpha_1$, $\alpha(\eta_2) = \alpha_2$, $\Lambda^\circ(\eta_1) = 0$. Одно крайнее условие $\Lambda^\circ(\eta_2) = 0$ теряется, так как система (3.5) — первого порядка по Λ° . Однако, несмотря на это, $s \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$ и ограниченности Λ° . Заметим, что внутреннее решение нельзя было бы построить, сразу положив в зоне двухфазного течения $s = F = 0$. Данная ситуация аналогична рассмотренной в [3] при исследовании структуры контактного разрыва. Неизвестные координаты границ зоны двухфазного течения η_1 и η_2 должны определяться из условий непрерывности диффузионных потоков любого из компонентов при $\eta = \eta_1$ и $\eta = \eta_2$.

Можно убедиться, что структуры скачка J_{11} не существует, если точка D° на треугольной диаграмме находится в области Δ_1 , а D_0 — в области Δ_2 (фиг. 2, з), хотя формально такой скачок можно построить и на линию скачка в плоскости (x, t) будут «приходить» три характеристики из четырех, как это обычно требуется в теории ударных волн [14]. Речь идет, таким образом, о скачке, удовлетворяющем условию эволюционности, но не имеющему внутренней структуры. Действительно, если бы структура существовала, то на диаграмме она должна была изображаться кривой $D^\circ D_1' C D_2' D_0$ (фиг. 2, з). Однако такое распределение σ и ω в переходной зоне не может быть предельной стационарной асимптотикой решения внутренней задачи с разрывными начальными данными: $\sigma = \sigma^\circ$, $\omega = \omega^\circ$ при $-\infty < \eta < 0$ и $\sigma = \sigma_0$, $\omega = \omega_0$ при $0 < \eta < \infty$. Это следует из того факта, что в силу основного свойства треугольной диаграммы составы фаз системы, которые могут возникнуть в потоке, ограничены участками бинады между нодами, на продолжениях которых находятся точки D° и D_0 (фиг. 2, з). Другими словами, составы, изображаемые участком $D_1' C D_2'$ бинадальной кривой, не могут быть получены в результате смешения ни в каких пропорциях составов D° и D_0 между собой и с составами фаз, на которые распадается система при $\sigma = \delta\sigma^\circ + (1-\delta)\sigma_0$, $\omega = \delta\omega^\circ + (1-\delta)\omega_0$, где $0 \leq \delta \leq 1$. Таким образом, для скачков J_{11} точки D° и D_0 на треугольной диаграмме, отвечающие составам вытесняемой и вытесняющей жидкостей, не должны находиться в областях Δ_1 и Δ_2 по разные стороны от области двухфазного состояния Λ'' .

Скачки J_{12} могут быть двух типов: со скоростями $\xi_j = 1$ ($D^\circ D_1$ на фиг. 2, е) и $\xi_j < 1$ ($D^\circ D_1$ на фиг. 2, з-е). Рассмотрим сначала скачки J_{12} первого типа, отвечающие поршневому вытеснению двухфазной жидкости. Кривая, соответствующая внутренней структуре, на треугольной диаграмме должна соединять точку D° области Δ_3 с точкой D_1 области Λ'' , лежащей на линии CD равных подвижностей фаз. Очевидно, она должна состоять из прямолинейного отрезка $D^\circ P$, отвечающего диффузионному переходу в однофазном потоке, и некоторой кривой области Λ'' , соединяю-

щей точку P бинодали с точкой D_1 . Анализ показывает, что точка P должна совпадать с критической точкой $C=(\sigma_c, \omega_c)$; лишь при таком сопряжении областей одно- и двухфазного потоков составы и подвижности фаз на их границе меняются непрерывно. Таким образом, внутренней структуре скачка J_{12} на треугольной диаграмме отвечает кривая $D^\circ CD_1' D_1$ (фиг. 2, в).

Выбор внутренних переменных снова диктуется участком диффузионного перехода $D^\circ C$ и потому $\eta=(x-t)/\sqrt{vt}$, $\tau=t/\sqrt{v}$. Пусть $\eta=\eta_1$ — внутренняя координата границы зон одно- и двухфазного течений, а α_c и α_1 — значения α , соответствующие точкам C и D_1 . При $-\infty < \eta \leq \eta_1$ внутреннее решение описывается соотношениями вида (3.6), в которые вместо σ_1 и ω_1 следует подставить σ_c и ω_c . При $\eta_1 \leq \eta < \infty$ внутреннее решение должно удовлетворять уравнениям (3.3). Можно убедиться, однако, что в данном случае они не имеют стационарного решения требуемого вида. Действительно, если снова ввести неизвестную Λ° , заданную соотношениями (3.4), и найти стационарное решение уравнений (3.3) $\alpha=\alpha(\eta)$, $\Lambda^\circ=\Lambda^\circ(\eta)$ при условиях $\alpha(\eta_1)=\alpha_c$, $\alpha(\infty)=\alpha_1$, $\Lambda^\circ(\infty)=0$, то в пределе при $\tau \rightarrow \infty$ получим $\Lambda=0$, т. е. траектория на ТФД совпадает с кривой равных подвижностей фаз CD . В частности, в точке C будем иметь $s=s_c$, где s_c — решение уравнения $s=F(s, \alpha)$ при $\alpha \rightarrow \alpha_c$. Но в точке сопряжения C областей одно- и двухфазного течений должны выполняться условия непрерывности потоков компонентов, согласно которым насыщенность $s(\eta_1+0)$ должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\sigma^\circ - \sigma_c}{\omega^\circ - \omega_c} = \frac{D_1 s w'(\alpha_c) + D_2 (1-s) \psi'(\alpha_c)}{D_1 s c'(\alpha_c) + D_2 (1-s) \varphi'(\alpha_c)}, \quad f' = \frac{df}{d\alpha} \quad (3.7)$$

Условие (3.7) гарантирует равенство отношений диффузионных потоков компонентов и при $D_1=D_2=D$ переходит в условие гладкого сопряжения отрезка $D^\circ C$ с кривой равных подвижностей фаз CD . Так как решение уравнения (3.7), вообще говоря, не совпадает с s_c , то условиям непрерывности потоков нельзя удовлетворить за счет выбора координаты внутренней границы $\eta=\eta_1$. Отсутствие стационарной внутренней структуры скачка J_{12} обусловлено тем, что при $\alpha \rightarrow \alpha_c$ в уравнениях (3.3) возникает еще один малый параметр — капиллярное давление, так как при выравнивании составов фаз межфазное натяжение $\gamma(\alpha) \rightarrow 0$. В результате вблизи границы зон одно- и двухфазного течений возникает внутренний нестационарный пограничный слой, в котором отклонения траектории от кривой CD равных подвижностей фаз компенсируется диффузионным и капиллярным переносом и происходит непрерывное изменение потоков компонентов.

Внутренняя структура скачка J_{12} рассмотренного вида не существует, если точка D° не принадлежит области Δ_3 треугольной диаграммы. Соответствующие рассуждения аналогичны приведенным выше для скачка J_{11} .

Рассмотрим теперь структуру скачка J_{12} второго типа ($\xi_j < 1$), изображаемого на диаграмме отрезком $D^\circ D_1$ (фиг. 2, г-е). Так как точка D° находится на продолжении ноды, проходящей через точку $D_1=(\sigma_1, \omega_1)$ (это следует из (2.1)), то состав системы в переходной зоне в силу основного свойства треугольной диаграммы не может отличаться от составов, изображаемых точками отрезка $D^\circ D_1$. Таким образом, структура скачка J_{12} на диаграмме соответствует отрезку $D^\circ D_1$. Пусть $D^*=(\sigma^*, \omega^*)$ — точка его пересечения с бинодалью. Тогда отрезок $D^\circ D^*$ отвечает области однофазного течения, в которой изменение составов обусловлено конвективной диффузией, а отрезок $D^* D_1$ — области двухфазного течения, в которой составы фаз постоянны и работает механизм капиллярного переноса. Перейдем в (1.1) — (1.3) к новым переменным, связанным со скачком: $\zeta=(x-\xi_j t)/v$, $\tau=t/v$, и будем искать нетривиальное стационарное решение

внутренней задачи

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \tau} + (1 - \xi_j) \frac{\partial y}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(D \frac{\partial y}{\partial \xi} \right), \quad -\infty < \xi < \xi_1, \quad (y = \sigma, \omega; n=1) \\ \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} - \xi_j \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \xi} + \frac{\varepsilon}{\nu} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(w - \psi) \Phi \frac{\partial p}{\partial \xi} \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Delta_\sigma \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} \right) \quad (n=2) \\ \left(\frac{\partial}{\partial \tau} - \xi_j \frac{\partial}{\partial \xi} \right) (\alpha \sigma + \chi) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\alpha G + \chi + a) + \frac{\varepsilon}{\nu} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(c - \varphi) \Phi \frac{\partial p}{\partial \xi} \right] &= \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Delta_\omega \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} a=0, \quad \Delta_\sigma &= D_1 s w' + D_2 (1-s) \psi', \quad \Delta_\omega = D_1 s c' + D_2 (1-s) \varphi', \quad \xi_1 < \xi < \infty \\ \sigma(-\infty) &= \sigma^\circ, \quad \omega(-\infty) = \omega^\circ, \quad \sigma(\infty) = \sigma_1, \quad \omega(\infty) = \omega_1 \end{aligned}$$

Здесь ξ_1 — выбираемая произвольным образом внутренняя координата границы областей одно- и двухфазного течений. При $-\infty < \xi < \xi_1$ и $\xi_1 < \xi < \infty$ имеем соответственно

$$\begin{aligned} y &= y^\circ + (y^* - y^\circ) \exp [(1 - \xi_j) (\xi - \xi_1) / D] \quad (y = \sigma, \omega; n=1) \\ \frac{d\sigma}{d\xi} &= \Psi(\sigma, \alpha_1) = \frac{\nu}{\varepsilon} \frac{G(\sigma_1, \alpha_1) - G(\sigma, \alpha_1) - \xi_j (\sigma_1 - \sigma)}{\gamma(\alpha_1) \Phi(\sigma, \alpha_1) J_s'(\sigma, \alpha_1)}, \quad \alpha_1 = \frac{\omega^\circ - \omega_1}{\sigma^\circ - \sigma_1} \quad (n=2) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Так как для фазовых проницаемостей обычного вида $\Phi(\sigma, \alpha) \equiv 0$ в некоторой окрестности бинадальной кривой $\sigma^* \leq \sigma \leq \sigma_*(\alpha)$ или $\sigma_*(\alpha) \leq \sigma \leq \sigma^*$ (т. е. каждая из фаз становится подвижной лишь при некоторой конечной насыщенности), то из (3.9) следует, что внутренняя структура скачка J_{12} разрывна. Этот факт связан с вырождением уравнений (3.8) и хорошо известен для структуры скачков насыщенности [7].

При $\xi_1 < \xi < \infty$ получаем

$$\xi = \xi_1 + \int_{\sigma_*(\alpha_1)}^{\sigma} \frac{d\sigma'}{\Psi(\sigma', \alpha_1)} \quad (\Phi(\sigma_1, \alpha_1) > 0); \quad \sigma = \sigma_1 \quad (\Phi(\sigma_1, \alpha_1) = 0) \quad (3.10)$$

В обоих случаях в соответствии с условиями (2.4) на внешнем скачке $(1 - \xi_j) \sigma^\circ = G(\sigma_1, \alpha_1) - \xi_j \sigma_1$, и потому требование непрерывности потоков на внутреннем скачке выполняется автоматически.

В силу очевидных неравенств $\gamma > 0$, $\Phi \geq 0$, $J_s' < 0$ и однозначности внутреннего решения из (3.9) и (3.10) следует условие существования внутренней структуры скачка, которое должно выполняться для всех σ между σ^* и σ_1

$$[G(\sigma_1, \alpha_1) - G(\sigma, \alpha_1)] / (\sigma_1 - \sigma) \leq \xi_j \quad (3.11)$$

Условию (3.11) можно дать наглядную графическую интерпретацию в плоскости (σ, G) : отрезок, соединяющий точки $(\sigma^\circ, \sigma^\circ)$ и $(\sigma_1, G(\sigma_1, \alpha_1))$, находится либо выше ($\sigma_1 \leq \sigma$), либо ниже ($\sigma_1 \geq \sigma$) кривой $G(\sigma, \alpha_1)$ и пересекает или касается ее лишь при $\sigma = \sigma_1$. Отрезки $D_1^\circ D_1$, $D_1^\circ D_1'$, $D_2^\circ D_2$, $D_2^\circ D_2''$ на фиг. 3 соответствуют устойчивым скачкам J_{12} . Структура скачка J_{21} при $\xi_j > 1$ исследуется аналогичным образом и условие устойчивости принимает вид $[G(\sigma_3, \alpha_3) - G(\sigma, \alpha_3)] / (\sigma_3 - \sigma) \geq \xi_j$, где σ_3 и α_3 — значения σ и α , отвечающие точке D_3 на фиг. 2, г.

Таким образом, в отсутствие адсорбции активного компонента условия реализации смешивающегося (фиг. 2, г-е) или поршневого (фиг. 2, а-в) режимов вытеснения однозначно определяются составами вытесняемой и вытесняющей жидкостей и условиями фазового равновесия. Основной

гидродинамический эффект состоит здесь в том, что поршневое вытеснение может иметь место при неполной взаимной растворимости вытесняемой и вытесняющей жидкостей (фиг. 2, б, в) — факт, известный уже достаточно давно [5, 6], но не имевший строгого подтверждения. Исследование внутренней структуры скачков J_{11} и J_{12} с учетом адсорбции сопряжено с серьезными математическими трудностями в силу зависимости характеристик адсорбции от условий фазового равновесия.

Скачки J_{22} могут быть двух типов: скачки σ при $\alpha = \text{const}$ (им отвечают отрезки D_{30} на фиг. 2, д, е) и сопряженные скачки σ и α . Далее будем называть их соответственно σ - и α -скачками; исследование внутренней структуры последних проводится с учетом адсорбции активного компонента ($a > 0$).

Скачки σ при $\alpha = \text{const}$ сводятся к скачкам насыщенности s , структура которых известна [7]. Условия существования структуры σ скачков находится точно так же, как для скачков J_{12} и J_{21} . Пусть σ^- и σ^+ — значения σ за и перед скачком, распространяющимся со скоростью ξ_j . Интегрируя второе уравнение (3.8) при $\partial\sigma/\partial\tau = 0$ и условиях $\sigma(\pm\infty) = \sigma^\pm$, получим соотношение (3.9), где σ_1 следует заменить на σ^+ . Из требования однозначности внутреннего решения получаем неравенство, аналогичное (3.11)

$$[G(\sigma^+, \alpha) - G(\sigma, \alpha)] / (\sigma^+ - \sigma) \leq \xi_j, \quad \alpha = \text{const} \quad (3.12)$$

которое должно выполняться для всех σ между σ^+ и σ^- . Условие (3.12) совпадает с условием устойчивости обобщенного решения уравнения Баклея — Леверетта [15].

Наконец, рассмотрим структуру α -скачков; им соответствуют отрезки $D_2 D_3$ на фиг. 2, г — е. Будем считать, что адсорбция компонента в двухфазном потоке зависит лишь от составов фаз, т. е. $a = a(\alpha)$. Пусть σ^\pm и α^\pm — значения σ и α на скачке. Тогда искомое решение стационарных уравнений (3.8) при $n=2$ должно удовлетворять условиям $\sigma(\pm\infty) = \sigma^\pm$ и $\alpha(\pm\infty) = \alpha^\pm$. Допустим для простоты, что диффузионный перенос в двухфазном потоке обусловлен лишь диффузией активного компонента. При этом в (3.8) $\Delta_s = 0$, и исследование структуры α -скачка сводится к исследованию на фазовой плоскости (σ, α) интегральных кривых системы

$$\frac{d\alpha}{d\xi} = H(\alpha^+ - \alpha)Z, \quad \frac{d\sigma}{d\xi} = -\frac{H}{R} [BY + (\alpha^+ - \alpha)Z] \quad (3.13)$$

$$Z(\alpha) = G(\sigma^+, \alpha^+) + \delta\chi - \xi_j(\sigma^+ + \delta\chi + \delta a)$$

$$Y(\sigma, \alpha) = G(\sigma^+, \alpha^+) - G(\sigma, \alpha) - \xi_j(\sigma^+ - \sigma)$$

$$\delta\chi(\alpha) = \frac{\chi(\alpha^+) - \chi(\alpha)}{\alpha^+ - \alpha}, \quad \delta a(\alpha) = \frac{a(\alpha^+) - a(\alpha)}{\alpha^+ - \alpha}$$

$$H = -\frac{1}{\Delta_\omega}, \quad R = \frac{\gamma J'_s}{\gamma_\alpha J'}, \quad B = \frac{\nu}{\varepsilon} \frac{\Delta_\omega}{(w - \psi)\Phi J \gamma'_\alpha}$$

и в точности совпадает с проведенным в [3] для сопряженного скачка насыщенности и концентрации активной примеси. В качестве условия существования решения принимается условие отсутствия особых точек в прямоугольнике фазовой плоскости, ограниченном прямыми $\sigma = \sigma^\pm$ и $\alpha = \alpha^\pm$, отличных от точек (σ^+, α^+) и (σ^-, α^-) . Одна из этих точек всегда является седлом, другая — узлом или двукратным седло-узлом с одним узловым сектором и двумя седловыми. В данном случае эти условия принимают вид неравенств

$$\min(\alpha^+, \alpha^-) \leq W(\sigma) \leq \max(\alpha^+, \alpha^-), \quad Y(\sigma, W(\sigma)) = 0, \quad HZ(\alpha) \geq 0 \quad (3.14)$$

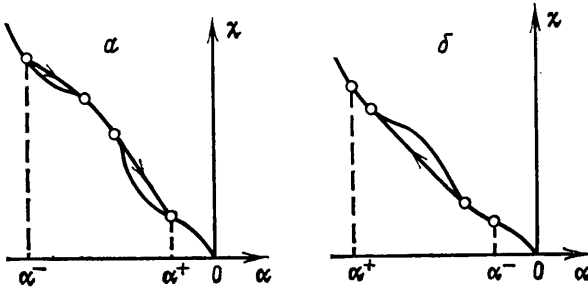
которые должны выполняться для всех точек прямоугольника, причем равенства могут достигаться только в точках (σ^\pm, α^\pm) .

Пусть $a=0$. Тогда из соотношений $\text{sgn}(\Delta_\alpha) = -\text{sgn} H = \text{sgn} \alpha$ и второго неравенства (3.14) следует, что $\text{sgn} \alpha Z(\alpha) \leq 0$. Пользуясь тем, что $Z(\alpha) = (1-\xi_j) [\delta\chi(\alpha) - \delta\chi(\alpha^-)]$ и, согласно (2.1), $\text{sgn}(1-\xi_j) = \text{sgn} [\alpha(\sigma-G)]$, окончательно получаем неравенство

$$\text{sgn}(G-\sigma) [\delta\chi(\alpha) - \delta\chi(\alpha^-)] \geq 0 \quad (3.15)$$

которое должно выполняться для всех α между α^+ и α^- .

Условие (3.15) аналогично полученному в [8, 9] для структуры α -скачка, обусловленной неравновесностью, и отличается от него наличием множителя $\text{sgn}(G-\sigma)$, учитывающего зависимость направленности процесса массообмена между фазами от относительной подвижности фаз в потоке.



Фиг. 4

Оно позволяет обосновать процедуру построения внешнего решения для функции $\chi(\alpha)$ произвольного вида [4, 9]. Для построения внешнего решения достаточно сначала построить невыпуклую или вогнутую оболочку функции $\chi(\alpha)$ на отрезке изменения α в области двухфазного течения. Тогда выпуклым или вогнутым дугам будут отвечать участки непрерывности составов фаз в потоке, а спрямляющим их отрезкам прямых — α -скачки. В частности, для процессов вытеснения нефти газами высокого давления $\alpha < 0$ и $G > \sigma$, поэтому при произвольной функции $\chi(\alpha)$ изменения составов фаз в зоне двухфазного течения будут определяться построениями, показанными на фиг. 4 (*a* — при вытеснении обогащенным газом, *b* — при вытеснении сухим газом).

Отметим, что все решения, приведенные в [16], построены без учета условия (3.15) и потому, строго говоря, решениями не являются. Однако их можно трактовать как приближенные решения исходной задачи в том смысле, что они являются точными решениями для несколько видоизмененных условий фазового равновесия. Условие (3.15) выполняется всегда, если функция $\chi(\alpha)$ линейна: $\chi(\alpha) = \chi_0 \alpha$. При этом все продолжения под треугольной диаграммы пересекаются в одной точке [4, 9]. Указанное обстоятельство подсказывает способ аппроксимации реальных треугольных диаграмм, при котором внешнее решение не будет содержать участков непрерывного изменения составов фаз в двухфазном потоке, а лишь α -скачки [11–13]. Процедура построения внешнего решения при этом значительно упрощается.

При $\chi(\alpha) = \chi_0 \alpha$ и $a(\alpha) > 0$ из второго неравенства (3.15) получаем условие $\text{sgn}(G-\sigma) [\delta a(\alpha) - \delta a(\alpha^-)] \geq 0$, которому можно дать ту же графическую интерпретацию, что и (3.15).

В случае функций $\chi(\alpha)$ и $a(\alpha)$ произвольного вида структура внешнего решения в зоне двухфазного потока (т. е. последовательность чередования участков непрерывного изменения составов фаз и скачков) зависит от вида функции распределения потоков $F(s, \alpha)$ или от $G(\sigma, \alpha)$ и не устанавливается независимо до определения σ . Конструктивный алгоритм построения внешнего решения в этом случае может быть реализован в виде метода проб и ошибок с проверкой условий (3.14).

Выше рассматривалась внутренняя структура стационарных скачков, однако все результаты без изменений переносятся на общий случай скачков, распространяющихся с переменными скоростями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ентов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). Препринт № 161. М.: ИПМ АН СССР, 1980. 63 с.

2. Брагинская Г. С., Енгов В. М. О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси. Препринт № 112. М.: ИПМ АН СССР, 1978. 60 с.
3. Алишбаева О. М., Енгов В. М., Зазовский А. Ф. О структуре сопряженных скачков насыщенности и концентрации в задачах вытеснения нефти раствором активной примеси. — ПМТФ, 1982, № 5, с. 93–102.
4. Зазовский А. Ф. О вытеснении нефти растворителями и солюбилизующими растворами ПАВ. Препринт № 195. М.: ИПМ АН СССР, 1982. 65 с.
5. Николаевский В. Н., Бондарев Э. А., Миркин М. И., Степанова Г. С., Терзи В. П. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М.: Недра, 1968. 190 с.
6. Розенберг М. Д., Кундин С. А., Курбанов А. К., Суворов Н. И., Шовкринский Г. Ю. Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах. М.: Недра, 1969. 453 с.
7. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
8. Бедриковецкий П. Г., Дорфман Я. Е. Нелинейные волны в процессах двухфазной трехкомпонентной фильтрации. — Докл. АН СССР, 1982, т. 264, № 1, с. 60–65.
9. Бедриковецкий П. Г. Двухфазная трехкомпонентная фильтрация при вытеснении нефти раствором активной примеси. — ПМТФ, 1983, № 5, с. 124–130.
10. Аносов В. Я., Озерова М. И., Фиалков Ю. Я. Основы физико-химического анализа. М.: Наука, 1976. 503 с.
11. Зазовский А. Ф. К расчету технологических показателей процесса вытеснения нефти карбонизированной водой. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 2, с. 65–72.
12. Зазовский А. Ф. Вытеснение нефти оторочками двуокиси углерода при его неограниченной смесимости с нефтью. ИПМ АН СССР. М., 1984. 27 с. Рукопись деп. в ВИНТИ, 16.01.84, № 339–84 Деп.
13. Зазовский А. Ф., Федоров К. М. О мицеллярно-полимерном заводнении нефтяных пластов. ИПМ АН СССР. М., 1982. 101 с. Рукопись деп. в ВИНТИ 30.12.82, № 6550–82 Деп.
14. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 687 с.
15. Олейник О. А. О единственности и устойчивости обобщенного решения задачи Коши для квазилинейного уравнения. — Успехи мат. наук, 1959, т. 16, вып. 2, с. 165–170.
16. Hirasaki G. J. Application of the theory of multicomponent, multiphase displacement to three-component, two-phase surfactant flooding. — Soc. Petrol. Eng. J., 1981, v. 21, № 2, p. 191–204.

Москва

Поступила в редакцию
15.X.1984