

УДК 532.51:536.24

СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛООБМЕН НА НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ СТЕНКАХ С СИЛЬНО НЕОДНОРОДНЫМИ СВОЙСТВАМИ

**БИТЮРИН В. А., БОЧАРОВ А. Н., ЖЕЛНИН В. А.,
ЛЮБИМОВ Г. А.**

Во многих высокотемпературных газодинамических устройствах используются стенки с резко неоднородными в направлении потока теплофизическими свойствами. Такого рода «комбинированные» стенки с чередующимися металлическими и керамическими элементами (фиг. 1) применяются, в частности, в каналах МГД-генераторов, где, кроме того, оказывается важной и неоднородность электрофизических свойств конструкционных материалов стенок. В практических задачах расчет теплообмена на таких стенках обычно проводится в приближении пограничного слоя. Однако применимость приближения теплового пограничного слоя для комбинированных стенок требует специального анализа, что связано, например, с необходимостью оценки влияния продольных потоков тепла по стенке и в потоке в областях с высокими продольными градиентами температуры.

С другой стороны, хотя вопрос расчета теплообмена на неизотермических стенках в принципе можно считать решенным (см., например, [1] и специально посвященную этой теме монографию [2]), в практическом отношении в каждом конкретном случае требуется сформулировать достоверные граничные условия по температуре на обтекаемой поверхности. Трудность состоит в том, что эти граничные условия по существу представляют собой условия сопряжения на разделе двух сред: потока и неоднородной толщине стенки, причем в общем случае значения участвующих в них величин определяются процессами теплообмена как в потоке, так и в толщине стенки.

Кроме интегральных характеристик теплообмена и распределений параметров по поверхности стенки практический интерес представляет распределение температуры в потоке и в толщине стенки. Например, при рассмотрении течения электропроводного рабочего тела в канале МГД-генератора существенно зависимость электрофизических свойств рабочего тела и материалов стенки от температуры, распределение которой в свою очередь может сильно зависеть от объемных источников, обусловленных джоулевой диссипацией от протекающих токов.

Таким образом, процессы переноса энергии должны в этих случаях рассматриваться совместно во всей области, на границах которой могут быть поставлены надежные граничные условия. Следует отметить в этой связи, что расчет температурных полей в толщине неоднородной стенки канала МГД-генератора, выполненный, например, в работах [3, 4] на базе использования эффективного граничного условия 3-го рода на обтекаемой поверхности с постоянным по длине коэффициентом теплообмена, может привести к значительной погрешности в локальных и интегральных характеристиках.

В данной работе формулируется подход к решению задач сопряженного теплообмена на неоднородных стенках. Особое внимание уделяется эффекту продольных перетоков тепла в неоднородной толщине стенки и в потоке омывающей стенку жидкости или газа.

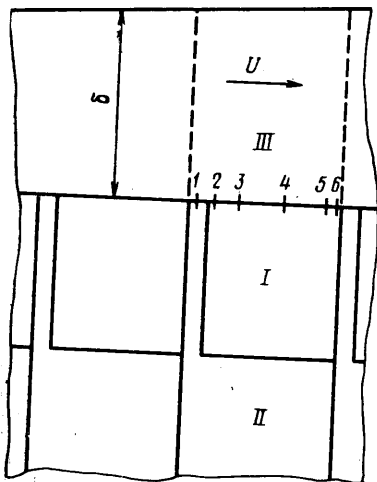
1. Рассмотрим толстую, неоднородную в продольном и поперечном направлениях плоскую стенку, рабочая поверхность которой обтекается высокотемпературным потоком газа или жидкости. Выделим область, которая охватывает всю толщину стенки от охлаждаемой поверхности до рабочей и примыкающую к ней область течения от обтекаемой поверхности до однородного ядра потока.

Предположим, что распределение скорости определяется обычными уравнениями пограничного слоя.

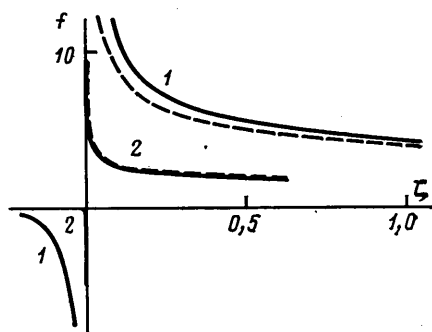
Для расчета распределения температуры во всей рассматриваемой области (поток и толщина стенки) используем уравнение энергии в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u c_p^* T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v c_p^* T) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda^* \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda^* \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y}(\tau u) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \frac{u^2}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho v \frac{v^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Уравнение (1.1) отличается от уравнения энергии в приближении пограничного слоя первым членом в правой части, наличие которого позволяет использовать уравнение (1.1) и в толще стенки, где, естественно, $u=v=0$. Эффективный коэффициент теплопроводности λ^* совпадает в толще стенки с локальным коэффициентом теплопроводности конструкционных материалов стенки, а в области течения определен в виде



Фиг. 1



Фиг. 2

$\lambda^* = \lambda + \lambda_t$, где λ и λ_t — молекулярный и турбулентный коэффициенты теплопроводности, соответственно. Эффективная теплоемкость c_p^* определена как $c_p^* = h/T$ (h — статическая энтальпия).

Предположим для простоты, что охлаждение внешней по отношению к потоку поверхности стенки обеспечивает на ней изотермические условия. Тогда граничные условия на нижней ($y=0$) и верхней ($y=y_\infty$) границах имеют простой вид: $T(x, 0) = T_c$, $T(x, y_\infty) = T_\infty(x)$.

Граничные условия на левой и правой границах области определяются конкретной физической постановкой задачи и будут обсуждаться особо.

Уравнение (1.1) решается численно совместно с уравнениями динамического пограничного слоя путем межсистемных итераций, т. е. последовательным уточнением поля динамических переменных u , v , ρ по известному полю температур, и наоборот. Для решения уравнения (1.1) используется метод решения линейных эллиптических уравнений с сильно меняющимися коэффициентами [5], модифицированный с целью аппроксимации конвективных членов в левой части уравнения (1.1). Важная для дальнейшего особенность численного метода [5] состоит в возможности представления решения в виде линейной комбинации $f = f_i p_i$, где вектор-параметр p описывает совокупность частных решений краевой задачи при заданной структуре граничных условий.

Используемый в данной работе метод был апробирован на решении модельных задач: расчет теплообмена при ламинарном (решение Блазиуса) и при турбулентном обтекании пластины. В обоих случаях получено совпадение с точными решениями приближения пограничного слоя.

2. В качестве простейших примеров теплообмена на неизотермической стенке и сопряженного теплообмена рассмотрим две модельные задачи.

Задача о температурном разрыве (при $x=x_0$) состоит в определении поля температуры и тепловых потоков при обтекании потоком несжимаемой жидкости с постоянными свойствами плоской пластины со ступенчатым распределением температуры

$$T_w(x) = T_{w1} = \text{const}, \quad x < x_0; \quad T_w(x) = T_{w2} = \text{const}, \quad x \geq x_0 \quad (2.1)$$

Рассматривается область течения в окрестности разрыва, протяженность которой от точки разрыва вверх и вниз по потоку, а также размер по направлению нормали к поверхности значительно превышают характерное значение толщины пограничного слоя в окрестности точки разрыва.

В соответствии с этим на левой ($x=x_1$) и правой ($x=x_2$) границах заданы невозмущенные профили температур

$$T^*(x_i, y) = T_{wi} + \theta(\omega_i) (T_\infty^* - T_{wi}), \quad i=1, 2 \quad (2.2)$$

$$T^* = T + u^2/2c_p^*, \quad \omega_i = u(x_i, y)/u_\infty$$

Для рассматриваемого здесь случая, когда молекулярное и турбулентное число Прандтля приняты равными единице ($Pr = Pr_t = 1$), $\theta = \omega$. В общем случае функция $\theta(\omega)$ может быть найдена из решения уравнения энергии в приближении пограничного слоя.

Необходимость постановки дополнительного по сравнению с приближением пограничного слоя граничного условия справа связана здесь с сохранением второй продольной производной температуры и, следовательно, с эллиптическим типом уравнения (1.1). Однако в силу малости соответствующего члена по сравнению с другими членами уравнения (1.1) всюду, за исключением некоторой малой окрестности разрыва температуры, нестрогий характер используемого правого граничного условия в виде (2.2) проявляется лишь вблизи правой границы на расстояниях $\ll \delta$.

Решение этой задачи можно представить в виде

$$T^*(x, y) = T_w + \theta_0(x, y) \Delta T^* + \theta_1(x, y) \Delta T_w \quad (2.3)$$

$$\Delta T^* = T_\infty^* - T_w, \quad T_w = (T_{w1} + T_{w2})/2, \quad \Delta T_w = (T_{w1} - T_{w2})/2$$

Функция $\theta_0(x, y)$ описывает поле температур в потоке над пластиной с постоянной температурой и совпадает с функцией θ из (2.2), а функция $\theta_1(x, y)$ описывает влияние разрыва. Соответствующее выражение для плотности теплового потока на стенку имеет вид

$$q_w(x) = \alpha_0(x) [\Delta T_1^* + f(x) \Delta T_w], \quad \Delta T_1^* = T_\infty^* - T_{w1} \quad (2.4)$$

Здесь f — функция влияния, которая часто используется для описания влияния разрыва температуры и в приближении пограничного слоя может быть представлена в виде [1, 2]

$$f(\xi, \xi_0) = [1 - (\xi_0/\xi)^{c_1}]^{c_2} \quad (2.5)$$

где ξ и ξ_0 — продольные координаты рассматриваемой точки и точки разрыва, отсчитываемые от начала формирования динамического пограничного слоя.

Отметим, что описанная выше процедура параметризации численного решения позволяет получить общее решение задачи для произвольных значений T_∞ , T_{w1} , T_{w2} на заданных полях скорости и коэффициентов переноса в результате один раз выполненного решения уравнения (1.1). Аналогичное замечание относится и к другим задачам.

Сравнение полученной из решения уравнения (1.1) функции влияния (сплошные линии) с функцией влияния вида (2.5) (штриховые линии) приведено на фиг. 2. По оси абсцисс отложена безразмерная координата $\xi = (x - x_0) / \delta(x_0)$. Для турбулентного течения (кривые 1) число Рейнольдса $Re_\delta = 10\,500$, и, согласно [2], $c_1 = 39/40$, $c_2 = -7/39$. Для ламинарного течения (кривые 2) $Re_\delta = 350$, $c_1 = 3/4$, $c_2 = -1/3$ [1]. Видно, что влияние продольных перетоков тепла локализовано в небольшой окрестности точки x_0 вверх и вниз по потоку.

Простейший случай сопряженного теплообмена представлен решением задачи со ступенчатым изменением теплового сопротивления Δ/λ стенки постоянной толщины Δ .

На границах в этом случае ставятся условия

$$\begin{aligned} T(0) &= T_c = \text{const}, & T(y_\infty) &= T_\infty = \text{const} \\ T^*(x_i, y) &= T_{wi} + \omega(T_\infty^* - T_{wi}), & y &\geq y_w \\ T(x_i, y) &= T_c + (T_{wi} - T_c)y/y_w, & y < y_w, & \quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

В данной задаче значения температуры на обращенной к потоку поверхности стенки T_{w1} и T_{w2} заранее неизвестны и определяются после получения численного решения в виде

$$T(x, y) = a_0(x, y) \frac{u_\infty^2}{2c_p^*} + a_1(x, y) T_\infty + a_2(x, y) T_c + a_3(x, y) T_{w1} + a_4(x, y) T_{w2} \quad (2.7)$$

из дополнительного «мягкого» условия постоянства плотности теплового потока в стенке вблизи левой и правой границ. С учетом этого решение может быть представлено в виде

$$T^*(x, y) = T_c + \theta(x, y) (T_\infty^* - T_c); \quad q_w(x) = \alpha(x) (T_\infty^* - T_c) \quad (2.8)$$

Величины $\theta(x, y)$ и $\alpha(x)$ являются функциями лишь параметров потока и свойств стенки. Полученное решение представлено сплошными линиями на фиг. 3 распределениями температуры поверхности стенки $T_w(x)$ и локального числа Стантона $St = q_w / \rho u_\infty c_p^* (T_\infty^* - T_w(x))$. Для сравнения там же штриховыми линиями приведены результаты расчета теплового пограничного слоя с граничным условием 3-го рода на обтекаемой поверхности

$$q_w(x) = \alpha_0(x) (T_w(x) - T_c), \quad \alpha_0(x) = \lambda(x) / \Delta$$

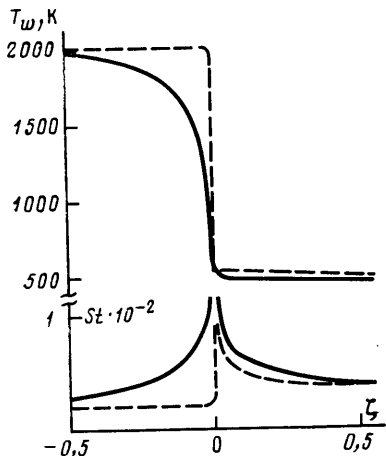
Приведенные распределения построены для значений параметров: $u_\infty = 700$ м/с, $c_p^* = 2000$ Дж/кг, $\Delta = 1,3$ см, $T_c = 320$ К, $T_\infty = 2377$ К, $\lambda_2/\lambda_1 = 100$, $Re_\delta = 10\,500$.

Видно, что область отличия этих двух решений значительно возросла по сравнению с предыдущим случаем, что связано с влиянием перетоков тепла по толще стенки.

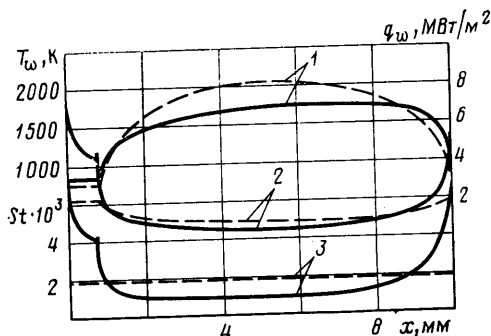
Таким образом, рассмотренные простейшие случаи теплообмена на стенке с сильной продольной неоднородностью показали следующее. Во-первых, отличие результатов решения задачи в приближении пограничного слоя от результатов решения полной тепловой задачи в случае температурного разрыва на стенке локализовано в малой окрестности разрыва, определяемой числом Рейнольдса. Учитывая, что граничное условие с разрывом температуры физически нереализуемо, а значение второй производной температуры по продольной координате хотя и велико, но ограничено, можно показать, что отличие решения в приближении пограничного слоя от решения полной тепловой задачи на неизотермических поверхностях окажется несущественным при использовании точного распределения температуры на стенке. Это, однако, требует решения сопряженной задачи.

Во-вторых, следует отметить значительный рост области возмущения вверх по потоку от точки разрыва теплового сопротивления стенки. Использование в этом случае каких-либо локальных граничных условий в рамках приближения пограничного слоя приводит к существенным погрешностям в определении локальных величин.

3. Важным с практической точки зрения примером комбинированной стенки являются стенки канала МГД-генератора (фиг. 1), для которых характерны как продольные, так и поперечные неоднородности свойств. При этом обычно продольный масштаб неоднородности свойств стенки имеет тот же порядок, что и толщина пограничного слоя. Ясно, что в данном случае могут быть существенны обсуждавшиеся выше эффекты.



Фиг. 3



Фиг. 4

Решение задачи для всей представленной на фиг. 1 области в принципе может быть получено в постановке, аналогичной задаче о единичном разрыве. Однако для области, содержащей большое количество периодических элементов (модулей), получение такого решения чрезвычайно трудоемко. С другой стороны, примем во внимание, что длина модуля l мала по сравнению с длиной L , на которой происходит заметное изменение интегральных характеристик динамического пограничного слоя. Тогда очевидно, что и локальные распределения температуры на соседних модулях не должны различаться. Эти соображения объясняют формулируемую далее постановку задачи о расчете сопряженного теплообмена на единичном модуле стенки с периодической структурой.

Выделим на периодической стенке единичный модуль (см. фиг. 1), расположенный достаточно далеко от начала формирования пограничного слоя. Предположим, что суммарный тепловой поток одинаков для рассматриваемого и двух соседних с ним модулей. Тогда в толще стенки на левой и правой границах можно поставить условия периода

$$T(x_1, y) = T(x_2, y); \quad \left. \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right|_{x=x_1} = \left. \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right|_{x=x_2}, \quad 0 \leq y \leq y_w, \quad l = x_2 - x_1 \quad (3.1)$$

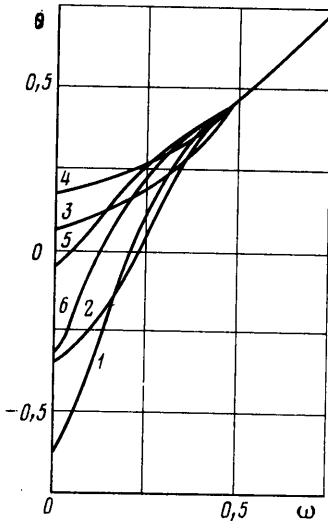
В области потока аналогичные (3.1) граничные условия поставим на линиях равной скорости, т. е. при $\omega(x_1) = \omega(x_2)$, $\omega = u(x, y)/u_\infty$

$$T(x_1, \omega) = T(x_2, \omega); \quad \left. \frac{\partial T(x, \omega)}{\partial x} \right|_{x=x_1} = \left. \frac{\partial T(x, \omega)}{\partial x} \right|_{x=x_2}; \quad y_w \leq y \leq y_\infty \quad (3.2)$$

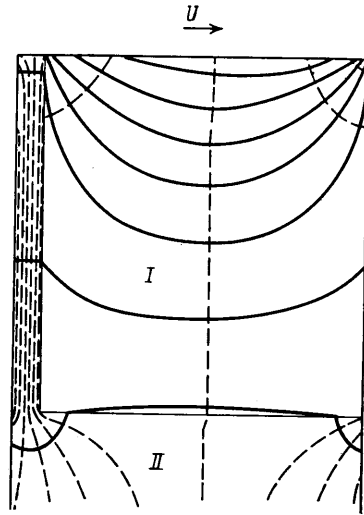
Использование в (3.2) переменной ω вместо y основано на естественном предположении локальной автомодельности динамического пограничного слоя на длинах, много меньших длины формирования пограничного

слоя. Отметим, что распределения температуры на левой и правой границах рассматриваемой области заранее неизвестны и являются одним из результатов решения задачи.

В дополнение к высказанным выше качественным соображениям в обоснование периодических граничных условий решена задача для области, включающей два модуля с периодическими граничными условиями (3.1)–(3.2), связывающими параметры на левой границе первого модуля с параметрами на правой границе второго модуля. Полученное таким об-



Фиг. 5



Фиг. 6

разом решение практически не отличается от решений для каждого модуля в отдельности с периодическими граничными условиями.

Ниже приведены некоторые результаты решения в области с одним периодическим модулем, полученные для типичных условий канала МГД-генератора с дозвуковым потоком: $\rho=0,3$ кг/м³, $u_\infty=700$ м/с, $T_\infty^*=2800$ К, $T_c=320$ К, $Pr=0,7$, $Pr_t=0,87$. Рассмотрен электродный модуль, который состоит из медной обоймы (область II на фиг. 1) с керамическим утеплением (область I) и имеет следующие размеры: длина модуля $l=1$ см, длина керамической вставки 0,9 см, толщина модуля 3 см, глубина керамической вставки 1 см. Для коэффициентов теплопроводности меди и керамики приняты значения 330 Вт/К·м и 2 Вт/К·м соответственно.

Распределения температуры $T_w(x)$ (кривые 1), плотности теплового потока $q_w(x)$ (кривые 2) и числа Стантона $St(x)$ (кривые 3) по поверхности модуля представлены на фиг. 4 сплошными линиями. Температура стенки T_w практически не изменяется вдоль медного ребра и существенно неоднородна на керамической вставке, причем точка максимального значения T_w смещена вниз по потоку. Число Стантона St и плотность теплового потока q_w сильно неоднородны не только вблизи стыков меди с керамикой, но и вдоль всей поверхности медного ребра. При этом медное ребро, занимающее 10% поверхности модуля, воспринимает 30% суммарного теплового потока в модуль, т. е. средние тепловые потоки в медное ребро приблизительно в 6 раз выше, чем в керамику.

Интегральные и локальные характеристики теплообмена в этом случае, как и выше (см. (2.3)), удобно выразить через среднюю температуру поверхности модуля

$$T_{wa} = \frac{1}{l} \int_0^l T_w(x) dx$$

Выполненные расчеты показали, в частности, что коэффициент теплообмена α_0 , определенный как отношение средней плотности теплового потока и среднего температурного напора

$$\alpha_0 = \frac{q_{wa}}{T_{\infty}^* - T_{wa}}, \quad q_{wa} = \frac{1}{l} \int_0^l q_w(x) dx \quad (3.3)$$

совпадает с коэффициентом теплообмена при обтекании изотермической стенки с температурой $T_w = T_{wa}$ при тех же значениях чисел Re и Pr.

Важную роль средней температуры T_{wa} иллюстрирует также представленная на фиг. 5 зависимость безразмерной избыточной температуры $\theta = (T^*(x, y) - T_{wa}) / (T_{\infty}^* - T_{wa})$ от безразмерной скорости ω для различных сечений (расположение сечений показано на фиг. 1). Видно, что влияние неоднородности стенки проявляется только при $\omega \leq 0,5$, т. е. на расстоянии от стенки порядка одной сотой толщины турбулентного пограничного слоя. Вне этого тонкого слоя течение эквивалентно обтеканию изотермической поверхности с $T_w = T_{wa}$.

Распределения температуры (сплошные линии) и тепловых потоков (штриховые линии) в толще стенки представлены на фиг. 6. Изотермы нанесены с шагом 200 К, а линии теплового потока — с шагом 0,0017 МВт/м.

Установленная связь профиля температуры в потоке со средней температурой стенки T_{wa} является следствием периодических граничных условий (3.2). С другой стороны из полученных результатов следует, что периодические граничные условия применимы на таком расстоянии от начала комбинированной стенки, которое обеспечивает формирование профиля температуры в потоке, соответствующего значению T_{wa} . Теплообмен на этом участке зависит не только от средней температуры стенки, но и от предыстории течения.

Таким образом, средний тепловой поток на комбинированной стенке можно рассчитать без решения сопряженной задачи, если известна или задана средняя температура стенки. Для надежного расчета локальных величин необходимо решать сопряженную задачу. Упрощения, связанные с решением задачи только для толщи стенки, могут привести к значительным погрешностям. Это иллюстрируют представленные на фиг. 4 штриховыми линиями результаты решения задачи для толщи стенки с граничным условием 3-го рода

$$q_w(x) = \alpha(T_{\infty}^* - T_w(x)) \quad (3.4)$$

с постоянным значением коэффициента теплообмена α (см., например, [3, 4]). В данном случае принято значение α , равное значению α_0 из (3.3).

При анализе стенок с периодической неоднородностью с продольным масштабом порядка толщины пограничного слоя сопряженный характер теплообмена существен на всей поверхности, что значительно усложняет использование приближенных подходов для расчета локальных величин. Предложенный в данной работе подход позволяет единообразно описать сопряженный теплообмен для достаточно широкого класса условий как в потоке, так и в толще стенки. Накопленный авторами опыт расчета теплообмена и электродинамических характеристик в пристеночных об-

ластях канала МГД-генератора при учете влияния объемных источников тепла джоулевой диссипации от протекающих токов показал эффективность данного подхода и в решении более сложных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кэйс В. М. Конвективный тепло- и массообмен. М.: Энергия, 1972. 446 с.
2. Дорфман А. Ш. Теплообмен при обтекании неизотермических тел. М.: Машиностроение, 1982. 191 с.
3. Слесаренко А. П., Ганчин В. В. Расчет температурного поля в электродном модуле стенки канала МГД-генератора при полностью сохранившемся утеплителе.— Теплофизика высоких температур, 1982, т. 20, № 6, с. 1208—1210.
4. Кириллов В. В., Давыдова И. М., Пановко М. Я., Цыпулев Ю. В. Температурные поля в стенках МГД-канала.— В сб.: Конвективный теплообмен. Методы и результаты исследований. М.: Ин-т высоких температур АН СССР, 1982, с. 93—107.
5. Бигюрин В. А., Желнин В. А., Любимов Г. А., Медин С. А., Сатановский В. Р., Туровец В. Л. Численное моделирование неоднородных течений в канале МГД-генератора и его применение при обработке экспериментальных данных.— В кн.: 8-я Междунар. конф. по МГД-преобразованию энергии. Москва, 1983. М., 1983, т. 1, с. С.3.1—С.3.9.

Москва

Поступила в редакцию
4.IV.1985