

УДК 532.546

**О ФОРМЕ ЦЕЛИКА ОСТАТОЧНОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ НЕФТИ
ПРИ РАЗРАБОТКЕ КРУГОВОЙ ЗАЛЕЖИ**

ЕНТОВ В. М., ПАНКОВ В. Н., ПАНЬКО С. В.

Задача отыскания предельно равновесных целиков остаточной вязкопластичной нефти в слоисто-неоднородном пласте в осредненной постановке сводится к решению эквивалентной плоской задачи нелинейной фильтрации однородной несжимаемой жидкости [1]. В частности, для предельного случая однородного пласта эта схема приводит к эффективному закону фильтрации вида

$$\frac{k}{\mu} \nabla p = - \frac{\Phi(w)}{w} w; \quad 0 \leq \Phi(w) \leq \lambda, \quad w=0; \quad \Phi(w) = \lambda, \quad 0 < w \leq \lambda;$$

$$\Phi(w) = w, \quad \lambda \leq w < \infty \quad (0.1)$$

Область D_3 нулевой скорости ($w=0$) соответствует той части пласта, где целик занимает всю мощность; область постоянного градиента давления D_2 отвечает частичному промыванию пласта водой; наконец, область D_1 линейного закона сопротивления, $\Phi(w)=w$, отвечает промытому на всю мощность пласту, в сечении которого движется только вода.

В то же время для расчета целиков остаточной нефти широко используется схема [2, 3], исходящая из априорного предположения, что предельная конфигурация целиков одинакова во всех горизонтальных сечениях пласта. Формально она соответствует разрывному закону фильтрации, введенному впервые в иной связи в работе [4]

$$0 \leq \Phi(w) \leq \lambda, \quad w=0; \quad \Phi(w) = w, \quad \lambda \leq w < \infty \quad (0.2)$$

Соответствующие задачи сравнительно просто решаются методами теории струй, однако физические осмысленные решения существуют не для всех конфигураций потока. Как показано в [1], для ряда простых схем течения решения, отвечающие моделям (0.1) и (0.2), совпадают (область частично промытого пласта стягивается в линию). Тем больший интерес представляют те случаи, когда указанные схемы приводят к разным результатам. К их числу относится и рассматриваемая в данной работе задача о притоке к эксцентрично расположенной скважине в круговом пласте, ограниченном круговым контуром питания. В рамках постановки (0.2) эта задача сводится к нелинейному интегродифференциальному уравнению типа уравнения Вилла [5, 3], на основе его численного решения определена конфигурация целиков для различных значений эксцентриситета скважины и интенсивности потока. Не все эти решения приемлемы, так как построенные границы целиков имеют в некоторых случаях участки выпуклости внутрь области течения, что противоречит исходной физической постановке задачи.

В рамках модели (0.1) задача оказывается достаточно сложной; в [1] было получено ее решение лишь для ограниченного диапазона параметров. Ниже приводится анализ этой задачи во всей области параметров. Установлено разделение области параметров на подобласти, отвечающие качественно различным режимам; найдены границы этих областей (карта режимов), построены решения всех характерных типов.

1. Формулировка задачи. Классификация режимов. В рамках упомянутой осредненной постановки рассматриваемая задача сводится к решению уравнений плоской задачи нелинейной фильтрации

$$\operatorname{div} w=0, \quad \nabla H = -\Phi(w) w/w, \quad H = kp/\mu \quad (1.1)$$

для круга радиуса R с центром в начале координат x, y с исключенной точкой $(-r_0, 0)$, $r_0 < R$. При этом предполагается, что на круговом контуре

задано постоянное давление, которое можно считать равным нулю, а в точке $(-r_0, 0)$ поле скоростей имеет особенность, отвечающую точечному источнику (скважине) интенсивности Q

$$p=0 \quad (H=0), \quad |z|=R; \quad w=(2\pi\rho^2)^{-1}Q\rho$$

Здесь z — радиус-вектор с началом в точке 0 , ρ — радиус-вектор с началом в точке $(-r_0, 0)$. Для однородного пласта эффективный закон фильтрации $\Phi(w)$ в системе (1.1) определяется соотношениями (0.1).

Выполнив преобразование годографа, т. е. взяв за независимые переменные модуль скорости фильтрации w и угол θ , составленный вектором скорости с осью x , получим вместо (1.1) линейную систему [1]

$$\frac{\partial\psi}{\partial w} = -\frac{1}{w} \frac{\partial H}{\partial\theta}, \quad \frac{\partial H}{\partial w} = \frac{1}{w} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \quad w > \lambda \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial w} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial w} = \frac{\lambda}{w^2} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \quad 0 < w < \lambda \quad (1.3)$$

Здесь ψ — функция тока. Отображение годографа переводит верхнюю половину области течения (рассмотрением которой достаточно ограничиться в силу симметрии) в полуполосу Π с криволинейной нижней границей $0 \leq \theta \leq \pi$, $w_*(\theta) \leq w < \infty$, где $w_*(\theta)$ — неизвестная заранее зависимость модуля скорости w от угла θ на криволинейном контуре питания. Картина течения и способ ее построения оказываются качественно различными в зависимости от расположения кривой $w=w_*(\theta)$ относительно характерных линий $w=0$ и $w=\lambda$ в плоскости годографа скорости. Всего выделяются пять случаев, схематически показанных на фиг. 1. Тривиален случай весьма интенсивного течения (а), когда вдоль всей границы $w_*(\theta) > \lambda$, пласт всюду промыт полностью, а осредненное движение описывается линейным законом фильтрации. Условие существования этого режима имеет вид [1]

$$\frac{Q}{2\pi R} \frac{R-r_0}{R+r_0} \geq \lambda; \quad q \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \geq 1, \quad q = \frac{Q}{2\pi\lambda R}, \quad \varepsilon = \frac{r_0}{R}$$

Соответствующая область параметров на карте режимов (фиг. 2) обозначена буквой *a*. Здесь безразмерная интенсивность потока q и эксцентриситет расположения скважины ε — естественные определяющие параметры задачи. Во всей остальной области изменения параметров

$$q \leq \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}, \quad 0 < \varepsilon \leq 1 \quad (1.4)$$

обязательно существует целик остаточной нефти, и для четырех качественно различных случаев фиг. 1, б–д решение строится по-разному.

2. Построение целиков. Течения промежуточной интенсивности. Во всех случаях имеется область D_2 частично промытого пласта, в которой $0 < w < \lambda$, $|\nabla H| = \lambda = \text{const}$. При этом из (1.2) и (1.3) имеем общее решение [1], отвечающее прямолинейным линиям тока

$$\begin{aligned} \psi &= \psi(\theta), \quad H = \varphi(\theta) - \lambda\psi'(\theta)/w \\ z(w, \theta) &= z_0(\theta) + w^{-1}e^{i\theta}\psi'(\theta) - e^{i\theta}\psi'(\theta)/w_*(\theta) \end{aligned} \quad (2.1)$$

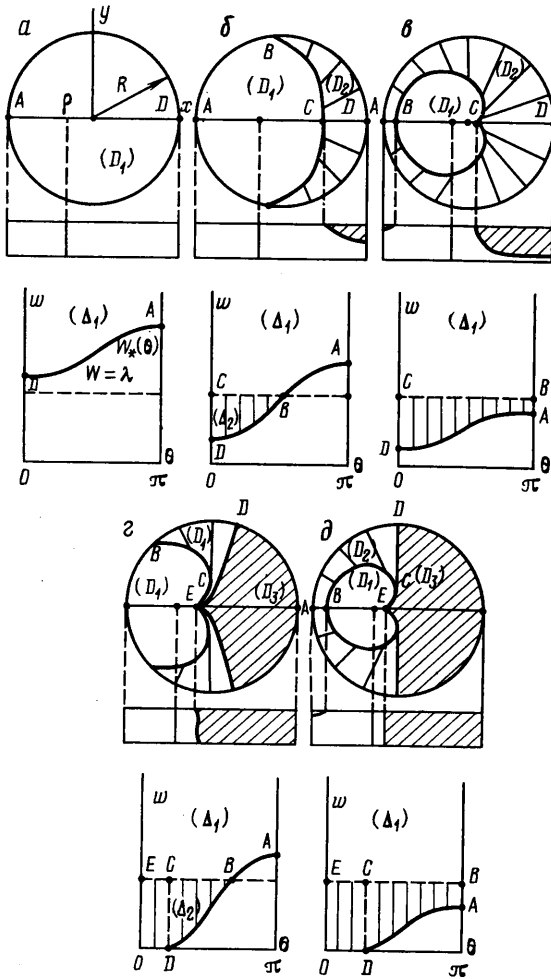
Функции $\psi(\theta)$, $\varphi(\theta)$ и $z_0(\theta)$ в выражениях (2.1) определяются из граничных условий и условий сопряжения с решением в других областях.

Из условий на контуре питания $H = \text{const} = H_0$ можно получить

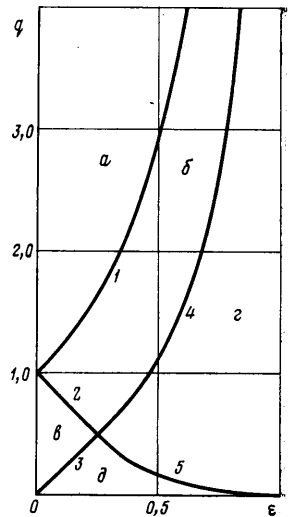
$$\varphi(\theta) = H_0 + \lambda\rho(\theta), \quad \varphi(\theta) = H_0 + \lambda\psi'(\theta)/w_*(\theta) \quad (2.2)$$

где $\rho(\theta)$ — зависимость радиуса кривизны контура от угла θ . В частности, для кругового контура питания $z = Re^{i\theta}$, полагая на нем $H_0 = 0$, имеем

$$\rho(\theta) = R, \quad \varphi(\theta) = \lambda R, \quad w_*(\theta) = R^{-1}\psi'(\theta), \quad z_0(\theta) = Re^{i\theta} \quad (2.3)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Рассмотрим теперь два случая течений промежуточной интенсивности, когда имеются не полностью промытые участки пласта, но ни в одном сечении пласта целик не занимает всю мощность. Этим случаям отвечают фиг. 1, б и в.

Введем вспомогательную функцию

$$\xi = \xi + i\eta = wze^{-i\theta} = w(x \cos \theta + y \sin \theta) + iw(-x \sin \theta + y \cos \theta) \quad (2.4)$$

очевидно, аналитическую в области D_1 , отвечающей полностью промытому пласту.

На оси симметрии $y=0$ имеем $\theta=0$, $\theta=\pi$ и $\eta = \text{Im } \xi = 0$. В области целика D_2 в силу решения (2.1) – (2.3) имеем

$$z = e^{i\theta} \left[R + \frac{\psi'(\theta)}{w} - \frac{\psi'(\theta)}{w_*(\theta)} \right]$$

$$H = \lambda \psi'(\theta) \left[\frac{1}{w_*(\theta)} - \frac{1}{w} \right], \quad \psi = \psi(\theta)$$

Поэтому на границе целика D_2 с областью полностью промытого пласта $\text{Im } \xi = \text{Im}(wze^{-i\theta}) = 0$. Очевидно, то же имеет место и на части контура питания, непосредственно примыкающей к области D_1 . Таким образом, область D_1 отображается на верхнюю полуплоскость ξ .

Аналитические в области D_1 (а следовательно, и в верхней полуплоскости ζ) функции

$$W = -H + i\psi, \quad \chi = \ln w - i\theta = dW/dz = \ln \zeta - \ln z$$

на действительной оси ζ принимают значения

$$\operatorname{Im} W = 0, \quad \operatorname{Im} \chi = 0, \quad -\infty < \xi < a \quad (2.5)$$

$$\operatorname{Im} W = \frac{Q}{2}, \quad \operatorname{Im} \chi = -\pi, \quad b < \xi < \infty$$

$$\operatorname{Re} W = 0, \quad \operatorname{Re} \chi = \ln \frac{\xi}{R}, \quad c < \xi < b$$

$$\operatorname{Re} W = \xi - \lambda R, \quad \operatorname{Re} \chi = \ln \lambda, \quad a < \xi < c, \quad c = \lambda R$$

Здесь a и b — неопределенные постоянные. Граничные условия (2.5) отвечают случаю, показанному на фиг. 1, б. С уменьшением интенсивности течения постоянная b уменьшается и при $b \leq c$ граничные условия совпадают с (2.5), если исключить участок $c < \xi < b$. Это отвечает течению с кольцевым целиком (фиг. 1, в).

Если функции $W(\zeta)$ и $\chi(\zeta)$ найдены, то возвращение к физическим переменным дается следующей из (2.4) формулой

$$z = \zeta e^{-i\theta} / w = \zeta \exp(-\chi(\zeta))$$

Решение задачи (2.5) дается формулой Келдыша — Седова [6] с учетом того обстоятельства, что искомые функции ограничены при $\zeta = a, b$ и с, а при $\zeta \rightarrow \infty$ растут логарифмически

$$W(\zeta) = \frac{F(\zeta)}{\pi i} \left[\int_a^c \frac{(\xi - \lambda R) d\xi}{F(\xi)(\xi - \zeta)} - \frac{Q}{\pi} \int_b^\infty \frac{d\xi}{F_1(\xi)(\xi - \zeta)} \right] \quad (2.6)$$

$$\chi(\zeta) = \frac{F(\zeta)}{\pi i} \left[\int_a^c \frac{\ln \lambda d\xi}{F(\xi)(\xi - \zeta)} + \int_c^b \frac{\ln(\xi/R) d\xi}{F(\xi)(\xi - \zeta)} \right]$$

$$F(\xi) = \sqrt{(\xi - a)(b - \xi)}, \quad F_1(\xi) = \sqrt{(\xi - a)(\xi - b)}$$

Для определения постоянных a и b имеем условия

$$z \rightarrow \rho e^{i\pi}, \quad \zeta \rightarrow \infty; \quad \frac{dW}{d\zeta} \rightarrow 1, \quad \zeta \rightarrow 0$$

Последнее условие выражает в силу (2.4) требование конечности скорости при $z = \zeta = 0$.

Из (2.6) получим

$$\begin{aligned} \chi(\zeta) = & -\ln(-\zeta) - \frac{1}{\pi} \left[\int_a^c \frac{\ln \lambda d\xi}{F(\xi)} + \int_c^b \frac{\ln(\xi/R) d\xi}{F(\xi)} \right] + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_b^\infty \left[\frac{1}{F_1(\xi)} - \frac{1}{\xi} \right] d\xi + \ln b + O(1), \quad \zeta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\frac{dW}{d\zeta} \Big|_{\zeta=0} = \frac{\sqrt{ab}}{\pi} \left[\int_a^c \frac{(\xi - \lambda R) d\xi}{F(\xi)\xi^2} - \frac{Q}{2} \int_b^\infty \frac{d\xi}{F_1(\xi)\xi^2} \right] -$$

$$-\frac{1}{2\pi} \frac{a+b}{\sqrt{ab}} \left[\int_a^c \frac{(\xi-\lambda R) d\xi}{F(\xi)\xi} - \frac{1}{2} Q \int_b^\infty \frac{d\xi}{F_1(\xi)\xi} \right]$$

Интегралы, входящие в выражения (2.6), (2.7), можно вычислить или упростить, используя подстановки

$$\xi = \frac{1}{2}(a+b)(1+\mu \cos \varphi), \quad a < \xi < b$$

$$\xi = \frac{1}{2}(a+b)(1+\mu \operatorname{ch} t), \quad b < \xi < \infty$$

$$\mu = \frac{b-a}{b+a}; \quad c = \lambda R = \frac{1}{2}(a+b)(1+\mu \cos \varphi_0)$$

В результате получим уравнения

$$q = \frac{Q}{2\pi\lambda R} = \frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{ab}}{\lambda R} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2} \right) + \frac{a+b}{2\pi\lambda R} (\pi - \varphi_0) + \frac{1}{\pi} \frac{(b-a) \sin \varphi_0}{(b+a) + (b-a) \cos \varphi_0} \quad (2.8)$$

$$\varepsilon = \frac{r_0}{R} = \frac{\mu}{1+\sqrt{1-\mu^2}} (1+\mu \cos \varphi_0)^\nu \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_{\varphi_0}^{\pi} \ln(1+\mu \cos \varphi) d\varphi \right], \quad \nu = \frac{\varphi_0 - \pi}{\pi}$$

В частности, из этих уравнений имеем при $\varphi_0 = \pi$ ($a = \lambda R$)

$$q = \sqrt{\frac{1+\mu}{1-\mu}}; \quad \varepsilon = \frac{\mu}{1+\sqrt{1-\mu^2}}$$

что, естественно, совпадает с приведенным выше условием исчезновения целика (1.4).

При $\varphi_0 = 0$ ($b = \lambda R$) получаем условия перехода от серповидного к кольцевому целику, показанному на фиг. 1, в

$$q = \frac{1}{1+\mu}, \quad \varepsilon = \frac{\mu}{2(1+\mu)}; \quad q = 1 - 2\varepsilon \quad (2.9)$$

Соответствующая граница показана линией 2 на фиг. 2.

Из (2.9) следует, что указанный переход к режиму кольцевого целика, не полностью заполняющего всю мощность пласта, может произойти только при $\varepsilon < 0,25$; в противном случае до замыкания кольца в наиболее удаленной от скважины точке пласта целик заполнит всю мощность пласта. Условие перехода к этому режиму получается из (2.8), если учесть, что в момент перехода должно выполняться условие $a=0$ и, следовательно, $\mu=1$. Граница режимов (линия 4 на фиг. 2) определяется уравнением

$$q = \frac{\pi - \varphi_0 + \sin \varphi_0}{\pi(1 + \cos \varphi_0)}; \quad 0 \leq \varphi_0 < \pi \quad (2.10)$$

$$\varepsilon = (1 + \cos \varphi_0)^\nu \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_{\varphi_0}^{\pi} \ln(1 + \cos \varphi) d\varphi \right].$$

Если $\varepsilon < 0,25$, то вначале образуется кольцевой целик (см. фиг. 1, в), для которого $\lambda R > b$, и лишь затем при уменьшении q возникает участок целика, полностью перекрывающий пласт. Решение для этого случая при-

ведено в [1]; оно выражается в элементарных функциях. Условия его существования получаются из (2.8) и (2.10), если формально положить $\varphi_0=0$ и $R=R^*$, где R^* — наибольшее расстояние от центра пласта до границы целика (это отвечает началу образования кольцевого целика в пласте радиуса R^*). При этом из (2.9) имеем $q^*=1-2\epsilon^*$, $q^*=qR/R^*$, $\epsilon^*=\epsilon R/R^*$. Отсюда $q=R^*/R-2\epsilon$.

Второе предельное условие получится из (2.10), если положить в нем $\varphi_0=0$ и заменить q и ϵ на q^* и ϵ^* : $q^*=1/2$; $\epsilon^*=0,25$ или $q=1/2(R^*/R)$, $\epsilon=1/4(R^*/R)$, $q=2\epsilon$ (линия 3 на фиг. 2).

Таким образом, режим кольцевого несплошного целика осуществляется в области параметров $2\epsilon < q < 1-2\epsilon$ (область в на фиг. 2).

3. Построение целиков. Течения малой интенсивности. Под течениями малой интенсивности имеются в виду течения, для которых часть пласта полностью перекрыта целиком остаточной нефти (фиг. 1, з, д). Согласно сказанному выше, это имеет место при

$$q < 2\epsilon, \quad 0 < \epsilon < 1/4; \quad q < q_d(\epsilon), \quad 1/4 \leq \epsilon < 1$$

где зависимость $q_d(\epsilon)$ параметрически определена уравнениями (2.10). Для течений малой интенсивности нижняя граница соответствующей области годографа ($w=w_*(\theta)$) частично совпадает с линией $w=0$.

При этом возможны два качественно различных случая: а) граница $w=w_*(\theta)$ на некотором участке выходит в область $w > \lambda$, т. е. на части контура питания пласт промыт полностью (фиг. 1, з); б) граница $w=w_*(\theta)$ полностью лежит в области $0 < w < \lambda$ и на всем протяжении контура питания пласт частично перекрыт целиком (фиг. 1, д). В обоих случаях аналитическое решение задачи получить не удастся и приходится прибегать к численным методам. Однако для кольцевого целика (фиг. 1, д) удастся существенно упростить задачу, перейдя к интегрированию линейного уравнения в области $w > \lambda$, $0 \leq \theta \leq \pi$ плоскости годографа скорости. Действительно, используя явное выражение (2.1) для решения в области постоянного градиента напора $w < \lambda$, можно снести граничные условия с линии $w=w_*(\theta)$ на линию $w=\lambda$. При этом они примут вид (сравни с [1])

$$\psi(\theta, \lambda) = 0, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_0, \quad \lambda \partial \psi / \partial w = \partial^2 \psi / \partial \theta^2, \quad \theta_0 < \theta < \pi$$

Прочие условия для определения $\psi(w, \theta)$ в области $0 < \theta < \pi$, $\lambda < w < \infty$ стандартные. Таким образом, полагая $\xi = \ln(w/\lambda)$, $\Psi = \psi/Q$, получаем для отыскания $\psi(\xi, \theta)$ следующую краевую задачу для уравнения Лапласа:

$$\begin{aligned} \Delta \psi &= 0, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \xi < \infty \\ \psi(0, \xi) &= 0, \quad \psi(\pi, \xi) = 1/2 Q, \quad 0 < \xi < \infty \\ \psi(\theta, 0) &= 0, \quad 0 < \theta < \theta_0, \quad \psi_\xi = \psi_{\theta\theta}, \quad \theta_0 < \theta < \pi \end{aligned} \quad (3.1)$$

Задача (3.1) решалась численно на прямоугольной сетке разностно-итерационным методом последовательной верхней релаксации по линиям, после чего осуществлялся обратный переход на физическую плоскость. В частности, для построения границы целика $Z=Z(\theta)$ интегрировалось уравнение

$$Z'(\theta) = \exp(-\xi + i\theta) \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} + i \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)$$

Заметим, что задача (3.1) не зависит от детального вида граничной функции $w=w_*(\theta)$, а вполне характеризуется одним лишь значением θ_0 . Нетрудно понять, что это означает определенную, заранее не очевидную, автомодельность решения. Оказывается, что если взять начало координат в месте расположения скважины и ввести безразмерные координаты соотношениями

$$X = \frac{(x+r_0)\lambda}{Q}, \quad Y = \frac{\lambda y}{Q}$$

то в координатах X, Y каждому значению θ_0 будет отвечать единственное положение границы между целиком и областью D_1 полностью промытого пласта — прообразом линии $w=\lambda$. При этом течение в области D_1 также будет определено однозначно. Заметим, что параметры R и r_0 остаются при этом неопределенными. Чтобы восстановить их, продолжим построенное решение во внешнюю по отношению к D_1 область D_2 в соответствии с соотношениями (2.1), выберем значение $R-r_0$ и, взяв точку с координатами $x=\lambda(-R+r_0)/Q, Y=0$, построим из нее ортогональную траекторию к линиям тока. Из свойств построенного решения следует, что эта траектория будет дугой окружности с центром на оси X . Положение X_0 этого центра позволяет восстановить $r_0=QX_0/\lambda$. Такое построение возможно до тех пор, пока окружность целиком лежит вне области D_1 , что определяет границы существования режима рассматриваемого типа. Одна из них, очевидно, совпадает с ранее найденной границей 4, а другая, найденная в результате численного решения задачи (3.1) при различных значениях θ_0 , показана на фиг. 2 линией 5.

Наиболее сложен для расчета случай, представленный на фиг. 1, ∂ , когда на контуре питания имеются участки всех трех типов — полностью промытые (AB), частично промытые (BD) и занятые целиком по всей мощности (DE). В этом случае граничная кривая $w=w_*(\theta)$ в плоскости годографа частично располагается в области $w>\lambda$ и преобразование годографа не приводит к упрощению задачи. Для решения задачи в подобных случаях разработан прямой численный метод расчета в физической плоскости без выделения границ областей. Задача сводится к решению первой краевой задачи для уравнения

$$\operatorname{div}(h(|\nabla H|)\nabla H)=0$$

в круговой области при наличии известной логарифмической особенности в точке $(-r_0, 0)$. Сложность заключается в виде зависимости $h(|\nabla H|)$, имеющей в данном случае участок многозначности

$$\begin{aligned} h=0, \quad |\nabla H|<\lambda; \quad h=1, \quad |\nabla H|>\lambda \\ 0<h<1, \quad |\nabla H|=\lambda \end{aligned} \quad (3.2)$$

При численном решении использовалась регуляризация, основанная на замене зависимости (3.2) близкой гладкой однозначной функцией (типа гиперболического тангенса). Задача решалась в естественных ортогональных криволинейных координатах, задаваемых сеткой течения (эквипотенциали и линии тока) для задачи линейной фильтрации при том же расположении скважины. Использовался алгоритм, основанный на сочетании методов верхней и нижней релаксации, что обеспечивает устойчивость и достаточно быструю сходимость. Оказалось возможным выбрать параметры сглаживания таким образом, чтобы они практически не сказывались на результатах. Таким методом были рассчитаны также течения с серповидными целиком (фиг. 1, б). Характерные результаты расчетов границ целиком в плане и в разрезе по оси симметрии показаны на фиг. 1 с соблюдением масштаба для всех качественно различных типов течения. Показанные результаты отвечают следующим значениям параметров: б) $q=1, \varepsilon=0,25$; в) $q=0,5, \varepsilon=0,4$; г) $q=0,5, \varepsilon=0,2$; д) $q=0,318, \varepsilon=0,271$.

В заключение сделаем одно замечание. Математическая задача с неизвестной границей, к которой сводится отыскание целиком, не полностью заполняющих пласт, в случаях б) и в) допускает простую механическую аналогию. Рассмотрим круговой конус

$$z=\lambda R(1-R^{-1}\sqrt{x^2+y^2}), \quad x^2+y^2\leq R^2$$

образующие которого — линии постоянного ската с градиентом $\lambda\ll 1$. Обтянем его сверху однородно натянутой пленкой с натяжением T на единицу длины, закрепив ее по окружности основания. Приложим в точке пленки с координатами $x=-r_0$,

$y=0$ сосредоточенную силу P , направленную вертикально вверх. Пленка по части поверхности отойдет от конуса. Легко убедиться, что при силе, достаточно большой, чтобы область отхода пленки захватила вершину конуса, имеет место подобие между распределением напора в задаче о целиках и распределением координаты пленки $z=z(x, y)$ в задаче о пленке; условие $\lambda \ll 1$, как обычно, необходимо для того, чтобы можно было пренебречь изменением натяжения в пленке при деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ентов В. М., Панков В. Н., Панько С. В. К расчету целиков остаточной вязкопластической нефти.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 5, с. 847–850.
2. Бернадинер М. Г., Ентов В. М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.
3. Котляр Л. М., Скворцов Э. В. Плоские стационарные задачи фильтрации жидкости с начальным градиентом. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1978. 142 с.
4. Алишаев М. Г., Вахитов Г. Г., Гелтман М. М., Глузов И. Ф. О некоторых особенностях фильтрации пластовой девонской нефти при пониженных температурах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 3, с. 166–169.
5. Котляр Л. М., Скворцов Э. В. О фильтрации вязкопластичной жидкости к стоку в криволинейном пласте.— Докл. АН СССР, 1973, т. 209, № 5, с. 1049–1052.
6. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 678 с.

Москва, Томск

Поступила в редакцию
20.VI.1984