

УДК 533.6.011.72

О ЧИСЛЕННОМ ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИКИ ПАРОВОЙ ОБОЛОЧКИ ОКОЛО НАГРЕТОЙ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ, ПОМЕЩЕННОЙ В ЖИДКОСТЬ

ЗОНЕНКО С. И.

Рассматривается радиальное движение паровой оболочки, окружающей изолированную сферическую частицу в безграничной массе жидкости. Предполагается, что жидкость вязкая, несжимаемая, в твердой частице температура распределена равномерно, для паровой фазы применяется модель калорически совершенного газа. Используются такие же допущения, как в постановке Рэлея для задачи о динамике одиночного пузырька: сферическая симметрия процесса и однородность давления $p_2(t)$ в паровой фазе. Правомерность использования этих допущений в задачах динамики газовых, паровых и парогазовых пузырьков в жидкости обсуждается в [1–5]. В настоящей работе не рассматривается схлопывание парового слоя и вскипание жидкости на поверхности нагретой частицы.

1. Основные уравнения. Начало сферической системы координат находится в центре неподвижной твердой частицы. Уравнения неразрывности, состояния и уравнения притока тепла с учетом уравнений состояния для пара и жидкости в сферических эйлеровых координатах r, t для окруженного жидкостью парового пузырька с твердым ядром, нагретым до температуры $T_0(t)$, имеют вид

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 \rho_2 v_2)}{\partial r} = 0, \quad p_2(t) = B \rho_2(r, t) T_2(r, t) \quad (1.1)$$

$$c_2 \rho_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_2 r^2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{dp_2}{dt}, \quad r_0 < r < R(t)$$

$$r^2 v_1 = R^2 w_1, \quad \rho_1 = \text{const} \quad (1.2)$$

$$c_1 \rho_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1 r^2 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right), \quad R(t) < r < \infty$$

$$\frac{dT_0}{dt} = - \frac{3\lambda_2}{c_0 \rho_0 r_0} \left(\frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_{r_0} \quad (1.3)$$

где v, ρ, T, p — соответственно скорость, плотность, температура, давление, λ — коэффициент теплопроводности, c — удельная теплоемкость (для пара — при постоянном давлении), B — газовая постоянная, r_0 — радиус твердой частички, $R(t)$ — радиус парового пузырька; индексы 1 и 2 относятся соответственно к параметрам жидкости и пара; w_1 — массовая скорость жидкости на поверхности парового слоя, c_0 и ρ_0 — теплоемкость и плотность твердого ядра.

На границе паровой оболочки с жидкостью происходят фазовые превращения — конденсация и испарение. В работе [2] дается сравнение использования квазиравновесной и неравновесной схем фазового перехода, из которого следует, что неравновесность (запаздывание кинетики) проявляется только при больших скоростях стенок парового пузырька.

Наличие твердого ядра в паровом пузырьке приводит к уменьшению скорости движения границы паровой оболочки. В силу этого принимается квазиравновесная схема фазового перехода

$$r=R(t), \quad T_2=T_1=T_s(p_2), \quad jl=\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \quad (1.4)$$

$$\frac{dR}{dt} = w_1 + \frac{j}{\rho_1} = w_2 + \frac{j}{\rho_2}$$

где j — скорость фазового перехода, отнесенная к единице поверхности ($j > 0$ соответствует испарению), l — теплота парообразования.

Уравнение Рэлея — Ламба для пульсации пузырька в безграничной массе вязкой несжимаемой жидкости при наличии фазовых превращений [4] и уравнение изменения массы паровой прослойки имеют вид

$$R \frac{dw_1}{dt} + \frac{3}{2} w_1^2 + \frac{2jw_1}{\rho_1} = \frac{p_2 - p_1 - 2\sigma/R}{\rho_1} - 4 \frac{\nu}{R} w_1 \quad (1.5)$$

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi R^2 j, \quad m = 4\pi \int_{r_0}^R r^2 \rho_2 dr \quad (1.6)$$

где p_1 — давление жидкости вдали от частицы с паровой оболочкой, σ — коэффициент поверхностного натяжения, ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости, m — масса паровой оболочки. Вместо уравнений (1.1) используются уравнения для определения давления пара и профиля скорости в паровом слое, которые есть следствие (1.1), и уравнение притока тепла для пара в следующем виде:

$$\frac{dp_2}{dt} = - \frac{3\gamma w_2 p_2 R^2}{R^3 - r_0^3} + \frac{3(\gamma-1)\lambda_2 R^2}{R^3 - r_0^3} \left[\left(\frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_R - \frac{r_0^2}{R^2} \left(\frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_{r_0} \right] \quad (1.7)$$

$$v_2(r, t) = - \frac{r}{3\gamma} \frac{\dot{p}_2}{p_2} \left(1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right) + \frac{(\gamma-1)\lambda_2}{\gamma p_2} \left[\left(\frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_r - \frac{r_0^2}{r^2} \left(\frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_{r_0} \right] \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = -v_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{(\gamma-1)T_2 \dot{p}_2}{\gamma p_2} + \frac{(\gamma-1)\lambda_2 T_2}{\gamma p_2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right)$$

$$\gamma = \frac{c_2}{c_2 - B}, \quad \dot{p}_2 = \frac{dp_2}{dt}$$

Начальные условия находятся из решения задачи о квазистационарном распределении температуры около нагретого до температуры $T_0 > T_s(p_2)$ твердого шара, помещенного в жидкость

$$T_2 = (T_0 - T_s) \frac{r_0}{R_0 - r_0} \left(\frac{R_0}{r} - 1 \right) + T_s, \quad v_2 = 0, \quad r_0 < r < R_0$$

$$T_1 = (T_s - T_\infty) \frac{R_0}{r} + T_\infty, \quad v_1 = 0, \quad R_0 < r \quad (1.9)$$

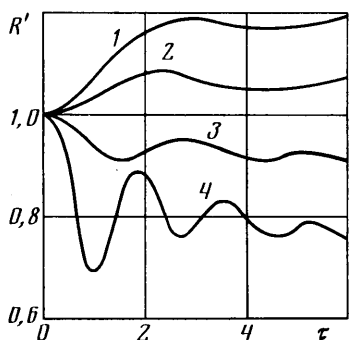
$$p_1 = p_0, \quad p_2 = p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}$$

где T_∞ — температура жидкости вдали от твердого шара, R_0 и p_0 — начальные значения радиуса пузырька и давления жидкости. Начальные параметры должны быть связаны соотношением

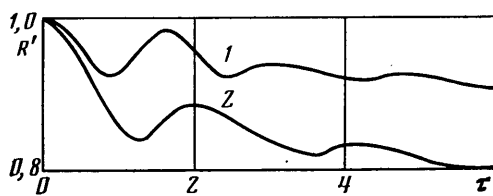
$$\frac{T_0 - T_s}{T_s - T_\infty} = \frac{\lambda_1 R_0 - r_0}{\lambda_2 r_0} \quad (1.10)$$

2. Численное решение. Исследовалось поведение указанной системы (нагретая частица с паровой оболочкой в жидкости) после мгновенного изменения давления жидкости вдали от частицы от p_0 до p_1 , что моделирует поведение системы за фронтом ударной волны.

После разбиения паровой и жидкой фаз на сферические слои уравнения с частными производными по r и t переходят в обыкновенные дифференциальные уравнения по t . Задача решалась в безразмерных переменных методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности, методом Эйлера с пересчетом и т. п. Отладочные расчеты проводились для случая отсут-



Фиг. 1



Фиг. 2

ствия твердого ядра в пузырьке ($r_0=0$) и для остывания нагретой частицы в жидкости ($p_1=p_0$). Отладочные результаты хорошо согласуются с результатами [2], подтвержденными экспериментально, и с известными аналитическими решениями [6]. Кроме того, для контроля счета сравнивались значения массы парового слоя, вычисленные двумя различными способами (1.6).

Трудности численного решения настоящей задачи были обусловлены двумя основными причинами: необходимостью расчета тонких паровых прослоек в моменты максимального сжатия пузырька и стремлением как можно точнее и полнее учесть неравномерное распределение температуры (и, следовательно, других параметров) во всей области, занимаемой паровой и жидкой фазами. При исследовании динамики одиночных газовых и паровых пузырьков такие трудности не возникали [1, 2], так как сильное сжатие пузырька достигалось только на заключительной стадии схлопывания, существенные градиенты температуры в паре и жидкости наблюдались только вблизи границы пузырька, в начальный момент времени выбиралось равномерное распределение температуры во всем пространстве в отличие от (1.9), (1.10). Эти трудности были преодолены за счет оптимального выбора количества и ширины шагов по r и t в различных областях паровой и жидкой фаз.

3. Основные результаты. Расчеты показали наличие двух стадий динамики паровой оболочки: осцилляционной непосредственно после того, как частица покидает фронт ударной волны, и монотонной, наступающей после выравнивания давления в жидкости и паре (с учетом капиллярного эффекта). При этом происходит значительное уменьшение скорости фазового перехода, скорости границы пузырька, скорости среды в паровой и жидкой фазах и «сглаживание» профиля температуры. В вариантах численных расчетов для железных и медных частичек в воде, в которых p_1/p_0 варьировалось от 0,8 до 2,0, r_0/R_0 — от 0,5 до 1,0, $T_\infty/T_s(p_0)$ — от 0,75 до 1,0 ($p_0=1$ бар, $R_0=2$ мм, $T_s(p_0)=373^\circ\text{K}$), переход из осцилляционной стадии в монотонную происходил при $7t_*-10t_*$, где $t_*=R_0/a_*$, $a_*^2=p_0/\rho_1$.

Другой существенный результат заключается в том, что при фиксированных значениях перепада давления, начального радиуса парового пузырька и радиуса частицы изменение температуры частицы $T_0 > T_s$ и со-

ответственно температуры жидкости T_{∞} , согласно (1.10), практически не приводит к изменению режима колебаний паровой оболочки после мгновенного изменения давления в жидкости.

Кроме того, в процессе колебаний паровой оболочки происходит такое перераспределение температуры, что в некоторые промежутки времени поток тепла может быть направлен из паровой фазы в частицу, несмотря на ее сравнительно высокую температуру. За исследуемый отрезок времени от 0 до $7t_* - 10t_*$ в различных вариантах расчетов частица практически не остывала.

Таким образом, исследуемый процесс определяется перепадом давления p_1/p_0 и относительным радиусом частицы r_0/R_0 . Их влияние на осцилляционную стадию представлено на фиг. 1, 2.

На фиг. 1 показано изменение радиуса паровой оболочки около нагретой твердой частицы (железо, медь) радиуса $r_0 = 1$ мм в воде после мгновенного изменения давления жидкости вдали от частицы от 1 бар до 0,8 бар (кривая 1), 0,9 бар (кривая 2), 1,2 бар (кривая 3) и 2,0 бар (кривая 4). Начальный радиус пузырька $R_0 = 2$ мм, $R' = r/R_0$, $\tau = t/t_*$.

На фиг. 2 показано изменение радиуса паровой оболочки около нагретой твердой частицы (железо, медь) в воде в результате мгновенного повышения давления жидкости от 1,0 до 1,5 бар для начального радиуса $R_0 = 2$ мм и радиуса частицы $r_0 = 1,8$ мм (кривая 1) и 1,5 мм (кривая 2), $R' = r/R_0$, $\tau = t/t_*$.

Автор благодарит научного руководителя Г. Г. Черного за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 5, с. 94–100.
2. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Динамика паровых пузырьков. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 3, с. 59–67.
3. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Динамика парогазовых пузырьков. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 6, с. 56–61.
4. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1984. 560 с.
6. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.

Москва

Поступила в редакцию
22.X.1984