МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 · 1985

УДК 532.529.5

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРИ НЕРАВНОВЕСНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА С ГОМОГЕННОЙ КОНДЕНСАЦИЕЙ

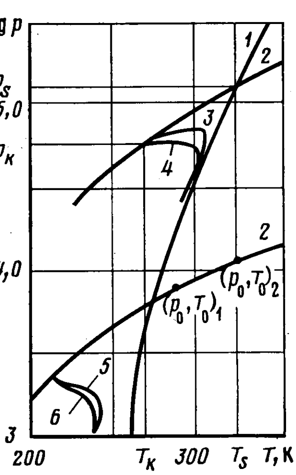
ПИРУМОВ У. Г.

Аналитически получены параметры, определяющие число частиц (кластеров) и их средний радиус и величину переохлаждения в точке начала активной гомогенной конденсации (точке Вильсона). При заданном законе $p=f(T)$ такими параметрами являются температура T_s в точке росы и средняя скорость охлаждения газа $\dot{T}_s=dT/dt$ от точки росы до точки Вильсона.

При этом для $T_s=\mathrm{const}$ и $\dot{T}_s=\mathrm{const}$ процессы неравновесной гомогенной конденсации в $P-T$-диаграмме, соответствующие различным начальным состояниям после точки Вильсона, приближенно описываются единой кривой. Поэтому параметры T_s и $\dot{T}_s$ являются определяющими для всего процесса неравновесной гомогенной конденсации. Приведены формулы, позволяющие приближенно оценить скорость охлаждения $\dot{T}$ при течениях в соплах и струях. Представлены расчетные результаты стационарного течения в сопле Лаваля и нестационарного сферически-симметричного расширения газового шара в вакуум, демонстрирующие отмеченные закономерности.

Несмотря на большое количество литературы, как периодической, так и монографической, посвященной неравновесной конденсации паров, важный вопрос об определяющих параметрах процесса гомогенной неравновесной конденсации мало изучен [1].

1. Примем, что определяющими являются параметры, от которых зависит температура T_k (либо давление p_k), число частиц N_k и средний радиус в точке Вильсона, которая является точкой начала активной гомогенной конденсации. Условимся называть точкой начала конденсации точку, в которой массовая доля конденсированной фазы $\alpha_l=\mathrm{const}$. Возможны и другие определения точки начала активной конденсации. В частности, можно принять, что в этой точке теплота конденсации составляет заданную долю от энтальпии смеси или максимальна величина переохлаждения. Однако можно показать, что для всех приведенных выше условий определяющими параметрами являются T_s и $\dot{T}_s$. Для наглядности и простоты выкладок примем, что в точке Вильсона $\alpha_l=\alpha_l^k=\mathrm{const}$ и мало $\alpha_l^k\approx10^{-2}-10^{-3}$.



Фиг. 1

Процесс неравновесной гомогенной конденсации рассмотрим в $P-T$-диаграмме. На фиг. 1 представлены для паров воды кривая насыщения $p=p_\infty(T)$ (*1*), кривая расширения (*2*) и неравновесный процесс гомогенной конденсации (кривые *3*–*6*). Примем, что конденсация возникает в процессе расширения паров вдоль кривой *2*, которая в частном случае может быть адиабатой Пуассона. В точке росы T_s происходит пересечение кривой насыщения с кривой *2*, и с этой точки начинается процесс конденсации. Уравнение кривой расширения запишем в виде

$$p=p_sf(T/T_s),\quad f(1)=1$$

Будем считать, что пересечение кривой насыщения и кривой расширения происходит всегда в одной и той же точке p_s, T_s, при этом начальные состояния (p_{0i}, T_{0i}) (фиг. 1) (например, состояние покоя), от которых начинается процесс расширения, и градиенты газодинамических параметров в этой точке могут различаться. В силу сказанного при различных p_0, T_0 в точке p_s, T_s могут различаться и скорости потока и соответственно число Маха.

Предположение о малости α_l^k означает, что от точки T_s до точки T_k давление и температура потока не изменяются из-за процесса конденсации.

Выпишем уравнения, определяющие массовую долю конденсированной фазы α_l, число ядер конденсации N и средний размер частиц r° [2, 3].

$$\frac{d\alpha_l}{dt}=\frac{4\pi}{3}\frac{\rho_l^\circ}{\rho}\left\{I_0(t)\,[r^*(t)]^3+\int_0^t I_0(\tau)\frac{dr^3(\tau,t)}{dt}d\tau\right\}=f_0(p,T) \qquad (1.1)$$

$$N=\int_0^t I_0(\tau)\,d\tau, \qquad r^\circ=\left(\frac{3}{4\pi}\frac{\rho}{\rho_l^\circ}\frac{\alpha_l}{N}\right)^{1/3} \qquad (1.2)$$

$$\frac{dr}{dt}=\frac{\alpha_k}{\rho_l^\circ}\left[\frac{p}{\sqrt{2\pi RT}}-\frac{p_\infty(T_l)}{\sqrt{2\pi RT_l}}\right]; \quad T_l=F^\circ(p,T) \qquad (1.3)$$

$$r^*=\frac{2\sigma v_l}{kT\ln p/p_\infty}; \quad p_\infty=p_\infty(T); \quad \rho=\frac{p}{RT(1-\alpha_l)} \qquad (1.4)$$

$$I_0=\frac{\alpha_k}{p_l^\circ}\left(\frac{p}{kT}\right)^2\left(\frac{2\sigma\mu}{\pi N_A}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{4\pi r^{*2}\sigma}{3kT}\right) \qquad (1.5)$$

Здесь r^* — критический радиус ядер конденсации, определяемый по формуле Томсона, σ — поверхностное натяжение, I_0 — скорость образования ядер критического размера, ρ — плотность смеси, ρ_l° — плотность жидкости, T_l — температура капли, V_l — объем молекулы, α_k — коэффициент конденсации, k — константа Больцмана, N_A — число Авогадро, μ — молекулярная масса, R — газовая постоянная, $p_\infty=p_\infty(T)$ — уравнение кривой насыщения.

Уравнение (1.1) учитывает как образование частиц (кластеров) критического размера в момент времени t (первый член в правой части), так и их рост за счет конденсации от момента времени τ до момента времени t (второй член в правой части).

Уравнения (1.3) описывают изменение радиуса частицы и ее температуры при свободномолекулярном режиме процесса конденсации. Первое из уравнений (1.3) есть уравнение Кнудсена. Для I_0 использовано уравнение классической теории нуклеации [2]. Правые части уравнений (1.1)—(1.5) являются функциями от температуры T и температуры в точке росы T_s при расширении газа от точки росы. Действительно, это имеет место, поскольку $p=p_sf(T/T_s)$, $p_s=p_\infty(T_s)$, а α_l на этом интервале мало. И входящие в формулы величины σ, ρ_l°, α_k и ρ есть функции либо T, либо p и T. Важно отметить, что при изменении закона нуклеации (в частности, конкретного вида формулы для I_0) или закона для скорости роста частиц (формулы для dr/dt) по-прежнему правые части в формулах (1.1)—(1.4) будут функциями лишь от T_s и T при заданных физических константах, характерных для исследуемого газа.

Перепишем с учетом вышесказанного уравнение (1.1) на интервале (T_s, T_k) в виде

$$\frac{d\alpha_l}{dT}=\dot{T}^{-1}f_0(T,T_s) \qquad (1.6)$$

где $f_0(T,T_s)$ — правая часть уравнения (1.1).

Примем, что скорость охлаждения $\dot{T}$ постоянна на интервале (T_s, T_k) и равна $\dot{T}_s$. Ниже будет показано на примере течений в соплах и струях, что это условие выполняется с достаточной точностью. Тогда, интегрируя (1.6) от T_s до T_k при условии $\alpha_l(T_s)=0$, получим

$$\alpha_l{}^k=\dot{T}_s{}^{-1}\int\limits_{T_k}^{T_s} f_0(T, T_s)\,dT=\dot{T}_s{}^{-1}f^\circ(T_k, T_s) \tag{1.7}$$

Принимая, что в точке Вильсона $\alpha_l{}^k=\mathrm{const}$, имеем, разрешая относительно T_k нелинейное уравнение (1.7)

$$T_k=\Phi(T_s, \dot{T}_s) \tag{1.8}$$

Из (1.8) следует, что $p_k=p_s(T_k/T_s)$ и, следовательно, $\rho_k=p_k/(1-\alpha_l{}^k)RT_k$ есть функции T_s и $\dot{T}_s$. Тогда и величина переохлаждения $\Delta T_k=T_k-T_s=$ $=\Phi(T_s, \dot{T}_s)-T_s$, и величина перенасыщения $s=\ln p_s/p_k$ являются функциями лишь T_s и $\dot{T}_s$.

Итак, величина переохлаждения (перенасыщения) однозначно определяется при заданном процессе расширения и заданных физических свойствах газа двумя параметрами: T_s и $\dot{T}_s$, и не зависит от начальных параметров p_{0i}, T_{0i} (при условии, что $\dot{T}_s$ остается неизменной при изменении p_0 и T_0).

Из (1.2), (1.5) и (1.8) следует, что число сконденсированных частиц N_k в точке Вильсона равно

$$N_k=\int\limits_0^t I_0 dt=\dot{T}_s{}^{-1}\int\limits_{T_s}^{T_k} I_0(T, T_s)\,dT=\dot{T}_s{}^{-1}\Phi^\circ(T_k, T_s)=\dot{T}_s{}^{-1}\Phi_0(T_s, \dot{T}_s) \tag{1.9}$$

Из (1.2) и (1.9) следует, что средний радиус кластеров в точке Вильсона равен

$$r^\circ=\left[\frac{3}{4\pi}\,\frac{\rho(T_k)\alpha_l{}^k}{\rho_l{}^\circ(T_k)N_k}\right]^{1/3}=\Phi_1(T_s, \dot{T}_s) \tag{1.10}$$

Таким образом, число сконденсированных частиц и их средний радиус в точке Вильсона являются функциями тех же определяющих параметров T_s и $\dot{T}_s$.

Для приложений иногда необходимо сформулировать условия, при которых средний радиус частиц остается постоянным. Из (1.10) следует, что $r^\circ=\mathrm{const}$, если комплекс $\Phi_1(T_s, \dot{T}_s)=\mathrm{const}$. Из этого условия следует, что если $\dot{T}=\mathrm{const}$ в некоторой серии (расчетов или экспериментов), то для соблюдения условия $\Phi_1(T_s, \dot{T}_s)=\mathrm{const}$ нужно обеспечить условие $T_s=\mathrm{const}$, что в свою очередь означает необходимость изменения p_0 и T_0 так, чтобы $p_0=p_s f(T_0/T_s)=f_\infty(T_s)f(T_0/T_s)$.

Очевидно, что, если расширение происходит по адиабате Пуассона, условие $r^\circ=\mathrm{const}$ будет соблюдено при $p_0T_0{}^{-\gamma/(\gamma-1)}=\mathrm{const}$ (γ – отношение удельных теплоемкостей). Отметим, что серия экспериментов в молекулярных пучках, соплах и струях [3] корректируется именно таким образом. Укажем, что часто расширение газа происходит изоэнтропически при условии постоянной энтропии, $S=\mathrm{const}$, однако в таком расширении могут быть заморожены некоторые степени свободы или проявятся реальные свойства газа, в силу чего изоэнтропическое расширение газа не будет подчиняться условию $p_0T_0{}^{-\gamma/(\gamma-1)}=\mathrm{const}$, а лишь условию $S(p_0, T_0)=\mathrm{const}$. Тогда корреляции типа $p_0T_0{}^{-m}$ могут не иметь места.

Отметим, что определяющими параметрами начальной стадии процесса неравновесной конденсации будут те же параметры T_s и $\dot{T}_s$, если вместо уравнений (1.1)–(1.5) для описания процесса конденсации использовать систему уравнений для нахождения функций распределения [2]

$$\frac{\partial f_g}{\partial t}=I_g-I_{g+1}, \quad g=(2,\ldots,n) \tag{1.11}$$

где f_g — число кластеров размера g в единице объема смеси, I_g — скорость образования кластеров размера g.

Нетрудно показать, что правая часть уравнения (1.11) также есть функция температур T и T_s. Проделывая далее выкладки, аналогичные приведенным выше, получим, что в точке Вильсона

$$f_g^k=\dot{T}^{-1}F_g(T_k, T_s), \quad g=(2,\ldots,n)$$

и поскольку

$$\alpha_l^k=\frac{4\pi}{3}\frac{\rho_l^\circ}{\rho}\left(\sum_{g=2}^{n} r_g^3 f_g^k\right)=\dot{T}^{-1}\Phi_2(T_k, T_s)=\text{const} \tag{1.12}$$

то по-прежнему T_k и ΔT_k есть функции от T_s и $\dot{T}$, для заданного процесса расширения и заданных физических свойств газа. Кроме того, поскольку

$$N_k=\sum_{g=2}^{n} f_g^k, \quad r^\circ=\frac{\alpha_l\rho}{{}^4/_3\pi\rho_l^\circ}\sum_{g=2}^{n} f_g^k\equiv R$$

то и r° является функцией тех же двух определяющих параметров. Соблюдение условия r°=const достигается, если комплекс R=const, что при заданном $\dot{T}_s$ обеспечивается выполнением условия T_s=const, т. е. условия $p_0=p_\infty(T_s)f(T_0/T_s)$.

Сделаем еще несколько замечаний. Поскольку параметры в точке росы p_s и ρ_s однозначно связаны с T_s, а $\dot{T}_s$ однозначно связана с $\dot{p}_s=dp/dt$ и $\dot{\rho}_s=d\rho/dt$, то при обработке конкретных расчетных и экспериментальных данных возможно использование и других пар определяющих параметров $(p_s, \dot{p}_s)$, $(\rho_s, \dot{\rho}_s)$. Совершенно аналогично показывается, что определяющие параметры остаются теми же и при других определениях точки Вильсона. Важно подчеркнуть, что приведенный вывод справедлив для любых стационарных и нестационарных технических устройств и процессов, в которых реализуется гомогенная неравновесная конденсация (сопла, струи, камеры Вильсона, диффузионные камеры, стационарные и нестационарные волны разрежения). При этом, если соблюдены перечисленные выше условия, расчетные или экспериментальные данные, полученные в одних процессах с использованием представленных определяющих параметров, переносятся на другие процессы.

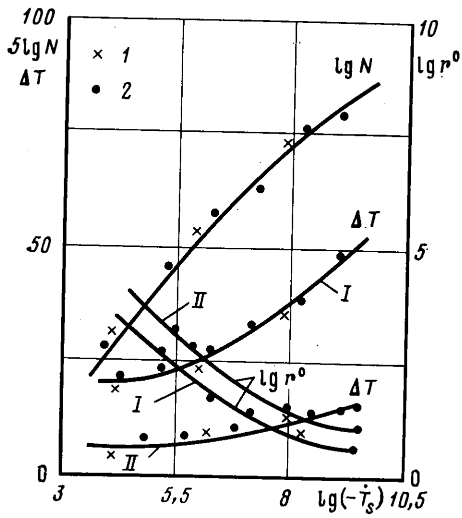
Для иллюстрации приведем сравнение величин переохлаждения ΔT, среднего радиуса кластеров r° и числа частиц N_k, полученных при расчетах неравновесной гомогенной конденсации паров воды при одномерном стационарном течении в сопле Лаваля, с этими же величинами, полученными при сферически-симметричном расширении газового шара в вакуум. Такое сравнение представлено на фиг. 2.

На фиг. 2 точки *1* относятся к случаю стационарного течения в сопле Лаваля, а точки *2* – к нестационарному течению при расширении газового шара. Кривая *I* относится к случаю T_s=400 К, а кривая *II* – к случаю T_s=550 К. На этой фигуре размерность: r° – Å, N – число частиц в см^3, ΔT – К, $\dot{T}_s$ – К/с.

Видно, что при одинаковом изоэнтропическом законе расширения при одинаковых T_s и $\dot{T}_s$ получены очень близкие значения ΔT, r° и N_k, несмотря на различие в физическом процессе (стационарное течение в сопле сравнивается с нестационарным процессом расширения газового шара). Приведенные расчеты выполнены А. Л. Иткиным и П. В. Розовским.

Достоверность расчетных методов должна определяться сравнением с экспериментальными данными в широком диапазоне определяющих параметров, поскольку совпадение расчетных и экспериментальных данных при отдельных значениях этих параметров легко получить подгонкой таких пока еще плохо изученных величин, как коэффициент конденсации, поверхностное натяжение и т. д. В [4] для паров воды представлено сравнение большого числа экспериментальных и расчетных данных по величине ΔT в широком диапазоне определяющих параметров: T_s=270–500 К, $\dot{T}_s=10^0-10^8$ К/с.

В представленном выше выводе использовалось условие, что скорость охлаждения постоянна от точки росы до точки Вильсона. Это условие может строго не выполняться, поскольку, как будет показано ниже, существенных погрешностей в количественные закономерности не вносит. Кроме того, принималось, что уравнение кривой расширения остается неизменным при изменении начальных состояний p_0, T_0. При значительной неравновесности процесса расширения это условие может нарушаться, т. е. пересечения кривой насыщения и кривой расширения могут происходить при различных T_s. Оценки показывают, однако, что для реальных ситуаций изменение T_s незначительно.



Фиг. 2

2. Рассмотрим вопрос о нахождении скорости охлаждения $\dot T = dT/dt$ при стационарном или нестационарном течении. В случае одномерного нестационарного течения (волна Римана, нестационарное течение в канале, ударной трубе, нестационарное расширение в вакуум) определить величину $\dot T$ аналитически весьма сложно. В связи с этим определить скорость охлаждения в точке росы можно по результатам численного расчета изменения всех параметров нестационарного процесса, в том числе и температуры, так же как и в случае двумерного стационарного течения (течение в сопле, струе, истечение в пространство с пониженным давлением, течение Прандтля – Мейера). Однако в случае одномерного стационарного течения в сопле и струе удается получить некоторые аналитические оценки [5].

Определим величину $\dot T$ в случае стационарного одномерного течения в сопле или стационарного течения вдоль оси струи. Оба эти случая представляют существенный интерес, поскольку проведено значительное число расчетных и экспериментальных исследований таких течений. Запишем первоначально несколько очевидных соотношений

$$\dot T = \frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dx}\frac{dx}{dt} = W\frac{dT}{dx} = \frac{a_*}{r_*}\lambda T_0 \frac{d\tau(\lambda)}{dx^\circ} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}RT_0}\,T_0\lambda\frac{d\tau(\lambda)}{dx^\circ} = \frac{a(\gamma)}{r_*}\lambda T_0^{3/2}\frac{d\tau(\lambda)}{dx^\circ} \tag{2.1}$$

$$a(\gamma) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}R}, \qquad x^\circ = \frac{x}{r_*}, \qquad \frac{T}{T_0} = \tau(\lambda) = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\lambda^2\right)$$

где W – скорость газа, a_* – скорость звука в минимальном сечении, $\lambda = W/a_*$ – коэффициент скорости, r_* – характерный размер (например, радиус минимального сечения сопла или радиус отверстия при истечении струи), T_0 – температура торможения.

Вдоль оси струи при истечении звукового потока из отверстия выполняется следующее приближенное соотношение, связывающее расстояние от отверстия с числом λ [2]:

$$x^\circ = b(\gamma)\,[q(\lambda)]^{-1+\nu/2} \tag{2.2}$$

$$q(\lambda)=\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{1/(\gamma-1)}\lambda\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\lambda^2\right)^{1/(\gamma-1)}=m(\gamma)\lambda\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\lambda^2\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (2.3)$$

где $q(\lambda)$ — газодинамическая функция.

В формуле (2.2) $\nu=0$ или 1 для плоского или осесимметричного течения соответственно; $b(\gamma)=1$; 1,1; 1,15 при $\gamma=1{,}4$; и 1,25 и 1,14 для плоского случая и $\gamma=1{,}17$; 1,2 и 1,25 для осесимметричного. Соотношение (2.2) означает, что на оси струи реализуется течение, близкое к течению от сверхзвукового источника. В коническом сопле также реализуется течение, близкое к течению от сверхзвукового источника, и имеет место аналогичное соотношение

$$r_0=\frac{r}{r_*}=[q(\lambda)]^{-1+\nu/2};\quad r_0-1=x^\circ\operatorname{tg}\theta \quad (2.4)$$

где r — цилиндрическая координата, а θ — полуугол конического сопла.

Используя (2.2), имеем

$$\frac{d\tau}{dx^\circ}=-\frac{2(\gamma-1)\lambda^2\tau(\lambda)}{(\gamma+1)(-1+\nu/2)(1-\lambda^2)x^\circ} \quad (2.5)$$

Тогда после некоторых преобразований из (2.1) и (2.5) получим

$$\dot{T}=\frac{dT}{dt}=\frac{c(\gamma,\nu)}{r_*}\left[T_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2-\nu/(\gamma-1)}T^2\left(1-\frac{T}{T_0}\right)^{4-\nu/2}\right]^{1/2}\times$$
$$\times\left[1-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left(1-\frac{T}{T_0}\right)\right]^{-1} \quad (2.6)$$
$$c(\gamma,\nu)=-\frac{2a(\gamma)[(\gamma+1)/(\gamma-1)]^{1/2(2-\nu/2)}}{(-1+\nu/2)b(\gamma)[m(\gamma)]^{-1+\nu/2}}$$

В случае течения в коническом сопле в формуле (2.6) в знаменателе вместо r_* появляется множитель $r_*\operatorname{ctg}\theta$.

Из (2.6) следует, что при $T=T_s=\mathrm{const}$ $\dot{T}$ зависит от r^* и T_0, но изменение T_0 незначительно влияет на $\dot{T}$. Это влияние уменьшается с увеличением γ и оно слабее в осесимметричном случае, чем в плоском. Формула (2.6) позволяет оценить изменение $\dot{T}$ на интервале от точки росы T_s до точки Вильсона T_k. Поскольку обычно отношение T_s/T_k не превышает 1,5, то величины $\dot{T}$ в точках росы и Вильсона различаются незначительно. Из (2.6) и прямых численных расчетов [4] следует, что $\dot{T}$ слабо зависит от T_0.

Из (2.6) следует, что скорость охлаждения $\dot{T}$ можно существенно изменить, варьируя величину r_* (при течении в струе) или $r_*\operatorname{ctg}\theta$ (при течении в сопле).

Отметим, что изменение T_0 при $T_s=\mathrm{const}$ эквивалентно изменению скорости потока и, следовательно, числа Маха M_s в точке росы.

Из изложенного выше следует тогда, что скорость потока и число Маха практически не влияют на величину переохлаждения (перенасыщения), число сконденсированных частиц и их средний размер в точке Вильсона. Исключение составляют лишь трансзвуковые течения при числах $M\approx1$, поскольку в этом случае несправедливы формулы (2.2) и (2.4). Прямые расчетные исследования подтверждают этот вывод. Так, при $T_s=300$ К для паров воды изменение T_0 от 3900 до 410 К и соответственно M_s от 8,5 до 1,5 привело к изменению ΔT_k всего на 5—7 К.

Расчетные и экспериментальные данные показывают, что основным определяющим параметром является температура в точке росы T_s, изменение которой существенно влияет на величину переохлаждения, число сконденсированных частиц и их средний размер [4]. Влияние скорости охлаждения $\dot{T}_s$ менее значительно.

3. Рассмотрим теперь процесс неравновесной гомогенной конденсации пара с заданными физическими свойствами в $P-T$-диаграмме. Будем рассматривать класс процессов, которые различаются начальными состояниями (p_{0i}, T_{0i}) (фиг. 1), но обладают общим законом изменения термодинамических параметров $p=p_s f(T/T_s)$ от точки росы T_s до точки Вильсона, заданной температурой T_s и заданной скоростью охлаждения $\dot{T}_s$.

Выше было показано, что такого рода процессы обладают одинаковыми значениями давления p_k, температуры T_k и плотности ρ_k в точке Вильсона, а также массовой доли конденсата α_l^k, числом сконденсированных кластеров N_k и их средним радиусом r°.

Рассмотрим, каким образом будут описываться эти процессы в $P-T$-диаграмме ниже точки Вильсона. Выпишем с этой целью уравнение энергии в следующем виде:

$$dh=\frac{dp}{\rho}\qquad h(\alpha_l, T)=(1-\alpha_l)h_v(T)+\alpha_l h_l(T_l) \tag{3.1}$$

Здесь h — энтальпия смеси в случае идеального газа, а h_v и h_l — энтальпия жидкости и пара соответственно. И поскольку $h_l-h_v=-L$, а $h_v=c_pT$ (где c_p — теплоемкость пара, а L — теплота конденсации), то имеем

$$h=c_pT-L\alpha_l+c_p\alpha_l(T_l-T) \tag{3.2}$$

Используя (1.1), перепишем уравнение (3.1) в виде

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dT}=\frac{\partial h}{\partial T}+\frac{\partial h}{\partial \alpha_l}\frac{\partial \alpha_l}{\partial T}=\frac{\partial h}{\partial T}+\frac{\partial h}{\partial \alpha_l}f_0(p,T)\dot{T}^{-1} \tag{3.3}$$

Из (3.3), пренебрегая членом $c_p\alpha_l(T_l-T)$ (поскольку α_l и (T_l-T) малы) и используя уравнение состояния, имеем

$$\frac{R}{c_p}\frac{d\ln p}{d\ln T}=1+\frac{L}{c_p}f_0(p,T)\dot{T}^{-1} \tag{3.4}$$

$$\frac{d\alpha_l}{dT}=\dot{T}^{-1}f_0(p,T) \tag{3.5}$$

Система уравнений (3.4), (3.5) при заданных начальных данных p_k, T_k и α_l^k и заданной величине $\dot{T}$ описывает процесс неравновесной гомогенной конденсации в $P-T$-диаграмме. Интегрируя эту систему, имеем

$$p=p(T, p_k, T_k, \alpha_l^k, \dot{T});\quad \alpha_l=\alpha_l(T, p_k, T_k, \alpha_l^k, \dot{T}) \tag{3.6}$$

Так как в рассматриваемых процессах p_k, T_k, α_l^k и $\dot{T}_k$ одинаковы и если, кроме того, скорости охлаждения $\dot{T}$ различаются незначительно, то в $P-T$-диаграмме эти процессы будут описываться близкими кривыми. Поскольку, согласно (3.6) в этих процессах зависимости α_l от температуры близки, постольку и число кластеров и их средний размер также близки. Таким образом, предложенные выше параметры T_s и $\dot{T}_s$ определяют не только параметры в точке Вильсона, но и весь процесс неравновесной конденсации в $P-T$-диаграмме. Отметим, что условие близости $\dot{T}$ не строго обосновано, но в реальных ситуациях, как правило, выполняется.

Указанные закономерности были подтверждены прямыми расчетами процесса неравновесной гомогенной конденсации паров воды в соплах [5]. На фиг. 1 представлены результаты этих расчетов при $\dot{T}_s=2\cdot10^5$ К/с, при этом для кривых *3* и *4* T_s=323 К, а T_0=336 и 1170 К соответственно для кривых *5* и *6* T=273 К, а T_0=284 и 985 К. Числа Маха в точках росы

M_s=0,5 (кривые *3*, *5*) и M_s=4 (кривые *4*, *6*). Значения $p_0 \cdot 10^{-5}$ для кривых *3*—*6* равны $1{,}45 \cdot 10^{-1}$; 22; $7{,}2 \cdot 10^{-3}$, 1,09 Па. Из фиг. 1 следует, что несмотря на значительное различие в начальных состояниях и числах M_s, кривые *3* и *4*, а также *5* и *6*, соответствующие одинаковым значениям T_s и $\hat{T}_s$ в P—T-диаграмме, весьма близки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Горбунов В. Н., Пирумов У. Г., Рыжов Ю. А.* Исследование гомогенной конденсации газа.— 6-я Всес. конф. по динамике разреженных газов. Тез. докл. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1979, с. 157.
2. *Френкель Я. И.* Кинетическая теория жидкостей. М.: Изд-во АН СССР, 1975. 592 с.
3. *Katake S., Glass I. I.* Flow with nucleation and condensation.— In: Progr. Aerospace Sci., 1981, v. 19, № 2, p. 129—196.
4. *Иткин А. Л., Пирумов У. Г., Рыжов Ю. А.* Исследование неравновесной гомогенной конденсации воды в волнах разрежения с учетом реальных свойств.— В сб.: Высокотемпературная газодинамика, ударные трубы и ударные волны. Минск: Ин-т тепло- и массообмена, 1983, с. 112—118.
5. *Пирумов У. Г., Росляков Г. С.* Течения газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978. 351 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.V.1984