

УДК 532.526.5.013.4

**ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ДОЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ  
ПРИ НАГРЕВЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ  
ВБЛИЗИ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ**

**КАЗАКОВ А. В., КОГАН М. Н., КУПАРЕВ В. А.**

Исследованию влияния температуры поверхности на характеристики устойчивости ламинарного пограничного слоя посвящено большое число как экспериментальных, так и теоретических работ, причем в большинстве из них изучается устойчивость автомодельных течений, соответствующих постоянной температуре поверхности [1, 2]. При дозвуковых скоростях набегающего потока охлаждение поверхности приводит к увеличению критического числа Рейнольдса потери устойчивости и уменьшению диапазона неустойчивых частот [2, 3]. Температура торможения при дозвуковых скоростях лишь немного превосходит температуру набегающего потока  $T_\infty$ , так что для существенного увеличения устойчивости пограничного слоя необходимо охлаждать поверхность до температуры, меньшей  $T_\infty$ .

Практическое использование такого охлаждения поверхности для уменьшения сопротивления трения сопряжено с большими техническими трудностями. Представляется целесообразным исследовать возможность повышения устойчивости течения в пограничном слое за счет повышения температуры газа в пограничном слое с помощью нагрева части поверхности тела вблизи передней кромки. Вследствие нагрева вблизи передней кромки критические числа Рейнольдса потери устойчивости могут падать, однако нагревание можно вести таким образом, что они останутся выше местных чисел Рейнольдса. Ниже по течению пограничный слой оказывается нагретым относительно стенки и создается ситуация, качественно аналогичная охлаждению поверхности, что приводит к увеличению устойчивости пограничного слоя.

В настоящей работе рассмотрен простейший случай нагрева газа в пограничном слое путем повышения температуры поверхности вблизи передней кромки. Далее будет показано, что даже в этом далеко не оптимальном случае, точка потери устойчивости и точка перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный сдвигаются вниз по потоку, что подтверждает приведенные выше качественные соображения.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается дозвуковое обтекание плоской пластины длиной  $l$  при больших числах Рейнольдса  $Re_\infty = \rho_\infty u_\infty l / \mu_\infty$ , где  $\rho_\infty$ ,  $u_\infty$ ,  $\mu_\infty$  — плотность, скорость и коэффициент динамической вязкости набегающего потока. Невозмущенное течение около поверхности пластины описывается обычными стационарными уравнениями пограничного слоя Прандтля для сжимаемого вязкого теплопроводного газа [1]. Граничные условия на внешней границе пограничного слоя для невозмущенного течения получаются из сращения соответствующих величин с внешним невязким потоком, который в первом приближении представляет собой невозмущенный набегающий поток. На поверхности пластины задаются условия непротекания и прилипания, а также температура поверхности, которая является заданной функцией продольной координаты  $x$ , отсчитываемой вдоль поверхности пластины от ее передней кромки.

Решение уравнений сжимаемого пограничного слоя находилось численно с использованием метода конечных разностей [2], а затем полученные в результате численного интегрирования профили скорости и температуры использовались при анализе устойчивости течения в пограничном слое.

Для исследования устойчивости решение уравнений Навье — Стокса представляется в виде  $q = q_0 + q_1$ , где  $q_0$  — функции невозмущенного тече-

ния, а  $q_1$  — бесконечно малые возмущения, которые описываются линеаризованными уравнениями Навье — Стокса [2]. Течение в пограничном слое при больших числах Рейнольдса является близким к плоскопараллельному, вследствие чего параметры основного невозмущенного течения в линеаризованных уравнениях Навье — Стокса для возмущений зависят только от координаты поперек пограничного слоя. Решение линеаризованных уравнений можно искать в виде

$$q_1(t_1, x_1, y_1, z_1) = g(y) \exp[i(\alpha x_1 + \beta z_1 - \omega t_1)] \quad (1.1)$$

Здесь  $g(y)$  представляет собой комплексную величину амплитуды возмущения,  $\alpha$  и  $\beta$  — действительные волновые числа,  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  — комплексная частота волны. Параметры течения в линеаризованных уравнениях для возмущений отнесены к соответствующим величинам набегающего потока, линейные размеры отнесены к местной толщине вытеснения пограничного слоя  $\delta$ , а время отнесено к  $\delta/u_\infty$ . Подстановка (1.1) в линеаризованную систему уравнений для двумерных возмущений ( $\beta=0$ ) приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, аналогичной [3]. В качестве краевых условий для возмущений принимались нулевые их значения на поверхности тела и на внешней границе пограничного слоя. Решение полученной системы дифференциальных уравнений оказывается параметрически зависящим от  $\alpha$  и  $\omega$  и представляет собой решение задачи на собственные значения для заданного действительного волнового числа  $\alpha$  относительно комплексной частоты  $\omega$ .

Для нахождения собственных значений и решений возмущенной системы использовалось конечно-разностное представление системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в результате чего задача сводится к поиску собственных значений для комплексной блок-трехдиагональной матрицы. Собственные значения матрицы находились методом обратных итераций с использованием матричной прогонки [6]. Переход от ламинарного течения в пограничном слое к турбулентному определяется пространственным нарастанием возмущений, которое можно связать с временным, используя групповую скорость  $c = \partial\omega_r / \partial\alpha_r$  [7]. Найденные величины частот неустойчивых возмущений  $\omega_i$  и коэффициентов нарастания во времени  $\omega_i$  для области неустойчивости в плоскости  $(\alpha, \text{Re}_x = \rho_\infty u_\infty x / \mu_\infty)$  использовались для расчета групповой скорости, нахождения кривых нейтральной устойчивости и коэффициентов пространственного нарастания возмущений  $\alpha_i = -\omega_i / c$  для фиксированных частот  $F = 2\pi f \mu_\infty / \rho_\infty u_\infty^2$  в плоскости  $(F, \text{Re}_x)$ . Здесь  $f$  — частота возмущения в герцах,  $F$  — частотный параметр.

Используя коэффициенты пространственного нарастания  $\alpha_i$  для ряда фиксированных значений параметра  $F$  определялось отношение амплитуды возмущения в некоторой точке  $x$  к ее величине в соответствующей точке нижней ветви кривой нейтральной устойчивости  $a(F)$ , называемое коэффициентом пространственного усиления возмущений. Величина  $\ln a$  определялась интегрированием коэффициентов пространственного нарастания  $\alpha_i$  по продольной координате  $x$  от точки  $x_0$ , соответствующей нижней ветви кривой нейтральной устойчивости, причем максимум этой величины соответствует верхней ветви кривой нейтральной устойчивости. Положение точки перехода определялось минимальным значением  $x$ , для которого логарифм коэффициента пространственного усиления возмущений был равен 9 [8, 9].

**2. Результаты расчетов.** Были проведены расчеты устойчивости течений в пограничном слое на плоской пластине при различных распределениях температуры вдоль поверхности  $T_w(x)$  и числах Маха набегающего дозвукового потока  $M_\infty$ . Сравнение расчета устойчивости при малых  $M_\infty \leq 0,01$  с результатами, полученными для несжимаемого течения [9], показывает, что кривые нейтральной устойчивости совпадают. Однако максимальные значения коэффициентов пространственного нарастания в

области неустойчивых частот, полученные в данной работе, отличаются на 2—3% от максимальных значений коэффициентов пространственного нарастания возмущений той же частоты, но полученных с помощью расчета пространственной неустойчивости течения [2, 9].

На фиг. 1 показан вид кривых нейтральной устойчивости в переменных  $F$ ,  $Re_x$ , полученных с помощью описанной выше процедуры для числа  $M_\infty=0,1$ . Кривая 1 соответствует автомодельному течению в пограничном слое при постоянной температуре поверхности  $T_w=T_\infty$ . Кривая 2 — кривая нейтральной устойчивости в случае, когда температура поверхности равна температуре набегающего потока  $T_w=T_\infty$  везде, кроме небольшого участка поверхности вблизи передней кромки. Температура поверхности на этом участке  $0 \leq Re_x \leq Re_b$  задавалась по линейному закону

$$T_w = T_\infty (1,2 - 0,2 Re_x / Re_b); \quad Re_b = 0,86 \cdot 10^5 \quad (2.1)$$

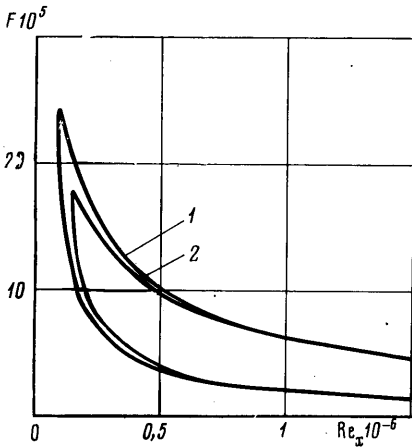
Ниже по потоку от нагретого участка поверхности  $Re_x > Re_b$  тепловой поток направлен от газа в пограничном слое к поверхности тела, так что для поддержания заданной температуры (в данном случае  $T_w=T_\infty$ ) требуется охлаждение поверхности. Как видно из фиг. 1, при нагреве части поверхности вблизи передней кромки критическое число Рейнольдса потери устойчивости увеличивается по сравнению со значением, соответствующим постоянной температуре поверхности. Область неустойчивых частот уменьшается и кривая нейтральной устойчивости для этого случая (кривая 2) оказывается лежащей целиком внутри кривой нейтральной устойчивости для постоянной температуры поверхности (кривая 1). Отметим, что проведенные предварительно расчеты критических чисел Рейнольдса  $Re_c$  с помощью приближенной формулы Лиза [2] показывают аналогичное смещение точки потери устойчивости вниз по потоку от передней кромки. В случае нагрева поверхности вблизи передней кромки положение точки потери устойчивости соответствует  $Re_x = 1,3 \cdot 10^5$ , в то время как в случае постоянной температуры поверхности точка потери устойчивости располагается при  $Re_x = 0,88 \cdot 10^5$ . Положение точки потери устойчивости в этом случае определялось из условия равенства местных значений критического числа Рейнольдса  $Re_c$ , посчитанного по формуле Лиза, и числа Рейнольдса  $Re_b$ , построенного по толщине вытеснения пограничного слоя.

На фиг. 2 приведены распределения логарифмов критических чисел Рейнольдса  $Re_c$  и чисел Рейнольдса по толщине вытеснения  $Re_b$  (кривые 1 и 2 соответственно). Сплошные линии соответствуют распределению температуры по закону (2.1), пунктирная —  $T_w=T_\infty$ . Видно, что местные значения критических чисел Рейнольдса в области нагрева меньше, чем значение критического числа Рейнольдса на пластине без нагрева, однако остаются выше местных чисел  $Re_b$  и, следовательно, это понижение  $Re_c$  не приводит к потере устойчивости.

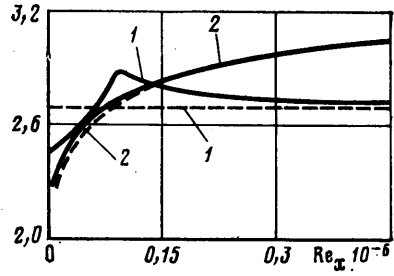
На фиг. 3 представлена зависимость коэффициентов пространственного нарастания возмущений фиксированной частоты  $F=5 \cdot 10^5$  в зависимости от величины текущего числа Рейнольдса  $Re_x$ , причем кривая 1 соответствует  $T_w=T_\infty$ , а кривая 2 — температуре, зависящей от продольной координаты  $x$  согласно закону (2.1). Нагрев небольшого участка поверхности вблизи передней кромки приводит к уменьшению коэффициентов пространственного нарастания в области неустойчивых частот, ограниченных кривыми нейтральной устойчивости. Это приводит к тому, что точка перехода, как показывают расчеты коэффициентов пространственного усиления, смещается почти на 5% вниз по потоку относительно положения точки перехода на плоской пластине с  $T_w=T_\infty$ .

Аналогичные расчеты были проведены и для числа Маха набегающего потока  $M_\infty=0,8$ , причем были рассчитаны течения и характеристики устойчивости на пластине с  $T_w=T_\infty$  и для случая переменной температуры, заданной выражением (2.1). Кривые нейтральной устойчивости, соответ-

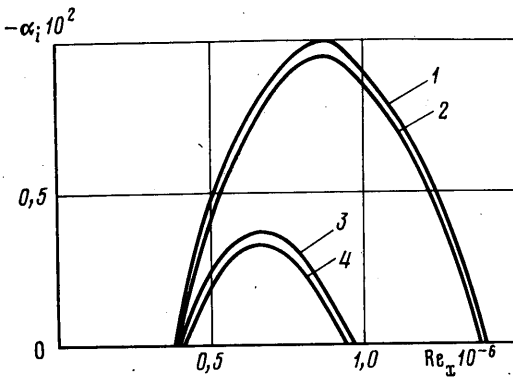
ствующие этим двум течениям в пограничном слое, приведены на фиг. 4 (кривая 1 соответствует  $T_w = T_\infty$ , а кривая 2 — нагреву поверхности вблизи передней кромки пластины). При больших дозвуковых скоростях нагрев поверхности пластины в небольшой остротности ее передней кромки также приводит к увеличению критических чисел Рейнольдса потери устойчивости и уменьшению области неустойчивых частот. Одновременно с



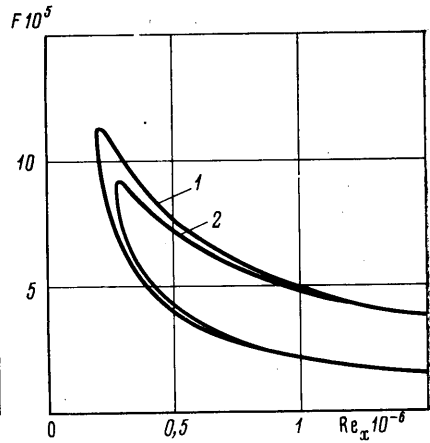
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

этим уменьшаются и коэффициенты пространственного нарастания возмущений, зависимость которых от величины числа Рейнольдса  $Re_x$  для фиксированной частоты  $F = 5 \cdot 10^5$  показана на фиг. 3 кривыми 3 и 4, соответствующими постоянной температуре поверхности и нагреванию участка поверхности вблизи передней кромки пластины.

Отметим, что область неустойчивых частот, ограниченная кривыми нейтральной устойчивости, при  $M_\infty = 0,8$  оказывается смещенной в сторону более низких частот, однако качественная картина влияния нагрева локального участка поверхности вблизи передней кромки на характеристики устойчивости течения в пограничном слое сохраняется. Расчеты коэффициентов усиления  $a(F)$  показывают, что в этом случае ( $M_\infty = 0,8$ ) точка перехода смещается относительно своего первоначального положения приблизительно на 8,5% вниз по потоку.

Таким образом, увеличение температуры поверхности вблизи передней кромки пластины приводит к повышению устойчивости течения отно-

сительно двумерных возмущений, увеличению критических чисел Рейнольдса потери устойчивости и смещению точки перехода ламинарного течения в турбулентное вниз по потоку по сравнению со случаем постоянной температуры поверхности. При дозвуковых числах Маха двумерные возмущения играют определяющую роль [10] и расчеты устойчивости течения относительно трехмерных возмущений не должны изменить качественную картину влияния неравномерного распределения температуры поверхности на характеристики устойчивости течения в пограничном слое и на положение точки перехода.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
3. Lees L. The stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid. NASA TR, 1947, № 876.
4. Reshotko E. Boundary-layer stability and transition.— Annual Rev. Fluid Mech., 1976, v. 8, p. 311–349.
5. Potter I. L. Review of the influence of cooled walls on boundary-layer transition.— AIAA Journal, 1980, v. 18, № 8, p. 1010–1012.
6. Malik M. R., Orszag S. A. Efficient computation of the stability of three-dimensional compressible boundary layer.— AIAA Pap., 1981, № 1277, 13 p.
7. Gaster M. D. A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability.— J. Fluid Mech., 1962, v. 14, № 2, p. 222–224.
8. Jaffe N. A., Okamura T. T., Smith A. M. O. Determination of spatial amplification factors and their application of predicting transition.— AIAA Journal, 1970, v. 8, № 2, p. 301–308.
9. Левченко В. Я., Володин А. Г., Гапонов С. А. Характеристики устойчивости пограничных слоев. Новосибирск: Наука, 1975. 313 с.
10. Линь Цзя-цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 194 с.

Москва

Поступила в редакцию  
22.V.1984