

УДК 532.135

**ИСТЕЧЕНИЕ СВОБОДНОЙ СТРУИ РЕОЛОГИЧЕСКИ СЛОЖНОЙ
ЖИДКОСТИ ИЗ КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ КАПИЛЛЯРА**

КОРДОНСКИЙ В. И., КУЗЬМИН В. А., ХУСИД Б. М.,
ШУЛЬМАН З. П.

В работе изучается распространение волн конечной амплитуды вдоль колеблющейся капиллярной струи. Выводится уравнение стоячей волны.

Для измерения релаксации напряжений в растворах полимеров за короткие промежутки времени (менее десятой доли секунды) используется метод распространения поперечной волны по жидкой струе, выходящей из круглого насадка, который колеблется по гармоническому закону перпендикулярно своей оси [1]. Теория [1, 2] этих измерений базируется на уравнениях, при выводе которых движущаяся жидкость рассматривается как натянутая струна. Такой подход не позволяет связать кинематику струи с развивающимися в жидкости напряжениями. Для решения этой гидродинамической задачи используем развитый в [3] вариационный метод построения системы длинноволновых уравнений для свободных струй реологически сложной жидкости. Он основывается на применении метода типа Канторовича — Галеркина к вариационному принципу Даламбера — Лагранжа [4]

$$\int_V \rho F \cdot \delta x \, dV + \int_S f \cdot \delta x \, dS - \int_V \text{tr}[\mathbf{T} \cdot \nabla(\delta x)] \, dV - \int_V \rho \frac{Dv}{Dt} \cdot \delta x \, dV = 0 \quad (1)$$

Здесь F — плотность массовых сил, f — плотность поверхностных сил, \mathbf{T} — тензор избыточных напряжений, определяемый реологическим уравнением, δx — виртуальные перемещения.

Для несжимаемой жидкости

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

В методе [3] задается зависимость скорости жидкости

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}'[\mathbf{a}(z, t), x_1, x_2] \quad (3)$$

от поперечных координат x_1, x_2 и N -функций $\mathbf{a} = \text{colon} \{a_m(z, t)\}$, $m=1, \dots, N$, меняющихся вдоль струи (координата z) и во времени. Подстановка (3) в (2) приводит к условиям связи для функций a_1, \dots, a_N . На основе соотношений (1) для виртуальных перемещений, полученных вариацией в (3) произвольных функций

$$\delta x = \sum_{m=1}^N \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial a_m} \delta a_m \delta t$$

в [3] строится система уравнений для определения функций a_1, \dots, a_N .

Фактически задание вида профиля скорости в поперечном сечении струи (3) эквивалентно использованию условия малости поперечных раз-

меров струи по сравнению с продольными. Такой подход позволяет анализировать длинноволновые изменения вдоль струи. Эффективность этого метода проиллюстрирована в [3, 5]. Он близок к методам, применяемым в механике твердого деформируемого тела при построении одномерных уравнений для стержней и двумерных — для оболочек.

Эксперименты с колеблющейся струей [1] показывают, что при амплитуде колебаний насадка, соизмеримой с радиусом выходного отверстия, струя распадается на капли в результате роста осесимметричных возмущений. Вдоль большей части сплошного участка струи радиус поперечного сечения постоянен. Форма струи описывается выражением

$$(x_1+B)^2+x_2^2-R^2=0 \quad (4)$$

где $-B(z, t)$ определяет мгновенное положение центров поперечных сечений.

Поле скорости, отвечающее такой форме струи, берется в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{v}' = & \left[\psi + q(x_1+B) + \frac{m}{4} ((x_1+B)^2 - x_2^2) \right] \mathbf{e}_1 + \\ & + \frac{m}{2} (x_1+B) x_2 \mathbf{e}_2 + [U + b(x_1+B)] \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь U — скорость жидкости, ψ, q, m, b зависят от z и t .

Это поле скоростей соответствует изгибному движению поперечного сечения струи в плоскости X_1OZ . Условие несжимаемости порождает уравнения связей

$$q + b\partial B/\partial z = 0, \quad m + \partial b/\partial z = 0 \quad (6)$$

Уравнение для изменения формы (4) струи дает

$$\frac{\partial B}{\partial t} + U \frac{\partial B}{\partial z} + \psi + \frac{mR^2}{4} = 0 \quad (7)$$

Если ограничиться малыми изгибными возмущениями $B \ll R$, то пренебрегая в (5) членами второго порядка малости $\sim (B/R)^2$, приходим к ситуации, рассмотренной в [5]. В дальнейшем будем анализировать возмущения оси струи, соизмеримые с ее радиусом $B \sim R$. При этом ограничимся длинноволновыми возмущениями с $kB, kR \ll 1$, где k — волновое число. В построенных с помощью вариационного метода [3] длинноволновых уравнениях для поля скоростей (5), (6) сохраним только главные члены, опуская величины порядка $(kR)^2, (kB)^2$ и выше по сравнению с главными. При этих оценках использовалось соотношение $m \sim k^2\psi$, полученное в линейной теории [5]. После соответствующих выкладок приходим к системе уравнений для поперечных колебаний капиллярной струи

$$\int T_{13}' \frac{dx_1 dx_2}{\pi R^2} + T \frac{\partial B}{\partial z} = \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\kappa R}{4} \frac{\partial^3 B}{\partial z^3} - \rho \left(\frac{\partial b}{\partial t} + U \frac{\partial b}{\partial z} \right) \frac{R^2}{4} \quad (8)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + U \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{\kappa}{R} + T \right) \frac{\partial B}{\partial z} \right] \quad (9)$$

$$Q = \int (x_1+B) \left(T_{33}' - \frac{T_{11}' + T_{22}'}{2} \right) \frac{dx_1 dx_2}{\pi R^2}, \quad T = \int (T_{33}' - T_{11}') \frac{dx_1 dx_2}{\pi R^2}$$

причем в (7) последним членом можно пренебречь; T_{ij}' — компоненты тензора напряжений для поля скоростей (5).

Уравнение (8) описывает повороты сечения струи, а (9) — движение жидкости перпендикулярно струе. В отличие от уравнений [1, 2], построенных по аналогии с натянутой струной, в (8), (9) учитываются развивающиеся в жидкости напряжения. Поэтому они позволяют связать

параметры поперечной волны с реологическими характеристиками жидкости.

В формулах (5), (6) содержатся две величины: b и ψ . Связь между ними определяется соотношением (8) и зависит от реологического уравнения жидкости. Для жидкости с достаточно большой вязкостью инерционными и капиллярными силами в (8) можно пренебречь. Тогда из (8) следует, что соотношение между недиагональными и диагональными коэффициентами тензора напряжений порядка kR, kB . Для поля скоростей (5), (6) недиагональные коэффициенты тензора деформации D' имеют более высокий порядок малости по сравнению с диагональными только при

$$-b = \partial\psi/\partial z \quad (10)$$

Тогда соотношение недиагональных и диагональных коэффициентов тензора D' — порядка kR, kB . Для отрелаксировавшей жидкости пренебрежение капиллярными и инерционными силами в (8) допустимо при

$$\kappa R k^2 / 4\eta_e \alpha, \quad \rho R^2 \alpha / 4\eta_e \ll 1 \quad (11)$$

где η_e — эффективная продольная вязкость жидкости, $\alpha \sim (1/B) (\partial B / \partial t + U \partial B / \partial z)$ — относительный темп изменения изгибных возмущений в движущейся жидкости.

В случае ньютоновской жидкости соотношение (8) дает

$$b = -\frac{\partial\psi}{\partial z} - \frac{3}{4} \frac{\partial m}{\partial z} R^2 - 5q \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\kappa R}{4\eta} \frac{\partial^3 B}{\partial z^3} - \frac{\rho R^2}{4\eta} \left(\frac{\partial b}{\partial t} + U \frac{\partial b}{\partial z} \right)$$

Из этой формулы видно, что при условиях (11) соотношение (10) выполняется с точностью до членов порядка $(kR)^2, (kB)^2$.

Для решения нелинейного волнового уравнения используем метод медленно меняющихся амплитуд [6]. При истечении жидкости из насадка, совершающего гармонические колебания с частотой ω перпендикулярно своей оси, мгновенное положение центров поперечных сечений струи в стоячей волне определяется соотношением

$$B = A(z) \sin \Phi, \quad \Phi = \omega(t - z/U) \quad (12)$$

где Φ — фаза бегущей поперечной волны, $A(z)$ описывает распределение вдоль струи амплитуды установившихся колебаний.

Длинноволновое приближение применимо, если длина бегущей волны намного больше радиуса струи $\omega R/U \ll 1$. В дальнейшем будем рассматривать случай, когда характерное расстояние L , на котором изменяется амплитуда колебаний, значительно превышает длину бегущей волны $\omega L/U \gg 1$. В уравнении поперечной волны перейдем к переменным $z, t \rightarrow z, \Phi$. Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow U \frac{\partial}{\partial z}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\omega}{U} \frac{\partial}{\partial \Phi}, \quad \psi = -U \frac{dA}{dz} \sin \Phi$$

причем $\partial/\partial z \ll \omega/U \partial/\partial \Phi$. Преобразовав уравнение (9) и усреднив полученное соотношение по быстрой переменной Φ , получим

$$\rho U^2 \frac{d^2 A}{dz^2} + \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 \left(\frac{\kappa}{R} + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} T \cos^2 \Phi d\Phi \right) A = \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} Q \sin \Phi d\Phi \quad (13)$$

Напряжения в струе упруговязкой жидкости складываются из релаксирующего после выхода из насадка продольного напряжения, имевшегося при течении в капилляре, $T_0 \exp(-z/\lambda U)$, λ — время релаксации (см. [1]), и напряжений, которые развиваются в колеблющейся струе. Если второй частью напряжений пренебречь, то (13) переходит в уравнение

$$\rho U^2 \frac{d^2 A}{dz^2} + \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 \left[\frac{\kappa}{R} + T_0 \exp\left(-\frac{z}{\lambda U}\right) \right] A = 0$$

используемое в [1] при измерениях времени релаксации и продольного напряжения.

Эти расчеты основаны на вычислении продольных усилий в струе по значениям скорости жидкости, частоты колебаний насадка и расстояния между узлами стоячей волны. Для жидкостей с малыми временами ($\lambda \ll L/U$) продольное напряжение исчезает на расстоянии порядка первых нескольких узлов. Для описываемой уравнением (12) стоячей волны $k = \omega/U$, $\alpha = U/L$. Оценки показывают, что интеграл в левой части (13) является величиной порядка $\eta_e \omega^2 A^2 / UL$, а в правой части — порядка $\eta_e \omega^2 AR^2 / UL$. Для жидкостей с умеренными значениями эффективной продольной вязкости

$$\frac{\kappa}{4R} \left(\frac{\omega R}{U} \right)^2, \quad \frac{\rho U^2}{4} \left(\frac{R}{L} \right)^2 \ll \eta_e \frac{U}{L}, \quad \eta_e \frac{U}{L} \left(\frac{\omega A}{U} \right)^2, \quad \eta_e \frac{U}{L} \left(\frac{\omega R}{U} \right)^2 \ll \frac{\kappa}{R} \quad (14)$$

так что выполняются неравенства (11) и развивающиеся в жидкости напряжения значительно меньше капиллярных сил. Поэтому можно воспользоваться выражением (10) и применить метод медленно меняющихся амплитуд [6] к уравнению (13). Для таких жидкостей $1/L \sim (\omega/U) \times (\kappa/R\rho U^2)^{1/2}$. Используя формулы (6), (10) для стоячей волны, получим

$$b = -\omega \frac{dA}{dz} \cos \Phi, \quad m = \frac{\omega^2}{U} \frac{dA}{dz} \sin \Phi, \quad q = -\frac{\omega^2}{U} A \frac{dA}{dz} \cos^2 \Phi$$

Переходя в (13) к величинам

$$A = a \cos \xi, \quad \frac{dA}{dz} = -\Omega_0 a \sin \xi, \quad \Omega_0 = \frac{\omega}{U} \sqrt{\frac{\kappa}{R\rho U^2}}$$

и усредняя получившиеся уравнения по быстрой переменной ξ , находим

$$\frac{da}{dz} = \frac{\Omega_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \cos \Omega_0 z, -\Omega_0 a \sin \Omega_0 z) \sin(\Omega_0 z) d(\Omega_0 z) \quad (15)$$

$$a \frac{d\xi}{dz} = \Omega_0 \left[a + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \cos \Omega_0 z, -\Omega_0 a \sin \Omega_0 z) \cos(\Omega_0 z) d(\Omega_0 z) \right] \quad (16)$$

$$F\left(A, \frac{dA}{dz}\right) = \frac{R}{\kappa} \left(\frac{A}{\pi} \int_0^{2\pi} T \cos^2 \Phi d\Phi - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} Q \sin \Phi d\Phi \right)$$

Полученные соотношения показывают, что поперечная стоячая волна описывается соотношением

$$B = a(z) \cos \xi(z) \sin [\omega(t - z/U)]$$

В этой формуле $\cos \xi(z)$ дает распределение амплитуды между узлами стоячей волны, а медленно меняющаяся функция $a(z)$ характеризует снижение вдоль струи амплитуды колебаний в пучностях (фиг. 1, где 1 — $B(z, t)$; 2 — $\cos \xi(z)$; 3 — $a(z)$). Как видно из (15), (16), реологические свойства жидкости определяют темп снижения амплитуды в пучностях и отклонение расстояний между узлами от величины $2\pi/\Omega_0$. Развитый анализ применим, когда

$$\frac{\omega L}{U} \sim \sqrt{\frac{\rho U^2 R}{\kappa}} \gg 1$$

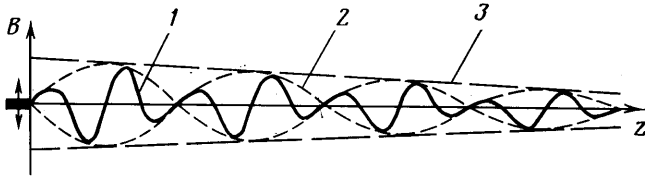
и длина сплошной части капиллярной струи ($\sim 6R\eta_e U/\kappa$ [5]) превышает расстояние между узлами. Соотношение этих размеров $\sim 6Z_e\omega R/U$, где $Z_e = \eta_e/\sqrt{\rho\kappa R}$ — эффективное число Онезорге. При значениях вязкости в диапазоне (14) недиагональные коэффициенты тензора скоростей деформации малы по сравнению с диагональными. Диагональные определяются по формулам

$$D_{11}' = -\frac{\omega^2}{U} A \frac{dA}{dz} \cos^2 \Phi + \frac{\omega^2}{U} \left(\frac{dA}{dz} \sin \Phi \right) \frac{X_1}{2}$$

$$D_{22}' = \frac{\omega^2}{U} \left(\frac{dA}{dz} \sin \Phi \right) \frac{X_1}{2}$$

$$D_{33}' = \frac{\omega^2}{U} A \frac{dA}{dz} \cos^2 \Phi - \frac{\omega^2}{U} \left(\frac{dA}{dz} \sin \Phi \right) X_1$$

Здесь $X_1 = x_1 + B$ — относительная поперечная координата.



Фиг. 1

Тензор D' соответствует сочетанию одноосного удлинения (или сжатия) вдоль оси Z с растяжением в плоскости X_1Z .

Для нелинейно-вязкой жидкости [7]

$$T = 2\eta(S_D)D, \quad S_D^2 = 2trD^2$$

Поэтому $F = F(A, |dA/dz|) \operatorname{sign}(dA/dz)$ и из (16) сразу следует, что $d\xi/dz = \Omega_0$. Следовательно, вид зависимости вязкости от скорости деформации $\eta(S_D)$ определяет только темп снижения амплитуды колебаний вдоль струи. Так как коэффициенты тензора D' пропорциональны $\omega^2\Omega_0 R^2/U$, то при $a=R$ зависимость величины $(\kappa/R^2\Omega_0)(da/dz)$ от $\omega^2\Omega_0 R^2/U$ повторяет зависимость напряжений в жидкости от скорости деформации с точностью до безразмерных коэффициентов. Для ньютоновской жидкости вычисление интеграла в правой части (15) дает

$$\frac{da}{dz} = -\frac{3}{8} \left(\frac{\omega}{U} \right)^4 \frac{\eta}{\rho U} (a^3 + R^2 a). \quad (17)$$

Формулу (17) можно приближенно применять и для нелинейно-вязкой жидкости, если брать значение вязкости, соответствующее усредненной скорости деформации $\langle S_D^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{3/4} (\omega^2/U) \Omega_0 a (a^2 + R^2)^{1/2}$. В этом случае

$$\left. \frac{\kappa}{\Omega_0 R^2} \frac{da}{dz} \right|_{a=R} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \eta(S_D^0) S_D^0, \quad S_D^0 = \frac{\sqrt{6}}{4} \frac{\omega^2}{U} \Omega_0 R^2 \quad (18)$$

Расчет интеграла (15) для степенной жидкости $\eta = KS_D^{(n-1)/2}$ показывает, что ошибка формулы (18) заключается лишь в неучете зависимости от n безразмерного коэффициента в ее правой части.

Полученные формулы применимы для упруговязких жидкостей при $\lambda \ll L/U$, когда время релаксации значительно меньше времени прохождения жидкой частицей расстояния между узлами. При $\lambda \gtrsim L/U$ необходим учет накопления жидкостью упругих деформаций. Для расчета тензоров

конечных деформаций определим траектории

$$\frac{dx_1}{dt'} = \psi + qX_1 + \frac{m}{4}(X_1^2 - x_2^2), \quad x_1|_{t'=t} = x_{1t}$$

$$\frac{dx_2}{dt'} = \frac{m}{2}X_1x_2, \quad x_2|_{t'=t} = x_{2t}$$

$$\frac{dz}{dt'} = U + bX_1, \quad z|_{t'=t} = z_t$$

С помощью этих уравнений нетрудно оценить изменение координат жидкой частицы за время релаксации жидкости для стоячей волны

$$\frac{\Delta X_1}{R}, \quad \frac{\Delta x_2}{R} \sim \frac{\lambda U}{L} \left(\frac{\omega R}{U} \right)^2, \quad \frac{\Delta Z}{R} \sim \frac{\lambda U}{L} \frac{\omega R}{U} \frac{A}{R}$$

где $Z = z - Ut$ — относительная продольная координата. Интегрирование уравнений движения с точностью до величин

$$\sim \left(\frac{\omega A}{U} \right)^2 \frac{U\lambda}{L} R, \quad \left(\frac{\omega R}{U} \right)^2 \frac{U\lambda}{L} A$$

дает

$$x_1(t') = x_{1t} - [A(z_t + U(t' - t)) - A(z_t)] \left[\sin \Phi_t + X_{1t} A(z_t + U(t' - t)) \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 \cos^2 \Phi_t - \frac{X_{1t}^2 - x_{2t}^2}{4} \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 \sin \Phi_t \right]$$

$$x_2(t') = x_{2t} + \frac{X_{1t}x_{2t}}{2} \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 [A(z_t + U(t' - t)) - A(z_t)] \sin \Phi_t$$

$$z(t') = z_t + U(t' - t) - \frac{X_{1t}\omega}{U} [A(z_t + U(t' - t)) - A(z_t)] \cos \Phi_t$$

Расчет тензора конечных деформаций (см. [7]) $C_i'(t')$ — E показывает, что соотношение недиагональных и диагональных коэффициентов $\sim \omega R/U$, $\omega A/U$. Диагональные коэффициенты с точностью до членов порядка

$$\left(\frac{\omega A}{U} \right)^2 \frac{U\lambda}{L}, \quad \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 AR \frac{U\lambda}{L}, \quad \left(\frac{\omega A}{U} \right)^2 \left(\frac{U\lambda}{L} \right)^2$$

определяются по формулам

$$C_i'(t')_{11} = 1 - \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 [A^2(z_t + U(t' - t)) - A^2(z_t)] \cos^2 \Phi_t + X_{1t} \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 [A(z_t + U(t' - t)) - A(z_t)] \sin \Phi_t$$

$$C_i'(t')_{22} = 1 + X_{1t} \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 [A(z_t + U(t' - t)) - A(z_t)] \sin \Phi_t$$

$$C_i'(t')_{33} = 1 - 2X_{1t} \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 [A(z_t + U(t' - t)) - A(z_t)] \sin \Phi_t + \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 [A^2(z_t + U(t' - t)) - A^2(z_t)] \cos^2 \Phi_t$$

Большинство реологических уравнений полимерных жидкостей [8] записывается в виде

$$T = \int_{-\infty}^t \mu(t, t') \left[\left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) (C_{t'}^{-1}(t') - E) + \frac{\varepsilon}{2} (C_{t'}(t') - E) \right] dt' \quad (19)$$

$$\mu = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{\lambda_k^2} f_k(S_D(t)) \exp \left[- \int_{t'}^t \frac{g_k(S_D(t'')) dt''}{\lambda_k} \right]$$

где ε — параметр модели, η_k, λ_k соответствуют распределению спектра времен релаксации в линейной области, функции $f_k(S_D), g_k(S_D)$ характеризуют влияние скорости деформации на спектр.

Различие между реологическими моделями в основном заключается в выборе функций $f_k(S_D), g_k(S_D)$. Когда проявляется только геометрическая нелинейность модели (19) ($f_k = g_k = 1$), вычисление интегралов в уравнениях (15), (16) дает

$$\frac{da}{dz} = - \frac{3}{8} \left(\frac{\omega}{U} \right)^4 \frac{a}{\rho U} \left[a^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{1 + (2\Omega_0 U \lambda_k)^2} + R^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{1 + (\Omega_0 U \lambda_k)^2} \right]$$

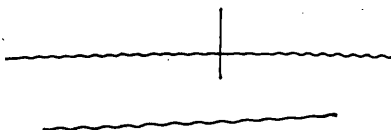
$$\frac{1}{\Omega_0} \frac{d\xi}{dz} = 1 + \frac{3R}{16\kappa} \left(\frac{\omega}{U} \right)^2 \left[a^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k (2\Omega_0 U \lambda_k)^2}{\lambda_k (1 + (2\Omega_0 U \lambda_k)^2)} + 2R^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k (\Omega_0 U \lambda_k)^2}{\lambda_k (1 + (\Omega_0 U \lambda_k)^2)} \right]$$

При $\Omega_0 U \lambda = \lambda \omega (\kappa / R \rho U^2)^{1/2} \ll 1$ формулы переходят в соотношения для ньютоновской жидкости. Эти выражения можно использовать и при наличии влияния скорости деформации на спектр, если приближенно заменить $\eta_k \rightarrow \eta_k f_k(\langle S_D \rangle^{1/2}) / g_k^2(\langle S_D \rangle^{1/2})$; $\lambda_k \rightarrow \lambda_k / g_k(\langle S_D \rangle^{1/2})$. Полученные соотношения показывают, что в стоячей волне проявляется динамическая вязкость жидкости при частоте $\Omega_0 U = \omega \sqrt{\kappa / R \rho U^2}$. Наличие продольных напряжений в упруговязкой жидкости уменьшает расстояние между узлами волны.

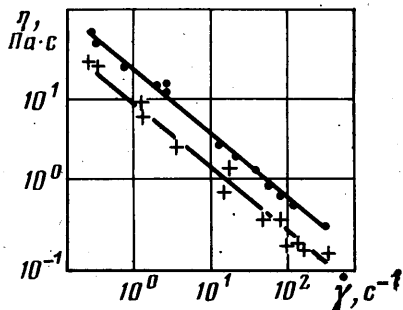
Выведенные соотношения дают возможность находить реологические характеристики жидкости по распределению вдоль струи амплитуды в пучностях. Изменение частоты колебаний насадка позволяет варьировать в широком диапазоне скорость деформации. Такой метод предложен в [9].

Для его экспериментальной проверки были взяты суспензии 25 и 36-ной (по массе) игольчатой гамма-оксида железа в гидравлической жидкости АМГ-10, обладающие сильными псевдопластическими свойствами. Для этих суспензий параметры степенного закона n составляют 0,17 и 0,12. Использование неупругих жидкостей позволяет сравнить найденные значения вязкостей с результатами измерений на ротационном вискозиметре. Опыты проведены с колеблющимися горизонтальными струями при скоростях истечения жидкости 4–8 м/с, диаметр выходного отверстия насадка 0,7–1,48 мм. Диапазон скоростей ограничен сверху и снизу. При большой скорости истечения растут изгибные возмущения струи, вызванные аэродинамическими силами. При малой скорости участок струи, на котором измеряются амплитуды стоячей волны, искривляется под действием веса. В выбранном интервале скоростей струя суспензии распадается в результате роста осесимметричных возмущений. Из-за больших значений числа Онезорге, длина сплошной части струи значительно превышает размер участка струи, где велись измерения с помощью электродинамического вибратора. Насадку сообщались поперечные гармонические колебания с частотами $\omega = 1200$ –6280 рад/с и амплитудами порядка радиуса выходного отверстия. Для струй $\omega R / U \leq 0,5$. На фиг. 2 приведены полученные при импульсном освещении с выдержкой 1 мкс фотографии колеблющейся струи 36% суспензии.

Крупным планом показана поперечная стоячая волна. Амплитуды в пучностях стоячей волны определяются по фотографиям струи. Значения вязкости вычисляются по наклону da/dz при $a=R$. На фиг. 3 показаны результаты измерений вязкости 36 (1), 25%-ной (2) суспензий на ротационном цилиндрическом вискозиметре (сплош-



Фиг. 2



Фиг. 3

ные линии) и методом колеблющейся струи (точки). Из приведенных данных видно, что метод струи дает в основном качественный характер зависимости вязкости от скорости деформирования. Абсолютные значения вязкости находятся с большей погрешностью. Разработанный метод измерений может быть эффективен для экспрессного анализа, а также при изучении реологических свойств химически реагирующих и летучих жидкостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мидлман С. Течение полимеров. М.: Мир, 1971. 259 с.
2. Debye P., Daen J. Stability considerations on nonviscous jets exhibiting surface or body tension.— *Phys. Fluids*, 1959, v. 2, № 4, p. 416–421.
3. Шульман З. П., Хусид Б. М. Нестационарные процессы конвективного переноса в наследственных средах Минск: Наука и техника, 1983. 256 с.
4. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 256 с.
5. Хусид Б. М. Распад свободной струи вязкоупругой жидкости.— *ПМТФ*, 1982, № 1, с. 54–63.
6. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. Киев: Наук. думка, 1971. 440 с.
7. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М.: Мир, 1978. 309 с.
8. Шульман Э. П., Алейников С. М., Хусид Б. М., Якобсон Э. Э. Реологические уравнения состояния текучих полимерных сред (анализ состояния проблемы). Препринт № 3. Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1981.
9. А. с. СССР № 1046655, Кузьмин В. А., Шульман З. П., Кордонский В. И., Хусид Б. М., Куневич Т. В. Способ измерения продольной вязкости жидкости.— *Опубл. в Б. И.*, 1983, № 37.

Минск

Поступила в редакцию
26.III.1984