

УДК 533.6.011.5

ГИПЕРЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ КРЫЛА ПРИ БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ С ОТСОЕДИНЕННЫМ СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ

ГОЛУБКИН В. Н., НЕГОДА В. В.

Методом тонкого ударного слоя [1–3] решена задача обтекания наветренной поверхности треугольного крыла гиперзвуковым потоком при больших углах атаки, когда скачок уплотнения отсоединен от передней кромки (но присоединен к вершине крыла) и скорость газа в ударном слое является величиной того же порядка, что и скорость звука. Дана классификация режимов обтекания треугольного крыла при больших углах атаки. Получено общее решение задачи пространственного гиперзвукового обтекания крыла с учетом неравновесных физико-химических процессов или теплового излучения газа при высоких температурах.

Гиперзвуковое обтекание крыла при больших углах атаки сопровождается торможением потока в сильном скачке уплотнения вблизи наветренной поверхности до умеренных сверхзвуковых или дозвуковых скоростей.

Для описания такого течения с помощью метода тонкого ударного слоя необходимо сделать предположение о том, что угол атаки близок к $\pi/2$ [2, 3], так как известные разновидности метода при конечных углах атаки [4, 5] пригодны только для описания гиперзвукового течения в ударных слоях. С этой целью в работах [2, 3] рассмотрено обтекание крыла умеренного удлинения под углом атаки $\alpha = \pi/2 - \varepsilon^{1/2} A$ (ε — малый параметр метода тонкого ударного слоя, параметр $A = O(1)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$). Равномерная пригодность асимптотической теории [4] при этом нарушается, так как за скачком уплотнения возмущение продольной составляющей скорости оказывается того же порядка, что и главный член разложения, определяемый ее величиной в набегающем потоке. Этот режим занимает промежуточное положение между режимами обтекания с присоединенным к передней кромке скачком уплотнения и с полностью отошедшим скачком. Наряду с этими режимами теория [2, 3] в определенных диапазонах параметров описывает коническое течение со скачком, присоединенным только в вершине треугольного крыла, исследование и расчет которого являются предметом данной статьи. Оно позволяет также провести классификацию возможных режимов обтекания треугольного крыла при больших углах атаки.

1. Рассмотрим обтекание тонкого треугольного крыла с конечным углом стреловидности Λ при больших углах атаки

$$\begin{aligned} \alpha &= \pi/2 - \varepsilon^{1/2} A, \quad A = O(1) \quad (\varepsilon \rightarrow 0) \\ \varepsilon &= (\kappa - 1)(\kappa + 1)^{-1}(1 + m^{-1}) \\ m &= {}^{1/2}(\kappa - 1)M_\infty^2 \geq O(1) \quad (\kappa \rightarrow 1, M_\infty \rightarrow \infty) \end{aligned} \quad (1.1)$$

где κ — показатель адиабаты, M_∞ — число M набегающего потока.

Малый параметр задачи ε равен отношению плотностей на прямом скачке уплотнения. Если скачок уплотнения присоединен к передней кромке крыла или по крайней мере к его вершине, то около наветренной поверхности крыла, бесконечно вниз по потоку, реализуется коническое течение. В соответствии с [2, 3] при $\varepsilon \rightarrow 0$ составляющие скорости u° , v° , w° в связанной с крылом декартовой системе координат x° , y° , z° , давление p° и плотность ρ° представимы в виде разложений

$$\begin{aligned} u^\circ/V_\infty &= \varepsilon^{1/2} u(\eta, \zeta) + \dots, \quad v^\circ/V_\infty = \varepsilon v(\eta, \zeta) + \dots, \quad w^\circ/V_\infty = \\ &= \varepsilon^{1/2} w(\eta, \zeta) + \dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$p^\circ = p_\infty + \rho_\infty V_\infty^2 \{1 + \varepsilon [p(\eta, \zeta) - A^2] + \dots\}$$

$$\frac{\rho_{\infty}}{\rho_0} = \varepsilon - \varepsilon^2 \left[1 - A^2 + p + \frac{m}{m+1} (u^2 + w^2) \right] + \dots$$

$$\eta = \frac{y^0}{\varepsilon^{1/2} x^0}, \quad \xi = \frac{z^0}{x^0}$$

где индексом ∞ отмечены параметры набегающего потока. Будем считать толщину крыла, отсчитываемую от плоскости $y=0$, величиной того же порядка, что и толщина сжатого слоя. Тогда форма поверхностей крыла и скачка уплотнения в конических переменных соответственно $\eta = \eta_b(\xi)$, $\eta = \eta_s(\xi)$. Отметим, что оценки порядков величин, приводящие к (1.2), такие же, как при обтекании диска, перпендикулярного потоку [6].

Функции первого приближения, согласно (1.2), удовлетворяют следующей системе уравнений и граничных условий на скачке уплотнения и на крыле:

$$(v-u\eta) \frac{\partial u}{\partial \eta} + (w-u\xi) \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad (1.3)$$

$$(v-u\eta) \frac{\partial w}{\partial \eta} + (w-u\xi) \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0 \quad (1.4)$$

$$(v-u\eta) \frac{\partial v}{\partial \eta} + (w-u\xi) \frac{\partial v}{\partial \xi} = -\frac{\partial p}{\partial \eta} \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial w}{\partial \xi} - \eta \frac{\partial u}{\partial \eta} - \xi \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad (1.6)$$

$$u_s = A - \eta_s + \xi \eta_s', \quad v_s = u_s (\eta_s - \xi \eta_s') - 1 - \eta_s'^2 \quad (1.7)$$

$$w_s = -\eta_s', \quad p_s = v_s + A (\eta_s - \xi \eta_s')$$

$$(\eta = \eta_s(\xi))$$

$$v_b = u_b \eta_b + (w_b - u_b \xi) \eta_b' \quad (\eta = \eta_b(\xi)) \quad (1.8)$$

$$\left(\eta_s' \equiv \frac{d\eta_s}{d\xi}, \quad \eta_b' \equiv \frac{d\eta_b}{d\xi}, \quad |\xi| \leq Z = \text{ctg } \Lambda \right)$$

Вид граничного условия на передней кромке зависит от режима обтекания (присоединенный или отошедший скачок) и будет конкретизирован ниже.

Преобразуем систему (1.3)–(1.6) к характеристическим переменным [4] ξ, ψ , где ψ – функция, постоянная вдоль конической проекции поверхности тока на плоскость $x=1$ и равная координате ξ точки ее пересечения со скачком уплотнения

$$(v-u\eta) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + (w-u\xi) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0, \quad \psi[\eta_s(\xi)] = \xi \quad (1.9)$$

Уравнения (1.3), (1.4) показывают, что функции u, w постоянны вдоль проекций поверхностей тока и, согласно (1.7)

$$u(\psi) = A - \eta_s(\psi) + \psi \eta_s'(\psi), \quad w(\psi) = -\eta_s'(\psi) \quad (1.10)$$

Вследствие (1.9) наклон линий $\psi = \text{const}$ равен

$$\frac{\partial \eta}{\partial \xi} = \frac{v-u\eta}{w-u\xi} \quad (1.11)$$

Отсюда, дифференцируя по ψ и используя (1.3)–(1.5), получим уравнение для $\eta(\psi, \xi)$

$$(w-u\xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \psi \partial \xi} + u(\psi) \frac{\partial \eta}{\partial \psi} = 0$$

решение которого с учетом (1.9) имеет вид

$$\eta(\psi, \zeta) = \eta_s(\zeta) - \int_{\psi}^{\zeta} F(\xi) [w(\xi) - \zeta u(\xi)] d\xi$$

Находя далее функцию v из (1.11) и удовлетворяя условию на скачке (1.7), определим вид произвольной функции F . В итоге выражения для координаты η и нормальной к крылу составляющей скорости приобретают вид

$$\eta(\psi, \zeta) = \eta_s(\zeta) - \int_{\psi}^{\zeta} \frac{w(\xi) - \zeta u(\xi)}{[w(\xi) - \xi u(\xi)]^2} d\xi$$

$$v(\psi, \zeta) = u(\psi) \eta(\psi, \zeta) + [w(\psi) - \zeta u(\psi)] L(\psi, \zeta) \quad (1.12)$$

$$L(\psi, \zeta) = \eta_s'(\zeta) - \frac{1}{w(\zeta) - \zeta u(\zeta)} + \int_{\psi}^{\zeta} \frac{u(\xi)}{[w(\xi) - \xi u(\xi)]^2} d\xi$$

Распределение давления после этого определяется интегрированием уравнения (1.5)

$$p(\psi, \zeta) = p_s(\zeta) - w'(\zeta) \left\{ 1 - \frac{1 + \zeta^2}{[w(\zeta) - \zeta u(\zeta)]^2} \right\} \int_{\psi}^{\zeta} \frac{[w(\xi) - \zeta u(\xi)]^3 d\xi}{[w(\xi) - \xi u(\xi)]^2}$$

Здесь второе слагаемое, пропорциональное кривизне проекций поверхностей тока, связано с действием центробежных сил в ударном слое.

Таким образом, все искомые функции аналитически выражаются через функцию $\eta_s(\zeta)$, описывающую форму скачка уплотнения, и ее производные. Для определения формы скачка используем граничные условия на поверхности крыла $\xi = \xi_b(\psi)$, причем функция $\xi_b(\psi)$ должна быть найдена в процессе решения. Тогда граничные условия на крыле в соответствии с (1.8) запишутся в виде

$$\eta[\psi, \xi_b(\psi)] = \eta_b[\xi_b(\psi)]$$

$$v[\psi, \xi_b(\psi)] = u(\psi) \eta_b'[\xi_b(\psi)] + [w(\psi) - \xi_b(\psi) u(\psi)] \eta_b''[\xi_b(\psi)]$$

причем для вычисления выражений в левых частях нужно положить $\zeta = \xi_b(\psi)$ в (1.12).

В результате несложных преобразований получим сначала уравнение, определяющее $\xi_b(\psi)$

$$\frac{[w(\psi) - \xi_b(\psi) u(\psi)]^2}{\xi_b'(\psi) [w(\psi) - \psi u(\psi)]^2} = 0$$

Поскольку в общем случае $u(\psi) \neq 0$, это уравнение удовлетворяется, если

$$\xi_b(\psi) = N(\psi) \quad \text{или} \quad 1/\xi_b'(\psi) = 0 \quad (N = wu^{-1}) \quad (1.13)$$

Второе из этих равенств означает, что функция ψ постоянна вдоль поверхности крыла. Это возможно, если скачок присоединен к передней кромке [2]. В случае отсоединенного скачка на крыле выполняется первое условие (1.13), согласно которому проекция поверхности тока с некоторым значением ψ оканчивается на крыле в точке $\xi = \xi_b(\psi)$, где поперечная составляющая скорости конического течения обращается в нуль, а полная скорость направлена вдоль соответствующего луча. Кроме того, (1.13) обеспечивает в этой точке равенство наклонов проекции поверхности тока и контура крыла $L[\psi, \xi_b(\psi)] = \eta_b'[\xi_b(\psi)]$.

Поэтому поверхность крыла является огибающей поверхностей тока. Далее, форма скачка уплотнения оказывается связанной с формой поверхности крыла функциональным интегродифференциальным уравнением

$$\eta_s[N(\psi)] = \eta_b[N(\psi)] + \int_{\psi}^{N(\psi)} \frac{w(\xi) - N(\psi)u(\xi)}{[w(\xi) - \xi u(\xi)]^2} d\xi \quad (1.14)$$

Напомним, что функции $u(\psi)$, $w(\psi)$ выражаются через функцию η_s и ее производную равенствами (1.10), вследствие чего

$$N(\psi) = \eta_s'(\psi) [\eta(\psi) - A - \psi \eta_s'(\psi)]^{-1}$$

Двукратное дифференцирование (1.14) позволяет избавиться от интеграла, в результате чего в качестве основного уравнения задачи получаем функциональное дифференциальное уравнение второго порядка

$$N'(\psi) \eta_s''(N) \left\{ 1 - \frac{1 + N^2(\psi)}{[w(N) - Nu(N)]^2} \right\} = N'(\psi) \eta_b''(N) + \frac{u(\psi)}{[w(\psi) - \psi u(\psi)]^2} \quad (1.15)$$

Вследствие симметрии течения относительно линии $\xi=0$ достаточно решить это уравнение на отрезке $[0, Z]$. При $\psi=N=0$ краевым условием для (1.15) служит условие симметрии

$$\eta_s'(0) = 0. \quad (1.16)$$

Краевое условие на передней кромке ($N(\psi)=Z$) аналогично [2, 4] означает, что особенность кривизны скачка уплотнения лежит на характеристической прямой $\xi=Z$, проходящей через переднюю кромку. Поскольку эта особенность соответствует обращению в нуль выражения в фигурных скобках (1.15), получим краевое условие смешанного типа

$$(1+Z^2) \eta_s'(Z) + Z[A - \eta_s(Z)] = -(1+Z^2)^{1/2} \quad (1.17)$$

Строго говоря, разложения (1.2) и последующее решение задачи непригодно к некоторой окрестности передней кромки (подобно уже упоминавшейся задаче обтекания диска, перпендикулярного потоку [6]). Однако при постановке условия (1.17) считалось, что вследствие малой относительной протяженности этой области $\Delta\xi/Z \sim \epsilon^{1/2}$ ее влиянием можно пренебречь. Последующие сопоставления с экспериментом и численным решением показали, что вносимая при этом погрешность невелика и, как и в [4], носит локальный характер.

Кроме того, вблизи поверхности крыла имеется тонкий вихревой подслон, где существенно влияние тангенциального градиента давления на поле скоростей и форму поверхностей тока. Но ввиду того что при $\psi=O(1)$ условие непротекания (1.8) может быть удовлетворено в рамках рассматриваемого внешнего решения, влияние вихревого подслоя на основное течение будет проявляться в следующих приближениях [7].

2. Рассмотрим классическую задачу обтекания плоского треугольного крыла ($\eta_b=0$). В случае $N(\psi) > \psi$ будем рассматривать (1.15) как уравнение относительно $\eta_s[N(\psi)]$, в случае $N(\psi) < \psi$ — как уравнение относительно $\eta_s(\psi)$.

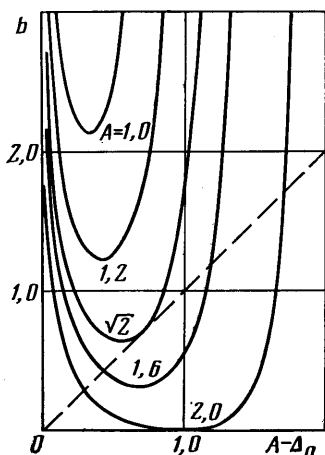
Пусть для определенности $N(\psi) > \psi$. Анализ уравнения (1.15) показывает, что кривизна скачка уплотнения на линии симметрии b конечна. Поэтому в некоторой ее малой окрестности $0 \leq \psi \leq \psi_*$, $\psi_* \ll 1$, форма скачка представима в виде

$$\eta_s(\psi) = \Delta_0 - \frac{1}{2} b \psi^2 \quad (2.1)$$

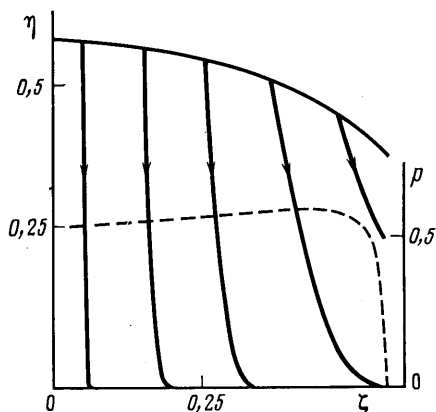
удовлетворяющем, кстати, условию (1.16). Согласно (1.14), входящие сюда постоянные Δ_0 и b связаны одним трансцендентным уравнением

$$\Delta_0(A - \Delta_0 - b)^2 = A - \Delta_0 - b + b \ln \frac{b}{A - \Delta_0} \quad (2.2)$$

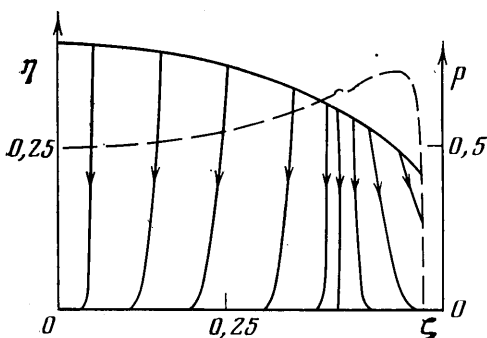
Локальное решение (2.1) содержит произвольный параметр, например Δ_0 , для определения которого нужно учесть условие на кромке крыла при $\zeta = Z$. Решение краевой задачи (1.15)–(1.17) при заданной величине Z



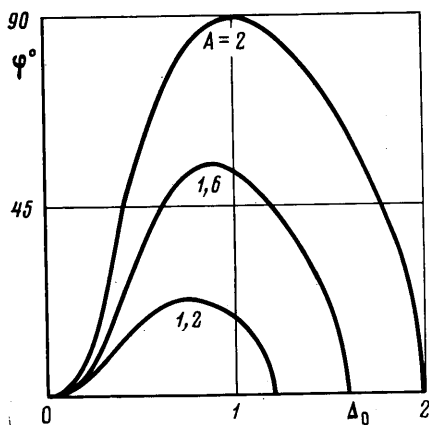
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

связано с определенными трудностями. Поэтому ее целесообразно свести к задаче Коши, для которой применим метод пошагового интегрирования. Решим сначала обратную задачу.

Задавая вместо координаты Z величину отхода скачка в плоскости симметрии Δ_0 и считая, что (2.1) имеет место вплоть до $N = N_* = N(\psi_*)$, получаем из (2.2), (2.1) начальные данные при $N = N_*$ для численного интегрирования уравнения (1.15). При этом функции $u(\psi)$, $w(\psi)$ определяются из (1.10), (2.1). Интегрирование осуществляется в направлении увеличения N до тех пор, пока в некоторой точке $\zeta = N(\psi)$ с заданной степенью точности будет выполнено условие (1.17). Эту точку и следует принять за координату передней кромки крыла, для которого отход скачка в плоскости симметрии равен заданному значению Δ_0 . Проведя расчеты при всех допустимых значениях Δ_0 , установим (для фиксированного A)

соответствие между Δ_0 и Z , после чего можно решать задачу обтекания крыла заданной стреловидности $\Lambda = \text{arcsctg } Z$.

Опишем более подробно процесс решения и результаты. В соответствии с п. 1 проекция поверхности тока пересекает скачок в точке с координатой $\xi = \psi$ и оканчивается на крыле в точке $\zeta = N(\psi)$. Поэтому топологическая картина течения определяется соотношением величин ψ и $N(\psi)$. В диапазоне $0 \leq \psi \leq \psi_*$ с помощью (2.1) найдем $N(\psi) = b(A - \Delta_0)^{-1} \psi$, откуда видно, что в окрестности плоскости симметрии при $b > A - \Delta_0$ происходит растекание потока, при $b < A - \Delta_0$ — стекание.

Уравнение (2.2) имеет очевидное решение $b = A - \Delta_0$, описывающее течение с вертикальными поверхностями тока. При $A - \Delta_0 > 0$ имеется и другое решение: $b = b(A - \Delta_0)$. Исследуем его поведение при значениях b , близких к $A - \Delta_0$. Полагая $b = A - \Delta_0 + \delta$ и устремляя δ к нулю, получим из (2.2) квадратное уравнение

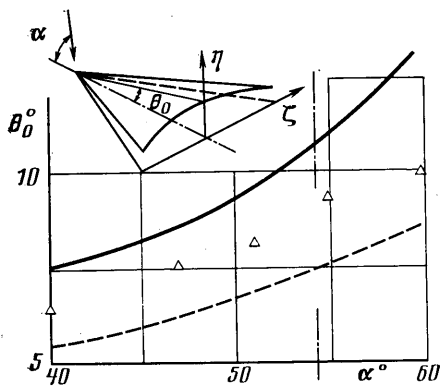
$$2\Delta_0^2 - 2A\Delta_0 + 1 = 0$$

число корней которого определяет количество общих точек кривой $b = b(A - \Delta_0)$ с биссектрисой первого квадранта плоскости $A - \Delta_0$, b . Для значений $A > \sqrt{2}$, $A = \sqrt{2}$, $A < \sqrt{2}$ таких точек будет соответственно две, одна и не будет вообще. Как показало численное решение уравнения (2.2), при $A < \sqrt{2}$ кривые лежат целиком выше биссектрисы ($b > A - \Delta_0$) и в плоскости симметрии крыла для таких A расположена линия растекания; последняя из этих кривых ($A = \sqrt{2}$) касается биссектрисы (фиг. 1). При $A > \sqrt{2}$ части кривых, расположенные выше биссектрисы, соответствуют линии растекания, части, расположенные ниже, — линии стекания. Отметим, что на биссектрисе расположен минимум кривой с $A = 5\sqrt{3}/6$.

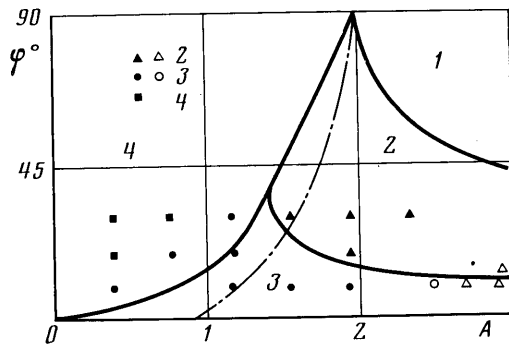
Уравнение (1.15) с начальными условиями интегрировалось численно методом Рунге — Кутты вплоть до передней кромки, координата которой определялась по (1.17). По найденной форме скачка рассчитывались все остальные функции. В результате установлено, что по известной структуре потока в окрестности плоскости симметрии, определяемой параметрами A , Δ_0 , можно судить и о глобальной картине обтекания. А именно если интегрирование начинается из области растекания ($A < \sqrt{2}$), то вплоть до передней кромки форма поверхностей тока качественных изменений не претерпевает, что для $\varphi = 28,6^\circ$, $A = 1,4$ показано на фиг. 2. Здесь штриховая линия — распределение давления по крылу. Если при том же значении φ начинать интегрирование из области стекания ($A > \sqrt{2}$, $b < A - \Delta_0$), то в консольной части крыла появляется дополнительная линия растекания, после которой поперечная скорость меняет направление и газ из ударного слоя перетекает за кромку, что для $A = 1,8$ показано на фиг. 3. Математически появление этой линии соответствует обращению в бесконечность правой части и выражения в фигурных скобках в уравнении (1.15). Раскрытие возникающей неопределенности показывает, что кривизна скачка в этой точке конечна. Эпюра давления имеет здесь локальный максимум и более выраженный абсолютный максимум в окрестности передней кромки. Физически такая перестройка течения от второго типа к первому связана с увеличением угла атаки (уменьшением параметра A).

Отметим, что подобная ситуация наблюдалась в экспериментах [8] и численных расчетах [9], а значение $A = \sqrt{2}$, начиная с которого возможно появление дополнительной линии растекания, совпадает с критерием, полученным в нулевом приближении метода интегральных соотношений [10].

На фиг. 4 в виде кривых $\Delta_0 = \Delta_0(\varphi)$ приведены результаты систематических расчетов, необходимые для решения прямой задачи обтекания. Они служат для определения Δ_0 при заданных значениях параметра A и



Фиг. 5



Фиг. 6

угла при вершине 2φ . После этого решение краевой задачи (1.15)–(1.17) сводится к описанному выше решению задачи Коши.

Проанализируем поведение этих кривых. Для значений $A \geq 2$ скачок уплотнения присоединен к вершине при любых углах φ (при $\varphi > \varphi_* = \arcsin 2/A$ он присоединен и к передней кромке [2]). Для каждого $A < 2$ существует максимальное значение φ_{\max} (минимальное значение угла стреловидности Λ_{\min}), до которого возможно обтекание с присоединенным к вершине скачком. Оно соответствует максимуму кривой на фиг. 4. При $\varphi > \varphi_{\max}$ ($\Lambda < \Lambda_{\min}$) скачок полностью отсоединен. Каждому значению $\varphi < \varphi_{\max}$ соответствуют два решения с разными значениями Δ_0 . По аналогии с известной двужначностью решения для косоугольного скачка на клине скачок с меньшим значением Δ_0 можно назвать слабым, скачок с большим Δ_0 — сильным. На фиг. 2 и далее представлены результаты, относящиеся к слабой ветви скачка.

На фиг. 5 теоретические результаты данной работы по расчету угла наклона θ_0 скачка в плоскости симметрии крыла с углом стреловидности $\Lambda = 70^\circ$ при числе $M_\infty = 6,85$ и различных углах атаки (сплошная линия) сопоставляются с экспериментом [11] (точки) и с расчетом по методу ударного слоя для крыла под конечным углом атаки [4] (штриховая линия). Здесь необходимо отметить, что при больших углах атаки скорость газа в ударном слое может оказаться дозвуковой и возмущения от задней кромки нарушают коничность обтекания крыла конечных размеров. Применимость теории конического обтекания к таким крыльям ограничена диапазоном углов атаки, в пределах которого скорость в ударном слое всюду сверхзвуковая, и решение для бесконечного вниз по потоку крыла применимо и для крыла конечных размеров. На фиг. 5 этот диапазон расположен слева от штрихпунктирной линии.

3. Результаты, полученные выше и в работе [2], свидетельствуют о том, что асимптотическая теория ударного слоя для крыла конечного размаха при углах атаки (1.1) является наиболее общей, поскольку описывает все три качественно различных режима обтекания: со скачком уплотнения, присоединенным к передней кромке, присоединенным только к вершине или полностью отсоединенным. Классификация возможных режимов обтекания в зависимости от величины параметров A , φ и сравнение с экспериментом (темные точки) [8] и численным расчетом (светлые точки) [12] иллюстрируются на фиг. 6.

Здесь в области 1 скачок присоединен к передней кромке (как и при меньших углах атаки $\pi/2 - \alpha > O(\varepsilon^{1/2})$); в области 2 скачок присоединен только к вершине и отсоединен от передней кромки, имеется линия стекания в плоскости симметрии и две симметричные относительно нее ли-

нии растекания на консолях; в области 3 — то же самое, но имеется только линия растекания в плоскости симметрии. В пределах этих областей возможно коническое течение. Справа от штрихпунктирной кривой лежит область параметров, при которых скорость газа в сжатом слое всюду сверхзвуковая и решение для бесконечного крыла пригодно для крыла конечных размеров, тогда как части областей 2, 3 слева от нее отвечают появлению дозвуковых зон и нарушению коничности обтекания конечного крыла за счет возмущений от задней кромки. В области 4 скачок уплотнения полностью отсоединенный (как и при больших углах атаки $\pi/2 - \alpha < O(\epsilon^{1/2})$), течение не может быть коническим и описывается трехмерными уравнениями [3].

Точками 2, 3, 4 нанесены соответственно режимы течения 2, 3, 4 на основе экспериментальных и численных данных [8, 12]. Как видно, граница режимов 2—3 дается теорией достаточно точно; граница режимов 3—4 определяется менее точно, но качественное согласие с экспериментом остается.

4. Конический характер течения нарушается и при значениях параметров A , φ из областей 1—3, если в ударном слое температура достаточно высока и существенную роль играют неравновесные физико-химические процессы или тепловое излучение. С учетом этих факторов обтекание крыла при больших углах атаки в первом приближении метода тонкого ударного слоя описывается системой трехмерных нелинейных уравнений [3], в которой главный член разложения плотности ρ является переменным. Для таких течений имеет место свойство сохранения вдоль линий тока (в нестационарном случае — вдоль траекторий) отношения поточной составляющей завихренности к плотности газа

$$u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\omega_v}{\rho} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\omega_v}{\rho} \right) + w \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega_v}{\rho} \right) = 0$$

$$\omega_v = u^2 (u^2 + w^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{w}{u} \right)$$

позволяющее аналогично [3] получить в квадратурно-функциональном виде общее решение задачи и свести определение формы скачка уплотнения $y = S(x, z)$ к следующей системе уравнений:

$$S(x, z) = F(x, z) + \int_{x_0}^x \frac{\rho^{-1} [(x-\chi)/u_s(\chi, v)]}{u_s(\chi, v) [1 + (x-\chi)\Psi_z(\chi, v)]} d\chi$$

$$u_s = A - \frac{\partial S}{\partial x}, \quad \Psi(x, z) = -u_s^{-1} \frac{\partial S}{\partial z}, \quad v = z - (x-\chi)\Psi(\chi, v) \quad \left(\Psi_z \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right)$$

где $y = F(x, z)$ — форма поверхности произвольного крыла, χ , v — абсцисса и аппликата точки входа линии тока в ударный слой. Функциональный вид плотности ρ в задаче о неравновесном обтекании определяется из системы уравнений термодинамики и химической кинетики, в задаче об обтекании крыла излучающим газом (в приближении оптического тонкого слоя) — из уравнения энергии, причем в последнем случае

$$\rho = [1 + K(x-\chi)/u_s(\chi, v)]^{1/(n+4)}$$

где K — параметр подобия, связанный с излучением, n — показатель степени в зависимости планковского среднего коэффициента поглощения от температуры. Поскольку входящая в выражение для плотности функция u_s выражается через неизвестную форму скачка, в отличие от обтекания при конечных углах атаки в рассматриваемом случае задача определения плотности не отделяется от «газодинамической» задачи нахождения формы скачка и должна решаться совместно с ней.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
2. Голубкин В. Н. Обтекание треугольного крыла гиперзвуковым потоком при больших углах атаки. — ПММ, 1984, т. 48, № 3, с. 376—382.
3. Голубкин В. Н. Гиперзвуковое обтекание крыла при больших углах атаки. — ПМТФ, 1984, № 4, с. 65—70.

4. *Messiter A. F.* Lift of slender delta wings according to Newtonian theory.— AIAA Journal, 1963, v. 4, № 1, p. 794–802. (Рус. перев.: *Месситер*. Подъемная сила тонких треугольных крыльев по ньютоновской теории.— Ракетная техника и космонавтика, 1963, т. 1, № 4, с. 31–41).
5. *Gonor A. L.* Theory of hypersonic flow about wing.— In: Progr. Aerospace Sci., 1973, v. 14. Oxford, p. 109–175.
6. *Лунее В. В.* Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
7. *Melnik R. E., Sheuing R. A.* Shock layer structure and entropy layers in hypersonic conical flows.— In: Hypersonic Flow Research. N. Y.— L.: Acad. Press, 1962. (Рус. перев.: В сб.: Исследование гиперзвуковых течений. М.: Мир, 1964, с. 268–294.)
8. *Башкин В. А.* Экспериментальное исследование обтекания плоских крыльев при числах $M_\infty=3$ и 5 в диапазоне углов атаки от 0 до 90°.— Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1175, с. 124–169.
9. *Базжин А. П.* К расчету обтекания плоских треугольных крыльев при больших углах атаки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 5, с. 104–105.
10. *Черный Г. Г.* Крылья в гиперзвуковом потоке.— ПММ, 1965, т. 29, № 4, с. 616–634.
11. *Bertram M. H., Henderson A., Jr.* Recent hypersonic studies on wings and bodies.— ARS Journal, 1961, v. 31, № 8, p. 1129–1139.
12. *Косых А. П.* О влиянии реальных свойств воздуха на параметры течения около пирамидальных крыльев.— Тр. ЦАГИ, 1981, вып. 2093, с. 3–18.

Москва

Поступила в редакцию
19.III.1984