

УДК 532.546

ДВУХФАЗНАЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ СУММАРНЫМ ПОТОКОМ

ЗАЗОВСКИЙ А. Ф.

При анализе процессов вытеснения нефти, сопровождающихся интенсивным межфазным массообменом, обычно принимается допущение об аддитивности парциальных объемов компонентов при их смешении (закон Амага) [1, 2]. Тогда уравнения движения имеют интеграл — суммарный объемный расход фильтрационного потока, а основные задачи фронтального вытеснения при не слишком большом числе компонентов в системе допускают точное аналитическое исследование [3–5]. Отказ от указанного предположения приводит к переменности суммарного потока [3, 6, 7]. Последствия этого применительно к процессам вытеснения нефти газами высокого давления ранее, по-видимому, не рассматривались. Ниже приводятся результаты такого исследования, развивающие подход, намеченный в [4]. Исходная многокомпонентная система моделируется трехкомпонентной, содержащей нефть (извлекаемый компонент), газ (нейтральный или основной вытесняющий компонент) и промежуточные углеводородные фракции или растворитель (активный компонент). Показано, что вместо треугольной фазовой диаграммы (ТФД), обычно используемой при аддитивности парциальных объемов компонентов, в данном случае для построения решений и их графической интерпретации удобно использовать специальную пространственную фазовую диаграмму (ПФД) кажущихся объемных концентраций компонентов. Указана методика построения ПФД и ее основные свойства. Развита соответствующая графоаналитическая техника построения решений основных задач фронтального вытеснения, отвечающих движениям с переменным суммарным потоком.

Одномерное движение в пористой среде трехкомпонентной системы, состоящей из извлекаемого ($i=1$), нейтрального ($i=2$) и активного ($i=3$) компонентов, в пренебрежении капиллярными, диффузионными и неравновесными эффектами, а также сжимаемостью фаз, влиянием изменения давления на фазовое равновесие и адсорбцией компонентов описывается системой уравнений сохранения масс компонентов в потоке

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^n m \rho_j s_j X_{ij} + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{j=1}^n U \rho_j F_j X_{ij} = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad (1)$$

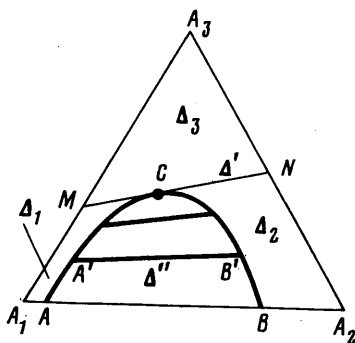
$$\sum_{j=1}^n s_j = 1, \quad \sum_{i=1}^3 X_{ij} = 1, \quad F_j = \frac{f_j}{\mu_j} / \sum_{k=1}^n \frac{f_k}{\mu_k}, \quad f_j = f_j(s_j, X_{1j}, X_{2j}, X_{3j})$$

$$\mu_j = \mu_j(X_{1j}, X_{2j}, X_{3j}), \quad \rho_j = \rho_j(X_{1j}, X_{2j}, X_{3j}) \quad (j=1, \dots, n)$$

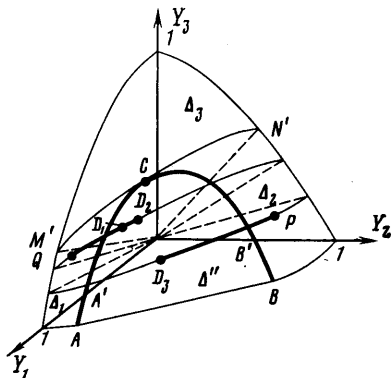
Здесь x — координата; t — время; m — пористость; U — суммарная скорость фильтрации; s_j — насыщенность, ρ_j — плотность, f_j — относительная фазовая проницаемость, μ_j — вязкость и F_j — объемная доля в потоке j -й фазы (индекс $j=1$ относится к фазе с преобладающим содержанием нейтрального, а $j=2$ — извлекаемого компонентов); X_{ij} — массовая концентрация i -го компонента в j -й фазе; если число фаз $n=1$, то формально полагаем $f_1 = F_1 = 1$, при $n=2$ обозначаем $F_1 = F$, $F_2 = 1 - F$, $s_1 = s$, $s_2 = 1 - s$.

Система (1) замыкается условиями фазового равновесия, задаваемыми обычно в виде ТФД, типичный вид которой показан на фиг. 1. ТФД об-

ладают следующими основными свойствами [8]: 1) каждый состав системы, заданный массовыми концентрациями компонентов X_i , изображается точкой X равностороннего треугольника единичной высоты, удаленной от его сторон на расстояния, равные X_i ; в частности, вершины треугольника A_i отвечают индивидуальным компонентам; 2) вдоль каждой прямой, проходящей через вершину A_i , $X_j/X_k = \text{const}$ ($j, k \neq i$); 3) если система получена объединением двух масс, M_x и M_y , составам которых отвечают точки X и Y , то ее состав изображается точкой Z , делящей отрезок



Фиг. 1



Фиг. 2

XU в отношении $|YZ|/|XZ| = M_x/M_y$ (правило рычага). Области однофазного Δ' и двухфазного Δ'' состояний системы на ТФД разделяются бинадальной кривой ACB . Линии постоянного компонентного состава фаз $AB, A'B', \dots$, соединяющие ветви AC и BC бинадальи и называемые нодами, — прямые; они стягиваются в критическую точку C . Касательная MN к бинадальи в кинетической точке C делит область Δ' на три подобласти Δ_i ($i=1, 2, 3$), примыкающие к соответствующим вершинам треугольника.

Перейдем к безразмерным переменным и введем новые неизвестные

$$X = x/L, \tau = U_0 t / mL, \lambda = U/U_0, Y_{ij} = \rho_j X_{ij} / g_i$$

$$g_i = \rho_i (\delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_{3i}), \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \quad Y_i = \sum_{j=1}^n s_j Y_{ij}, \quad Z_i = \sum_{j=1}^n F_j Y_{ij} \quad (2)$$

Здесь L — размер области течения $0 \leq x \leq L$, U_0 — скорость фильтрации во входном сечении $x=0$, λ — безразмерный расход в произвольном сечении области фильтрации $0 \leq X \leq 1$, g_i — плотность индивидуального i -го компонента, Y_{ij} — кажущаяся объемная концентрация i -го компонента в j -й фазе, Y_i и Z_i — кажущиеся объемная концентрация и объемная доля в потоке i -го компонента.

Система (1) с учетом (2) принимает вид

$$\partial Y_i / \partial \tau + \partial (\lambda Z_i) / \partial X = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad (3)$$

В однофазном потоке

$$Z_i = Y_i \quad (i=1, 2, 3), \quad \rho_i = \rho_i(Y_1, Y_2, Y_3) = \sum_{i=1}^3 g_i Y_i, \quad \lambda = \text{const} \quad (n=1) \quad (4)$$

В двухфазном потоке для определения восьми неизвестных s, λ и Y_{ij} ($i=1, 2, 3; j=1, 2$) имеем три уравнения (3), два уравнения состояния

$$\rho_j = \rho_j(Y_{1j}, Y_{2j}, Y_{3j}) \quad (j=1, 2) \quad (5)$$

и три уравнения, являющиеся следствиями условий фазового равновесия, например

$$Y_{i2} = Y_{i2}(Y_{11}, Y_{21}, Y_{31}) \quad (i=1, 2, 3) \quad (6)$$

Таким образом, согласно (5) и (6), при $n=2$ из шести концентраций Y_{ij} ($i=1, 2, 3; j=1, 2$) лишь одна является независимой, и потому F — функция двух переменных, насыщенности s и выбранной независимой концентрации Y_{ij} .

Нарушение аддитивности парциальных объемов компонентов приводит к тому, что их кажущиеся объемные концентрации Y_{ij} оказываются зависящими от плотностей фаз ρ_j через уравнения состояния (5) и, следовательно,

в общем случае имеет место неравенство $\sum_{i=1}^3 Y_i \neq 1$. Это означает,

что всевозможным состояниям (составам) трехкомпонентной системы в трехмерном пространстве переменных Y_i ($i=1, 2, 3$) отвечает некоторая поверхность (фиг. 2) $\Omega(Y) = \Omega(Y_1, Y_2, Y_3)$, отсекающая на осях координат единичные отрезки и вырождающаяся в случае аддитивности парциальных объемов компонентов в плоскость $Y_1 + Y_2 + Y_3 = 1$. В силу соотношений (2) часть поверхности Ω , отвечающая области двухфазных состояний системы, является линейчатой; она ограничена прообразом бинодальной кривой ТФД, ноды которой при таком отображении переходят в отрезки образующей. Основные свойства построенной ПФД аналогичны перечисленным выше для ТФД: 1) точки пересечения поверхности Ω с осями координат отвечают индивидуальным компонентам; 2) вдоль линии пересечения Ω с плоскостью, проходящей через одну из осей координат ($Y_i = Y_k = 0$), $Y_i(\Omega)/Y_k(\Omega) = \text{const}$; 3) состоянию системы, полученной объединением двух объемов, V' и V'' , составы которых изображаются точками $Y'(\Omega)$ и $Y''(\Omega)$, соответствует точка $Y(\Omega)$, принадлежащая плоскости, проходящей через начало координат O и отрезок $Y'Y''$; при этом прямая, проходящая через точки O и Y , пересекает отрезок $Y'Y''$ в некоторой точке Z , деля его в отношении $|Y'Z|/|Y''Z| = V''/V'$ (заметим, что точка Z , вообще говоря, не принадлежит $\Omega(Y)$, если только точки Y' и Y'' не находятся на одной образующей линейчатой части Ω).

Далее для бинодальной кривой, нод и областей однофазного и двухфазного состояний системы на ПФД будем пользоваться теми же обозначениями, что и на ТФД. Роль касательной MN к бинодали на ТФД (фиг. 1) в данном случае играет линия $M'N'$ поверхности Ω , получаемая при ее пересечении с плоскостью, проходящей через начало координат и касающейся бинодальной кривой в критической точке C (фиг. 2). Существенно при этом, что кривая $M'N'$, вообще говоря, не является прообразом прямой MN на ТФД и потому составы системы вдоль границ областей Δ_i ($i=1, 2, 3$) на ТФД и ПФД различны.

Рассмотрим процесс вытеснения из пласта $X \geq 0$ жидкости одного состава P жидкостью другого состава Q (здесь P и Q — точки поверхности $\Omega(Y)$). Ему соответствует решение уравнений (3) $Y_i(X, \tau)$, $\lambda(X, \tau)$ при начальных и граничных условиях

$$Y_i(X, 0) = P_i, \quad Y_i(0, \tau) = Q_i \quad (i=1, 2, 3), \quad \lambda(0, \tau) = 1 \quad (7)$$

Решение задачи (3), (7) автомодельно

$$Y_i = Y_i(\xi) \quad (i=1, 2, 3), \quad \lambda = \lambda(\xi), \quad \xi = X/\tau \quad (8)$$

и в зависимости от положения точек P и Q на ПФД может быть двух основных типов. Решения первого типа отвечают поршневому режиму вытеснения, при котором массообмен отсутствует и $\lambda \equiv 1$. Они реализуются при выполнении одного из следующих условий: 1) хотя бы одна из точек P или Q принадлежит области Δ_3 поверхности $\Omega(Y)$; 2) обе точки P и Q принадлежат одной и той же области Δ_i ($i=1, 2$). Во всех остальных слу-

чаях реализуются решения второго типа, соответствующие режимам вытеснения при наличии массообмена. Данная классификация решений, таким образом, полностью определяется разбиением поверхности $\Omega(Y)$ на области Δ_i ($i=1, 2, 3$) и в точности совпадает с классификацией в случае аддитивности парциальных объемов компонентов, с той лишь разницей, что вместо ТФД используется ПФД [4]. Это обстоятельство существенно, так как границы областей Δ_i ($i=1, 2, 3$) на ТФД и ПФД не совпадают.

Решения первого типа строятся точно так же, как в случае аддитивности парциальных объемов компонентов. Рассмотрим решения второго типа, считая, что точка P находится в области Δ_2 , а Q — в области Δ_1 на ПФД; остальные случаи рассматриваются сходным образом. Структура решения представляет собой последовательность трех зон: двух зон однофазного течения

$$Y_i(\xi) = Q_i, \lambda(\xi) = \lambda_1 = 1, 0 \leq \xi < \xi_1; Y_i(\xi) = P_i, \lambda(\xi) = \lambda_3 = \text{const}, \\ \xi_2 < \xi < \infty \quad (i=1, 2, 3)$$

и заключенной между ними зоны двухфазного потока, границы которой $\xi_1 < 1$, $\xi_2 > 1$ вместе с неизвестными $Y_i(\xi)$, $\lambda(\xi)$ и λ_3 подлежат определению. Искомое решение разрывно. Далее будем обозначать скачки J_{ij} , где i и j — число фаз в потоке соответственно за ($\xi = \xi_j - 0$) и перед ($\xi = \xi_j + 0$) скачком, ξ_j — автомодельная координата скачка, а индексами «минус» и «плюс» — соответствующие значения переменных на скачке. Границы $\xi = \xi_1$ и $\xi = \xi_2$ являются скачками типа J_{12} и J_{21} ; из интегральных законов сохранения для них находим [4]

$$\left\| \begin{array}{ccc} Q_1 & Q_2 & Q_3 \\ Y_{11}^+ & Y_{21}^+ & Y_{31}^+ \\ Y_{12}^+ & Y_{22}^+ & Y_{32}^+ \end{array} \right\| = 0, \quad \left| \begin{array}{ccc} P_1 & P_2 & P_3 \\ Y_{11}^- & Y_{21}^- & Y_{31}^- \\ Y_{12}^- & Y_{22}^- & Y_{32}^- \end{array} \right| = 0 \quad (9)$$

Здесь Y_{ij}^+ и Y_{ij}^- — значения концентраций компонентов перед скачком J_{12} и за скачком J_{21} . Соотношения (9) при фиксированных значениях $A^\pm = (Y_{11}^\pm, Y_{21}^\pm, Y_{31}^\pm)$ и $B^\pm = (Y_{12}^\pm, Y_{22}^\pm, Y_{32}^\pm)$ являются уравнениями плоскостей $Y=Q$ и $Y=P$, проходящих через начало координат и соответствующие пары точек A^+ , B^+ и A^- , B^- , связанные условиями фазового равновесия (6) (фиг. 2). Очевидно, отрезки A^+B^+ и A^-B^- линий пересечения этих плоскостей с поверхностью $\Omega(Y)$ являются нодами ПФД, а их продолжения играют роль продолжений нод на ТФД при построении решений в случае аддитивности парциальных объемов компонентов [4, 5]. Таким образом, определение составов фаз на границах области двухфазного потока сводится к графическому построению на ПФД плоскостей, проходящих через ноды, начало координат и точки P и Q .

Для отыскания остальных величин при $\xi_1 < \xi < \xi_2$ удобно перейти к независимым неизвестным σ , α и λ , определенным соотношениями

$$\sigma = Y_1, \alpha = (Y_{31} - Y_{32}) / (Y_{11} - Y_{12}), G(\sigma, \alpha) = Z_1 \\ \chi(\alpha) = (Y_{11}Y_{32} - Y_{12}Y_{31}) / (Y_{11} - Y_{12}), \beta(\alpha) = (Y_{21} - Y_{22}) / (Y_{11} - Y_{12}) \quad (10) \\ \gamma(\alpha) = (Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}) / (Y_{11} - Y_{12})$$

Величина α играет роль характеристики составов фаз и от ноды к ноду изменяется монотонно [4].

Система (3) в переменных (10) принимает вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (\lambda G) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} (\sigma \alpha + \chi) + \frac{\partial}{\partial X} [\lambda (G \alpha + \chi)] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} (\sigma \beta + \gamma) + \frac{\partial}{\partial X} [\lambda (G \beta + \gamma)] = 0 \quad (11)$$

и имеет характеристики

$$\frac{dX}{d\tau} = \lambda \xi_1, \quad \xi_1 = G\sigma', \quad \frac{dG}{d\tau} = \xi_2 \frac{d\sigma}{d\tau}, \quad \frac{d\lambda}{d\tau} = \lambda \Delta \frac{G-\sigma}{\sigma+\kappa} \frac{d\alpha}{d\tau} \quad (12)$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \lambda \xi_2, \quad \xi_2 = \frac{G+\kappa}{\sigma+\kappa}, \quad \frac{d\alpha}{d\tau} = \frac{d\lambda}{d\tau} = 0$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \lambda \xi_3, \quad \xi_3 = \infty$$

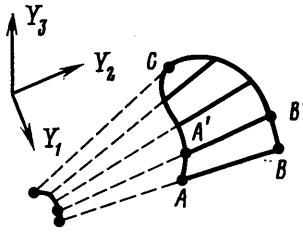
$$\kappa = \frac{\chi_{\alpha'} - y\gamma_{\alpha'}}{1 - y\beta_{\alpha'}}, \quad y = \frac{\chi}{\gamma}, \quad \Delta = \frac{\chi_{\alpha'} - \kappa}{\chi} = \frac{\gamma_{\alpha'} - \kappa\beta_{\alpha'}}{\gamma}$$

Из (12) следует возможность существования при $n=2$ участков непрерывности решения трех типов, отвечающих простым волнам [9], допускаемым уравнениями (11): 1) участков постоянства σ , α и λ ; 2) участков непрерывного изменения σ при $\alpha = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, $\xi = \lambda \xi_1$ (так называемых σ -волн); 3) участков непрерывного изменения σ , α и λ при $\xi = \lambda \xi_2$ (α -волн).

Если на α -волне $\lambda = \text{const}$, то в соответствии с (12) $\Delta = 0$ или

$$\kappa = \chi_{\alpha'} = \gamma_{\alpha'} / \beta_{\alpha'} = \gamma_{\beta'} \quad (13)$$

Линейчатая часть поверхности $\Omega(Y)$, удовлетворяющая условию (13), является локально-конической: мгновенный центр поворота образующей всегда находится на ее продолжении, при этом бинодальная кривая играет роль направляющей конуса (фиг. 3). Этот случай отвечает физической



Фиг. 3

ситуации, при которой неаддитивность парциальных объемов компонентов, имеющая место для каждой из фаз, компенсируется, оставляя суммарный объем фаз постоянным. Его нетривиальность обусловлена тем, что изменение относительных объемов фаз при сохранении их суммарного объема приводит к изменению доли каждой фазы в общем потоке.

Система (11) допускает существование скачков J_{22} двух типов: 1) σ -скачков, на которых разрыв терпит лишь σ , и 2) α -скачков, на которых разрывны σ , α и λ . Условия сохранения на скачке приводятся к виду

$$\xi_j = \lambda^\pm \frac{G^\pm + v}{\sigma^\pm + v}, \quad \lambda_\alpha = \lambda^\pm \theta^\mp = \frac{G^\pm - \sigma^\pm}{\sigma^\pm + v} \quad (14)$$

$$v = \frac{\chi_\alpha - y^\pm \gamma_\alpha}{1 - y^\pm \beta_\alpha}, \quad \theta^\pm = \frac{\chi_\alpha - v}{\chi^\pm} = \frac{\gamma_\alpha - v \beta_\alpha}{\gamma^\pm}$$

$$f_\alpha = [f] / [\alpha], \quad [f] = f^+ - f^-, \quad f^\pm = f(\xi_j \pm 0)$$

Если поверхность $\Omega(Y)$ при $n=2$ удовлетворяет условию (13), то $v = \chi_\alpha = \gamma_\alpha / \beta_\alpha = \gamma_\beta$ и на α -скачках, так же как и на α -волнах, расход λ остается постоянным.

Кроме законов сохранения скачки должны удовлетворять условиям устойчивости [10], которые находятся из требования существования их внутренней структуры с учетом капиллярных, диффузионных и неравновесных эффектов [11].

Для σ -скачка J_{22} условия устойчивости имеют вид неравенства, которое должно выполняться для всех σ между σ^+ и σ^- [12]

$$[G(\sigma, \alpha) - G(\sigma^-, \alpha)] / (\sigma - \sigma^-) \geq \xi_j, \quad \alpha = \text{const} \quad (15)$$

Условия устойчивости скачков J_{12} и J_{21} имеют вид

$$\begin{aligned} [\lambda^+ G(\sigma^+, \alpha_1) - \lambda^- G(\sigma, \alpha_1)] / (\sigma^+ - \sigma) &\leq \xi_j, \quad \sigma^+ \leq \sigma \leq Y_{11}^+ \\ [\lambda^+ G(\sigma, \alpha_2) - \lambda^- G(\sigma^-, \alpha_2)] / (\sigma - \sigma^-) &\geq \xi_j, \quad Y_{11}^- \leq \sigma \leq \sigma^- \end{aligned} \quad (16)$$

где в данном случае для скачка J_{12} $\lambda^- = \lambda_1 = 1$, $\xi_j = \zeta_1$, $\alpha_1 = (Y_{31}^+ - Y_{32}^+) / (Y_{11}^+ - Y_{12}^+)$, а для скачка J_{21} $\lambda^+ = \lambda_3$, $\xi_j = \zeta_2$, $\alpha_2 = (Y_{31}^- - Y_{32}^-) / (Y_{11}^- - Y_{12}^-)$.

Исследование структуры α -скачка J_{22} , обусловленной капиллярными и диффузионными эффектами, приводит к условиям устойчивости, сходным с полученными в [11]

$$\min(\alpha^+, \alpha^-) \leq W(\sigma) \leq \max(\alpha^+, \alpha^-), \quad \text{sgn}(\alpha) R(\alpha) \leq 0 \quad (17)$$

$$T(\sigma, W(\sigma)) = 0, \quad T(\sigma, \alpha) = \lambda G(\sigma, \alpha) - \lambda^- G(\sigma^-, \alpha^-) - \xi_j(\sigma - \sigma^-)$$

$$\lambda = \frac{\gamma(\alpha^-)}{\gamma(\alpha)} \lambda^- + \frac{\beta(\alpha) - \beta(\alpha^-)}{\gamma(\alpha)} [\xi_j \sigma^- - \lambda^- G(\sigma^-, \alpha^-)] + \xi_j [\gamma(\alpha) - \gamma(\alpha^-)]$$

$$R(\alpha) = \lambda^- G(\sigma^-, \alpha^-) - \xi_j \sigma^- + (\lambda^- \xi_j) [\chi(\alpha) - \chi(\alpha^-)] / (\alpha - \alpha^-)$$

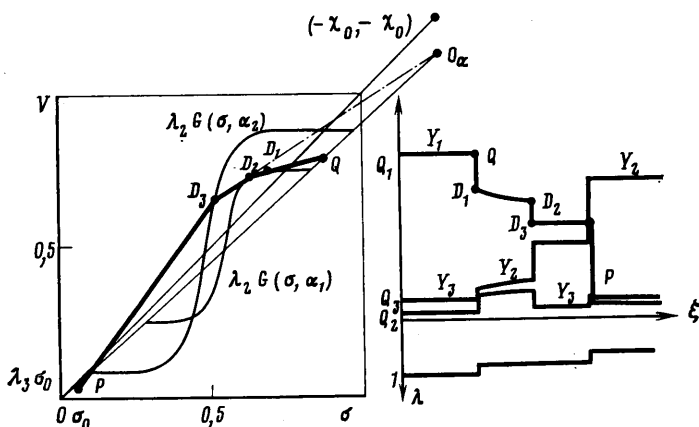
Оба неравенства (17) должны выполняться для всех σ и α из прямоугольника плоскости (σ, α) , ограниченного прямыми $\sigma = \sigma^\pm$ и $\alpha = \alpha^\pm$. При $\lambda^+ = \lambda^-$ второе неравенство (17) принимает вид

$$\text{sgn}(G^\pm - \sigma^\pm) \left[\frac{\chi(\alpha^+) - \chi(\alpha)}{\alpha^+ - \alpha} - \chi_\alpha \right] \geq 0 \quad (18)$$

Здесь первый сомножитель учитывает направленность процесса межфазного массообмена, определяемую соотношением относительных подвижностей фаз. В частности, если вытесняющей (более подвижной) является фаза с преобладающим содержанием нейтрального компонента, то $G^\pm > \sigma^\pm$, в противном случае $G^\pm < \sigma^\pm$; α -скачки с переходом вытесняющей фазы в вытесняемую недопустимы (ими могут быть только σ -скачки). Второй сомножитель в (18) показывает, что межфазный массообмен в переходной зоне, отвечающей α -скачку, является однонаправленным [5] и отрезок прямой, соединяющий точки $\alpha = \alpha^+$ и $\alpha = \alpha^-$ кривой $\chi(\alpha)$, не имеет с ней других точек пересечения.

Соотношениями (10), (12), (14)–(17) полностью определяется решение в зоне двухфазного течения. Основные трудности его построения связаны с проверкой условий (17). Конструктивный алгоритм можно указать лишь тогда, когда выполняется условие (13) и $\lambda(\xi) = \lambda_2 = \text{const}$ при $\zeta_1 < \xi < \zeta_2$. В этом случае характер изменения составов фаз в потоке однозначно определяется направленностью процесса межфазного массообмена, видом функции $\chi(\alpha)$ и значениями $\alpha_1 = \alpha(\zeta_1)$, $\alpha_2 = \alpha(\zeta_2)$, т. е. в конечном счете — условиями фазового равновесия. В данном случае первый сомножитель в неравенстве (18) положителен и определение последовательности чередования α -волн и α -скачков при изменении α от α_1 до α_2 сводится к построению невыпуклой, если $\alpha_1 > \alpha_2$, или вогнутой, если $\alpha_1 < \alpha_2$, облоочки функции $\chi(\alpha)$ на отрезке от α_1 до α_2 . Ее выпуклым ($\chi_{\alpha\alpha}'' > 0$) или вогнутым ($\chi_{\alpha\alpha}'' < 0$) дугам будут отвечать α -волны, а спрямляющим их от-

резкам прямых — α -скачки [4]. Если функция $\chi(\alpha)$ линейна, то изменение α от α_1 до α_2 всегда происходит скачком. При этом мгновенный центр поворота образующей соответствующей линейчатой части поверхности $\Omega(Y)$ неподвижен в пространстве Y (его координаты даются выражениями $Y_1 = -\chi\alpha' = -\gamma\beta' = -\gamma\alpha'/\beta\alpha'$, $Y_2 = \chi(\alpha) - \alpha\chi\alpha'$, $Y_3 = \gamma(\alpha) - \beta(\alpha)\gamma\alpha'/\beta\alpha'$) и, следовательно, эта часть поверхности $\Omega(Y)$ коническая.



Фиг. 4

Построение решения при выполнении условия (13) производится во вспомогательной плоскости (σ, V) , где $V = \lambda G(\sigma, \alpha)$, и сводится к построению кривой $L(\sigma)$, называемой путем [3] и заданной в параметрическом виде соотношениями (8), (10), в которых ξ меняется от 0 до ∞ . Если путь построен, то $\xi = dL(\sigma)/d\sigma$.

На фиг. 4 показан пример построения пути и распределений концентраций компонентов в потоке Y_i , отвечающих процессу вытеснения нефти обогащенным газом [1, 2], в случае линейной функции $\chi(\alpha) = \chi_0\alpha + \chi_1$ при изменении α от α_1 до α_2 .

В данном случае величины $\xi_1, \xi_2, \lambda_2, \lambda_3, \sigma_1 = \sigma(\xi_1 + 0)$ и $\sigma_2 = \sigma(\xi_2 - 0)$ связаны соотношениями

$$\frac{\lambda_2 - \xi_1}{\lambda_1 - \xi_1} = \frac{Q_3 - \alpha_1 Q_1}{\chi(\alpha_1)} = a_1, \quad \frac{\lambda_2 - \xi_2}{\lambda_3 - \xi_2} = \frac{P_3 - \alpha_2 P_1}{\chi(\alpha_2)} = a_2$$

$$\xi_1 = \lambda_2 G'_\sigma(\sigma_1, \alpha_1) = \frac{\lambda_1 Q_1 - \lambda_2 G(\sigma_1, \alpha_1)}{Q_1 - \sigma_1} \quad (19)$$

$$\xi_2 = \frac{\lambda_3 P_1 - \lambda_2 G(\sigma_2, \alpha_2)}{P_1 - \sigma_2}$$

$$\frac{G(\sigma^-, \alpha_1) + \chi_0}{\sigma^- + \chi_0} = \frac{G(\sigma_2, \alpha_2) + \chi_0}{\sigma_2 + \chi_0} = G'_\sigma(\sigma^-, \alpha_1)$$

где σ^- — значение σ за α -скачком. Решение системы (19) сводится к отысканию σ_1 из уравнения

$$1 - \frac{1}{G'_\sigma(\sigma_1, \alpha_1)} = \frac{G(\sigma_1, \alpha_1) - \sigma_1}{a_1 G(\sigma_1, \alpha_1) - Q_1}$$

после чего последовательно вычисляются остальные неизвестные. Значение σ^- находится графически как абсцисса точки касания луча, проходящего через точку $Q_\alpha = (-\chi_0, -\lambda_2 \chi_0)$, с кривой $V = \lambda_2 G(\sigma, \alpha_1)$.

Сходным образом строится решение задачи (3), (7) при произвольном положении точек P и Q на ПФД, в частности если точка P находится в области двухфазного состояния системы Δ'' . Тогда граница $\xi = \xi_2$ невозмущенной части пласта может быть либо σ -скачком, либо α -скачком, либо точкой непрерывного сопряжения σ -волны с областью постоянства концентраций $\xi \geq \xi_2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н., Бондарев Э. А., Миркин М. И. и др. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М.: Недра, 1968. 190 с.
2. Розенберг М. Д., Кундин С. А., Курбанов А. К., Суворов Н. И. Шовкринский Г. Ю. Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах. М.: Недра, 1969. 453 с.
3. Енгов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов).— Усп. механики, 1981, т. 4, № 3, с. 41—79.
4. Заковский А. Ф. О вытеснении нефти растворителями и солюбилизирующими растворами ПАВ. Препринт № 195, 1982.
5. Бедриковецкий П. Г., Дорфман Я. Е. Нелинейные волны в процессах двухфазной трехкомпонентной фильтрации.— Докл. АН СССР, 1982, т. 264, № 1, с. 60—65.
6. Зискин Е. А., Рыжик В. М. Автомодельные решения задачи двухфазного вытеснения нефти раствором активной примеси с учетом массообмена между фазами.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 66—73.
7. Енгов В. М., Желтов Ю. В., Маргос В. Н., Рыжик В. М., Ступоченко В. Е., Хавкин А. Я. О вытеснении нефти водой из глинизированных пластов.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 59—65.
8. Аюсов В. Я., Озерова М. И., Фиалков Ю. Я. Основы физико-химического анализа. М.: Наука, 1976. 503 с.
9. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978. 399 с.
10. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 687 с.
11. Алишайева О. М., Енгов В. М., Заковский А. Ф. О структуре сопряженных скачков насыщенности и концентрации в задачах вытеснения нефти раствором активной примеси.— ПМТФ, 1982, № 5, с. 93—102.
12. Олейник О. А. О единственности и устойчивости обобщенного решения задачи Коши для квазилинейного уравнения.— Усп. матем. наук, 1959, т. 14, вып. 2, с. 165—170.

Москва

Поступила в редакцию
13.IV.1984