

Данные результаты позволяют, во-первых, сделать заключение о возможности применения метода крупных частиц для анализа обтекания решеток профилей периферийных сечений рабочих венцов последних ступеней и определения расхода через них. Во-вторых, определение G_{2t} представляется практически целесообразным, так как расход с учетом двумерного характера обтекания существенно отличается от расхода через «горло» решетки в одномерной постановке. В-третьих, для типичных решеток профилей как качественно, так и количественно показано, что G_t существенно зависит не только от формы решетки, но и от условий на входе, что должно учитываться при расчетах ступеней на переменных режимах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеева Р. Н. Обтекание периферийных сечений длинных лопаток при дозвуковых скоростях на входе.— Теплоэнергетика, 1968, № 6, с. 41–44.
2. Лукин В. В., Майорский Е. В. Исследования критической линии, расходных характеристик в решетках с большим относительным шагом.— Изв. вузов. Энергетика, 1972, № 9, с. 37–38.
3. Майорский Е. В., Куликов В. Д. Исследование трансзвукового обтекания решетки профилей с большим относительным шагом.— Тр. МЭИ, 1982, вып. № 574, с. 81–89.
4. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. 392 с.
5. Давыдов Ю. М. Крупных частиц метод.— В кн.: Математическая энциклопедия. Т. 3. М.: Сов. энциклопедия, 1982, с. 125–129.
6. Численное решение многомерных задач газовой динамики/Под ред. Годунова С. К. М.: Наука, 1976. 400 с.

Москва

Поступила в редакцию
14.VI.1983

УДК 533.6.011.3/5

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ СФЕРЫ ИЛИ ЦИЛИНДРА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЧИСЛЕ МАХА НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА

ПОКРОВСКИЙ А. Н., ФРОЛОВ Л. Г.

На основе результатов численных расчетов [1–4] распределения давления по поверхности сферы или цилиндра при поперечном обтекании в диапазоне $0 \leq \theta \leq \pi/2$, где θ – угол, отсчитываемый от критической точки вдоль меридиональной плоскости, предложены простые аналитические формулы для определения давления при любых числах Маха набегающего потока M_∞ . Газ предполагается идеальным и совершенным.

В настоящее время существуют таблицы значений газодинамических функций на поверхности сферы или цилиндра только при их сверхзвуковом обтекании (см., например, [1]). Но значения в них представлены для дискретных чисел M_∞ и углов θ . При дозвуковых скоростях набегающего потока подобных таблиц нет, а опубликованы лишь отдельные графические результаты численных расчетов распределения давления [2–5]. Однако иногда для оценки величины давления на поверхности сферы или цилиндра необходимо иметь аналитическую формулу, описывающую распределение давления для сверх- и дозвуковых чисел M_∞ .

Предположим, что распределение давления по поверхности указанных тел подчиняется формуле

$$\frac{p}{p_0} = \exp(\beta_1 \theta^2 + \beta_2 \theta^3 + \beta_3 \theta^4 + \dots), \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

Здесь p_0 – значение давления в критической точке, функции β_i зависят только от квадрата числа Крукко

$$\alpha = \left(\frac{V_\infty}{V_{\max}} \right)^2 = \frac{1/2(\kappa-1)M_\infty^2}{1+1/2(\kappa-1)M_\infty^2}$$

где $\kappa=1,4$ – показатель адиабаты.

Таблица 1

Формула	$M_\infty = 1,5$		2		3		4		5	
	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ
A	2,1	70	1,4	90	0,9	90	0,4	85	1,1	90
B	1,8	70	4,7	85	13	90	17	85	27	90
(3)	66	80	57	80	40	80	31	75	24	70
(4)	80	90	61,5	90	52	90	15	85	48	90

Формула	6		7		8		10		20	
	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ
A	0,8	85	1,3	90	1,2	90	1,0	90	1,3	70
B	27	85	36	90	39	90	43	90	50	90
(3)	21	75	36	90	41	90	40	90	55	90
(4)	12	85	46	90	46	90	46	90	45	90

Таблица 2

Формула	$M_\infty = 1,5$	2	3	5	7	8	10	20
C	1,5	0,1*	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	0,3
D	1,4	0,5	1,5	2,6	3,3	3,5	3,8	7,3
(3)	44	25	13	5,7	3,7	3,2	2,6	2,0
(4)	15	3,24	0,4	0,3*	0,1	0,3	0,3	0,4

Аппроксимируя численные результаты [1], получим формулу для определения давления на поверхности сферы при $M_\infty \geq 1$

$$\frac{p}{p_0} = \exp(\beta_1 \theta^2 + \beta_2 \theta^3) \quad (1)$$

$$\beta_1 = -1,19 + 0,7(1 - \alpha)^{1,6}, \quad \beta_2 = -0,17(\alpha - 0,1667)^{2,4} \quad (2)$$

Известны и другие формулы для расчета давления на сфере. Следующая зависимость [6]

$$\frac{p}{p_0} = 1 - 1,17 \sin^2 \theta + 0,225 \sin^6 \theta \quad (3)$$

хорошо аппроксимирует распределение давления при скоростях потока $M_\infty > 10$.

В работе [7] для чисел $M_\infty > 3$ и $\kappa = 1,4$ предложена другая формула

$$\frac{p}{p_0} = 1 - (1,525 - 1,85\rho_1) \sin^2 \theta + (0,487 - 1,32\rho_1) \sin^4 \theta \quad (4)$$

$$\rho_1 = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} + \frac{2}{(\kappa + 1)M_\infty^2}$$

В табл. 1 приведены максимальные относительные погрешности Δp формул (1), (2) (в таблице обозначено буквой А), (1), (2), при $\beta_2 = 0$ (буква В), а также (3) и (4), и значения углов θ в градусах, при которых они достигаются. При этом

$$\Delta p = \max_{0 \leq \theta \leq \pi/2} \left(\frac{p(\theta) - p_T(\theta)}{p_T(\theta)} \right) \cdot 100\%$$

где p_T — давление из работы [1]. Видно, что максимальная относительная погрешность Δp распределения давления по формулам (1), (2) не превосходит 2,3% при числах $1,5 \leq M_\infty$. Максимальные относительные погрешности коэффициента волнового сопротивления Δc_x сферического сегмента с полууглом раствора θ

$$c_x = \frac{4}{\sin^2 \theta} \frac{p_0}{\rho_\infty u_\infty^2} \int_0^\theta \frac{p}{p_0} \cos \theta \sin \theta d\theta - \frac{2}{\kappa M_\infty^2}$$

определенного по формулам (1), (2) (в таблице обозначено буквой C), (1), (2), $\beta_2 = 0$ (буква D), (3) и (4), показано в табл. 2. Максимальные величины Δs_x достигаются при $\theta = 90^\circ$, за исключением случаев, отмеченных звездочками, в которых $\theta = 75^\circ$.

При числе $M_\infty \leq 1$ коэффициенты β_1 и β_2 в формуле (1) представляются в виде

$$\beta_1 = -7,875\alpha + 28,5\alpha^2 - 31,58\alpha^3, \quad \beta_2 = 0 \quad (5)$$

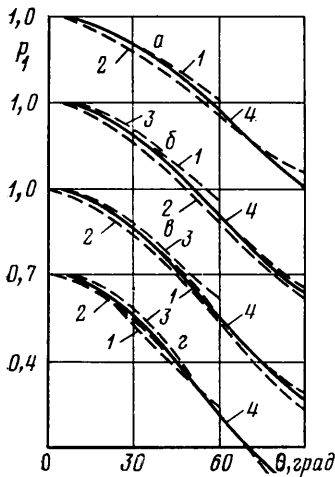
На фиг. 1 представлено сравнение результатов расчетов величины давления $p_1 = p/p_0$ по уравнениям (1), (5) — кривые 4, с данными работ [2] — кривые 3 и [3] — кривые 2. Буквы над кривыми $a, b, в, г$ соответствуют числам $M_\infty = 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$. Расчетные данные работы [4] (кривые 1) представлены для чисел $M_\infty = 0,59$ (a); $0,666$ (b); $0,75$ ($в$); $0,96$ ($г$). Наблюдается удовлетворительное согласование значений $p_1 = p/p_0$ во всем диапазоне $0 \leq \theta \leq \pi/2$, хотя сами численные результаты несколько расходятся.

Рассмотрим теперь поперечное обтекание кругового цилиндра идеальным совершенным газом. Аппроксимация численных результатов работы [1] приводит к выражению при $M_\infty \geq 1$

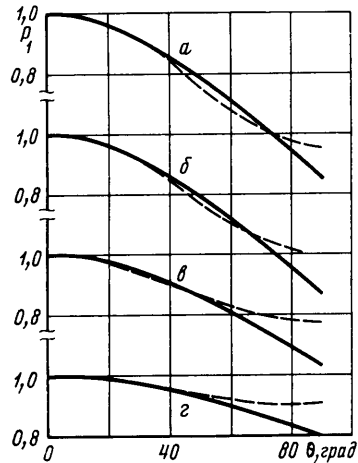
$$\frac{p}{p_0} = \exp(\gamma_1 \theta^2 + \gamma_2 \theta^4 + \gamma_3 \theta^6) \quad (6)$$

$$\gamma_1 = -1,061(\alpha + 0,02)^{0,4}, \quad \gamma_2 = 0, \quad \gamma_3 = -0,03577 + 0,058\alpha - 0,029\alpha^2 \quad (7)$$

В табл. 3 приведены максимальные относительные погрешности Δp формул (6), (7) (в таблице буква E) и формул (6), (7), $\gamma_3 = 0$ (буква F), и углы θ , при которых



Фиг. 1



Фиг. 2

они достигаются. Видно, что величина Δp не превосходит 2% при $M_\infty \geq 2$ и углах $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

При $M_\infty \leq 1$ выражения коэффициентов $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ имеют вид

$$\gamma_1 = -14\alpha + 116,4\alpha^2 - 311,52\alpha^3; \quad \gamma_2 = 167,93\alpha(0,1667 - \alpha)^2, \\ \gamma_3 = -0,6222\alpha + 4,27\alpha^2 - 9,0342\alpha^3 \quad (8)$$

На фиг. 2 показано сравнение результатов расчетов по формулам (6), (8) (сплошные кривые) с данными работы [5] (штриховые линии) при различных числах M_∞ . Буквы над кривыми $a, б, в, г$ соответствуют числам $M_\infty = 0,39; 0,37; 0,28; 0,19$. Удовлетворительное согласование данных наблюдается для углов $\theta \leq \pi/4$. Расхождение результатов при $\theta > \pi/4$ объясняется недостаточно точными данными работы [5].

Таблица 3

Формула	$M_\infty = 2$		4		6		8		10		20	
	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ	Δp	θ
E	1,3	90	0,6	80	0,3	80	0,4	80	0,5	80	0,5	80
F	29	90	14	90	12	90	12	90	11	90	11	90

Представленные формулы для распределения давления по поверхности сферы или цилиндра описывают результаты теоретических расчетов и при сравнении с экспериментальными данными может наблюдаться расхождение при $1,2 \leq \theta \leq \pi/2$ из-за существенного влияния вязкости газа на характер обтекания тела. Все это необходимо учитывать при пользовании указанными формулами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течение газа около тупых тел. Ч. 2. М.: Наука, 1970. 379 с.
2. Липницкий Ю. М., Лифшиц Ю. Б. О расчете обтекания тел вращения трансзвуковым потоком.— ПММ, 1970, т. 34, № 3, с. 508—513.
3. Вышинский В. В. Метод расчета околозвукового осесимметричного обтекания тел вращения.— Тр. ЦАГИ, 1981, вып. 2109, с. 13—29.
4. Jaikrishnan K. R., Szeri A. Z., Rohrer W. M. A study of transonic flow around spheres.— J. Fluid Mech., 1977, v. 80, № 1, p. 17—31.
5. Киселев Б. М. Обтекание тел заданной формы плоским дозвуковым потоком газа.— Сборник теорет. работ по аэродинамике. М.: Оборонгиз, 1957, с. 11—26.
6. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
7. Лунев В. В., Павлов В. Г., Синченко С. Г. Гиперзвуковое обтекание сферы равномерно-диссоциирующим воздухом.— Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1966, т. 6, № 1, с. 121—129.

Москва

Поступила в редакцию
19.1.1984

УДК 533.6.011.72:532.529

К ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО И МАХОВСКОГО ОТРАЖЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В ДВУХФАЗНОЙ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ

ВОЛОШИНОВ А. В., КОВАЛЕВ А. Д., ШИНДЯПИН Г. П.

С помощью равновесной модели двухфазной газожидкостной среды, учитывающей содержание, плотность, сжимаемость компонент и отличающейся от [1] введением адиабатической скорости звука, исследуется регулярное и маховское (элементарная теория) отражение ударной волны умеренной интенсивности от твердой стенки во всем диапазоне газосодержаний. Выявлена сложная немонотонная зависимость давления на стенке за отраженной волной, угла отражения и угла отхода тройной точки от газосодержания, угла падения и интенсивности падающей волны. В частности, показано, что наклонное отражение при умеренных и малых газосодержаниях приводит к образованию более сильной отраженной ударной волны, чем нормальное отражение. Влияние газосодержания на положение границы между областями регулярного и маховского отражения исследовано ранее в [2]. Описаны результаты серийных расчетов параметров отражения для воздушно-водяной смеси, которые для нормального отражения хорошо согласуются с известными экспериментальными данными [3] при малых и умеренных газосодержаниях. В предельном случае результаты согласуются с известными результатами для однофазных сред [4, 5].

1. Теоретические [1, 2, 6] и экспериментальные [1, 3] исследования показывают, что процесс отражения ударной волны умеренной интенсивности от твердой стенки в двухфазной газожидкостной среде может быть описан равновесной моделью газожидкостной смеси. Влияние газосодержания на параметры регулярного отражения и положение границы перехода от регулярного к маховскому отражению исследовалось в [2].

В случае нестационарного маховского отражения (элементарная теория) в автотельных переменных, используя условия динамической совместности [2] на фронтах падающей, отраженной и маховской ударных волн, а также условия на линии контактного разрыва, получим систему алгебраических уравнений для определения интенсивности ϵ_{30} , угла отражения β и угла отхода тройной точки χ

$$P_{31}^2 \operatorname{tg}^2 \beta = (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \frac{\rho_1}{\rho_0} \left(\frac{v_1}{c_0} \right)^2 N(P_{31})$$

$$\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{u_1}{c_0} - \xi_1 \right) \left[P_{31} \frac{\rho_0 c_0}{\rho_1 u_1} + \eta_1 - \frac{v_1}{c_0} \right]^{-1}$$