

## ЛИТЕРАТУРА

1. Савченко В. П. Смещение газовых и нефтяных залежей.— Нефть. хоз-во, 1952, № 12, с. 22–26; 1953, № 1, с. 36–41.
2. Hubbert M. K. Entrapment of petroleum under hydrodynamic conditions.— Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geologists, 1953, v. 37, № 8, p. 1954–2026.
3. Чарный И. А., Томельгас В. А. О смещении газовых и нефтяных месторождений в потоке пластовых вод.— В кн.: Добыча нефти. М.: Недра, 1964, с. 96–102.
4. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.

Харьков  
Джамбул  
Москва

Поступила в редакцию  
17.IV.1984.

УДК 532.72

### ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПРОТОЧНОГО ХИМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА

БЕРМАН В. С., КУРДЮМОВ В. Н., РЯЗАНЦЕВ Ю. С.

Одной из фундаментальных проблем в теории химических реакторов является определение числа стационарных режимов и их устойчивости. Задача о числе стационарных режимов рассматривалась во многих работах, например в [1–4]. Устойчивость стационарного режима обычно устанавливается из анализа поведения малых возмущений. Соответствующая линейная краевая задача для возмущений в основном исследовалась в предельных случаях идеального перемешивания и идеального вытеснения. При учете продольного перемешивания были получены лишь критерии устойчивости, налагающие на параметры достаточно жесткие ограничения [5].

В данной работе путем численного анализа проведено исследование устойчивости стационарных распределений концентрации в изотермическом проточном химическом реакторе с продольным перемешиванием в случае одной химической реакции. Получены собственные числа задачи Штурма—Лиувилля, которые полностью характеризуют устойчивость, для нескольких зависимостей скорости химической реакции от концентрации. Знание собственных чисел необходимо, например, для построения системы стабилизации неустойчивого режима, предложенной в [6].

В безразмерных переменных уравнение и граничные условия для концентрации реагента в проточном одномерном изотермическом реакторе можно записать в виде

$$\frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial c}{\partial x} - \varphi(c) = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (1)$$

$$x=0, \quad \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial c}{\partial x} = c-1 \quad (2)$$

$$x=1, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$c=C/C_0, \quad x=X/l, \quad \text{Pe}=ul/D, \quad \varphi(c)=l\varphi(C)/uC_0$$

где  $X$  — координата вдоль реактора,  $l$  — длина реактора,  $D$  — эффективный коэффициент диффузии,  $u$  — скорость входного потока,  $C$  — концентрация,  $C_0$  — концентрация во входном потоке,  $\text{Pe}$  — число Пекле,  $\varphi(c)$  — зависимость скорости химической реакции от концентрации.

Стационарные распределения  $c_s(x)$  являются решением задачи (1)–(3) при  $\partial c/\partial t=0$ . Под устойчивостью в данном случае подразумевается затухание малых возмущений стационарного распределения на больших временах. Линеаризуем (1)–(3) около стационарного распределения  $c_s(x)$

$$c=c_s(x) + \varepsilon g(x, t) \exp\left(\frac{\text{Pe} x}{2}\right) \quad (4)$$

где  $\varepsilon \ll 1$ .

Для функции  $g(x, t)$  уравнения и граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - \left( \frac{\text{Pe}}{4} + \varphi'(c_s(x)) \right) g \quad (5)$$

$$x=0, \quad \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{Pe}{2} g=0 \quad (6)$$

$$x=1, \quad \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{Pe}{2} g=0 \quad (7)$$

где  $\varphi'(c)$  – производная  $\varphi(c)$ . В правой части уравнения (5) стоит самосопряженный оператор. Функции  $g(x, t)$  можно искать в виде [7]

$$g(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \Phi_n(x) \exp(-\lambda_n t) \quad (8)$$

где  $A_n$  – весовые множители, а  $\lambda_n$  и  $\Phi_n(x)$  – собственные значения и соответствующие им собственные функции следующей задачи Штурма – Лиувилля:

$$\frac{1}{Pe} \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + (\lambda_n - q(x)) \Phi_n = 0 \quad (9)$$

$$x=0, \quad \frac{d\Phi_n}{dx} - \frac{Pe}{2} \Phi_n = 0 \quad (10)$$

$$x=1, \quad \frac{d\Phi_n}{dx} + \frac{Pe}{2} \Phi_n = 0 \quad (11)$$

$$q(x) = \frac{Pe}{4} + \varphi'(c_s(x))$$

Так как  $\lambda_i \leq \lambda_{i+1}$  [7], то для исследования устойчивости стационарного режима  $c_s(x)$  достаточно знать первое собственное значение  $\lambda_1$ : при  $\lambda_1 > 0$  режим устойчив, при  $\lambda_1 < 0$  – не устойчив. При  $\lambda_1 = 0$  требуется особое рассмотрение.

Каждое собственное значение  $\lambda_n$  удовлетворяет неравенству [7]

$$\frac{\mu_n^2}{Pe} + q_m \leq \lambda_n \leq \frac{\mu_n^2}{Pe} + q_M \quad (12)$$

где

$$q_M = \max_{x \in [0,1]} q(x), \quad q_m = \min_{x \in [0,1]} q(x)$$

где  $\mu_n$  –  $n$ -е положительное решение следующего уравнения:

$$\operatorname{ctg} \mu = \frac{1}{Pe} \left( \mu - \frac{Pe^2}{4\mu} \right)$$

Для нахождения стационарного распределения из (1)–(3) и определения  $\lambda$  из (9)–(11) использовался метод стрельбы [8]. В первом случае пристрелочным параметром было значение концентрации на правом конце, во втором случае –  $\lambda$ , которое изменялось от нижней оценки (12) для  $\lambda_1$ .

Для нескольких законов скорости реакции от концентрации, моделирующих автотокаталитические реакции, получаем зависимости  $\lambda_1$  от параметров. Результаты представлены на фиг. 1–5.

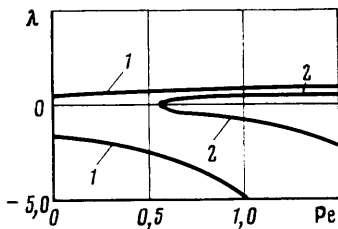
На всех фигурах выделены точки, в которых граничат кривые, соответствующие разным стационарным состояниям.

**1. Случай  $\varphi(c) = kc/c$ .** При данной зависимости скорости химической реакции от концентрации возможны ноль, один и два стационарных режима [9]. В случае двух режимов на графике  $c(x)$  одно распределение будет выше другого. Назовем их соответственно верхним и нижним. На фиг. 1 представлена зависимость  $\lambda_1$  от  $Pe$  для различных значений  $k$ . Кривые 1 соответствуют  $k=0,2$ , 2 –  $k=0,27$ . На фиг. 2 представлена зависимость  $\lambda_1$  от  $k$  для различных  $Pe$ . Кривые 1 –  $Pe=0,5$ , 2 –  $Pe=1,0$ . Положительные ветви соответствуют верхнему стационарному состоянию, отрицательные – нижнему. Нижнее состояние неустойчиво.

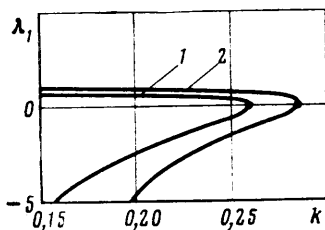
**2. Случай  $\varphi(c) = \Gamma c$ ,  $0 \leq c \leq c_*$ ;  $k/c$ ,  $c_* \leq c$ ,  $c_* = \sqrt{k\Gamma}$ .** При данной зависимости  $\varphi(c)$  возможны один, два и три стационарных режима [10]. В случае существования трех режимов назовем их нижним, средним и верхним, что соответствует расположению их графиков  $c(x)$ .

На фиг. 3 представлена зависимость  $\lambda_1$  от  $Pe$  при различных  $k$  (сплошной линией  $k=0,2$ , пунктирной  $k=0,27$ ).  $\Gamma=10$  для обоих случаев. Ветви  $\lambda_1$  относятся к

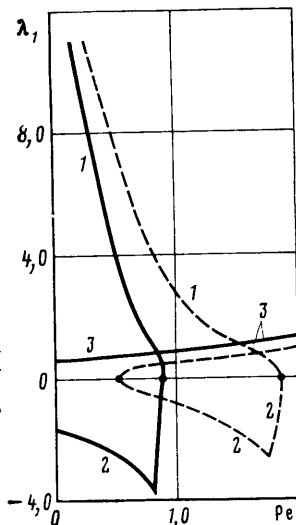
режимам в следующем порядке: 1 – нижний, 2 – средний, 3 – верхний. Для случая  $k=0,2$  при  $Re < 0,89$  существуют три стационарных режима, средний режим неустойчив. Для  $k=0,27$  три режима существуют при  $0,52 < Re < 1,84$ , средний режим неустойчив. На фиг. 4 представлена зависимость  $\lambda_1$  от  $k$  при  $Re=0,5$ ,  $\Gamma=10$ . Ветви соотносятся к режимам в том же порядке. Три режима существуют при  $0,158 < k < 0,268$ , средний режим неустойчив.



Фиг. 1

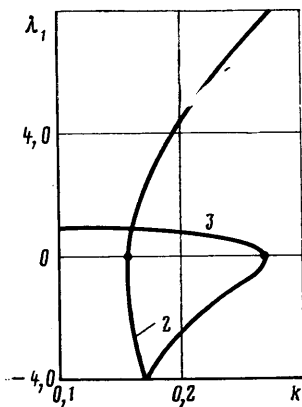


Фиг. 2

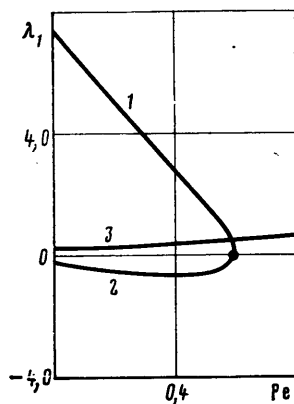


Фиг. 3

3. Случай  $\varphi(c) = \Gamma c / (1 + kc)^2$ . При данной зависимости  $\varphi(c)$  возможны один, два и три стационарных режима [4]. В случае существования трех режимов назовем их нижним, верхним и средним (как и для предыдущей зависимости  $\varphi(c)$ ). На фиг. 5 представлена зависимость  $\lambda_1$  от  $Re$  при  $k=12$ ,  $\Gamma=50$ . Соответствие ветвей  $\lambda_1$  то же, что и на фиг. 3: 1 – нижний, 2 – средний, 3 – верхний. При  $Re < 0,58$  существуют три режима, средний неустойчив.



Фиг. 4



Фиг. 5

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что в случае существования трех режимов средний неустойчив. Изломы на фиг. 3 и 4 являются следствием кусочной гладкости зависимости скорости химической реакции от концентрации.

Интересно, что для всех рассмотренных неустойчивых режимов расчеты показали положительность  $\lambda_2$ , т. е. неустойчива первая мода.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Chemical reactor theory. Englewood Cliffs, New-Jersey: Prentice – Hall, 1977. 856 p.
2. Hlaváček V., Hofmann H. Steady state axial heat and mass transfer in tubular reactors. An analysis of the uniqueness of solutions. – Chem. Engng Sci., 1970, v. 25, № 1, p. 173.

3. *Plavaček V., Hofmann H., Kubiček M.* Transient axial heat and mass transfer in tubular reactors. The stability considerations.— Chem. Engng Sci., 1971, v. 26, № 10, p. 1629–1634.
4. *Берман В. С., Рязанцев Ю. С., Шевцова В. М.* О числе стационарных режимов одномерного проточного химического реактора с реакцией типа автокаталитической.— Физика горения и взрыва, 1983, т. 19, № 1, с. 56–60.
5. *Guralo Yu. P., Ryzantsev Yu. S.* On the stability of the steadystate conditions in a tubular reactor with axial heat and mass transfer.— Chem. Engng Sci., 1969, v. 24, № 9, p. 1441–1444.
6. *Бучин В. А.* Стабилизация неустойчивого режима работы химического реактора как объекта с распределенными параметрами с помощью сосредоточенных систем управления.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 6, с. 4–16.
7. *Арсенин В. Я.* Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1974. 431 с.
8. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
9. *Берман В. С., Востоков В. В.* Точное решение нелинейной краевой задачи теории химических реакторов.— ПММ, 1982, т. 46, № 3, с. 517–521.
10. *Берман В. С., Востоков В. В., Рязанцев Ю. С.* О множественности стационарных режимов в проточной системе с химической реакцией.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 3, с. 177–180.

Москва

Поступила в редакцию  
15.V.1984

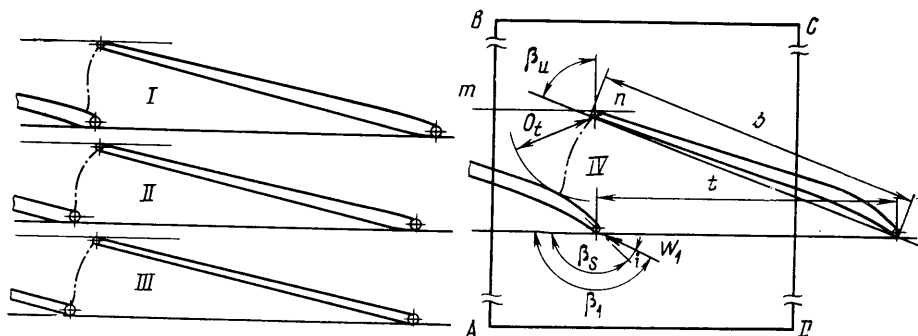
УДК 533.6.011

### ИССЛЕДОВАНИЕ КРИТИЧЕСКОГО РАСХОДА ЧЕРЕЗ РЕШЕТКИ ТОНКИХ СЛАБОИЗОГНУТЫХ ПРОФИЛЕЙ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ

ДАВЫДОВ Ю. М., КУЛИКОВ В. Д., МАЙОРСКИЙ Е. В.

Численно методом крупных частиц и экспериментально проведено исследование критического расхода через плоские решетки крыловых профилей при дозвуковых скоростях и переменных углах на входе и больших сверхзвуковых скоростях на выходе. Представлены зависимости критического расхода от углов входа для различных типов решеток.

Решетки тонких слабоизогнутых профилей с большим относительным шагом  $T=t/b$  ( $t$  – шаг профилей,  $b$  – хорда профилей) (фиг. 1) обычны для периферийных сечений рабочих венцов последних ступеней мощных паровых турбин. Обтекание таких решеток происходит при до- и околосзвуковых скоростях на входе и больших сверхзвуковых скоростях на выходе (до  $M=W/a=2,0$ , где  $W$  – скорость потока газа,  $a$  – местная скорость звука).



Фиг. 1

Определение критического расхода через каждое расчетное сечение по высоте ступени при ее тепловом расчете, необходимое для определения основных конструктивных размеров, в настоящее время проводится в одномерной постановке. При этом критический расход  $G_{i1}$  в каждом расчетном сечении ступени на данной высоте определяется для минимального проходного сечения решетки профилей – «горла» ( $O_i$ , фиг. 1) – в предположении, что параметры потока здесь постоянны и равны критическим, а векторы скорости нормальны к линии «горла» и расположены под углом  $\beta_t = \arcsin O_i/t$  к фронту решетки  $mn$ .