УДК 532.546:556.3

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ СМЕЩЕНИЯ НЕФТЯНОЙ ЗАЛЕЖИ В ПОТОКЕ ПЛАСТОВЫХ ВОД

ГУТНИКОВ А. И., ЖОЛДАСОВ А., ЗАКИРОВ С. Н.

Нестационарные задачи о смещении газовых и нефтяных залежей в фильтрационном потоке пластовых вод представляют определенный интерес для нефтегазовой гидрогеологии, а также при проектировании и анализе процессов разработки месторождений. Во-первых, изменение гидрогеологической обстановки в районе уже сформировавшихся залежей влечет за собой их смещение. Во-вторых, при разработке одной из двух близко расположенных залежей происходит смещение другой в образовавшемся искусственном потоке пластовых вод. В работах [1–3] исследовалась стационарная конфигурация газоводяного или водонефтяного контактов при наличии фильтрационного потока пластовых вод под залежью. Рассматриваемая ниже нестационарная задача – обобщение задачи работы [3]. Характерной ее особенностью является наличие подвижных границ, разделяющих в плане области с фильтрацией различных флюидов.

1. Рассмотрим полосообразный водоносный пласт, к гидродинамической ловушке которого приурочена нефтяная залежь [3]. Введем координату s вдоль подошвы пласта, $s_*(t)$ и $s^*(t)$ – координаты концевых точек контакта нефти и воды (подвижные границы), $h_0(s)$ – толщина пласта, b – его ширина, $\alpha(s)$ – угол падения, $h(s,\ t)$ и $h_н(s,\ t)$ – толщины водо- и нефтенасыщенной частей пласта ($h+h_н=h_0$). Водоносный пласт однороден по коллекторским свойствам, k и m – коэффициенты проницаемости и пористости. Жидкости предполагаются несжимаемыми; $\rho_в$, $\mu_в$ и $\rho_н$, $\mu_н$ – плотности и коэффициенты динамической вязкости воды и нефти соответственно.

Фильтрация воды и нефти в пласте описывается следующими уравнениями:

$$m\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial s}\left[h\frac{k}{\mu_в}\left[\frac{\partial p}{\partial s}+g\rho_в\frac{\partial}{\partial s}(h\cos\alpha)-g\rho_в\sin\alpha\right]\right\}=0 \qquad (1.1)$$

$$m\frac{\partial h_н}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial s}\left\{h_н\frac{k}{\mu_н}\left[\frac{\partial p}{\partial s}+g\rho_н\frac{\partial}{\partial s}(h\cos\alpha)-g\rho_н\sin\alpha\right]\right\}=0 \qquad (1.2)$$

В уравнениях давление p отнесено к границе раздела нефть – вода, а в области, где она отсутствует,– к кровле пласта. Складывая уравнения (1.1) и (1.2) и учитывая, что $\partial h/\partial t=-\partial h_н/\partial t$, легко определить первый интеграл системы (1.1), (1.2), который связан с дебитом воды $Q(t)$ вне площади нефтеносности

$$Q(t)=-\frac{bkh}{\mu_в}\left[\frac{\partial p}{\partial s}+g\rho_в\frac{\partial}{\partial s}(h\cos\alpha)-g\rho_в\sin\alpha\right]-$$

$$-\frac{bkh_н}{\mu_н}\left[\frac{\partial p}{\partial s}+g\rho_н\frac{\partial}{\partial s}(h\cos\alpha)-g\rho_н\sin\alpha\right]$$

Определяя отсюда величину $\partial p/\partial s$ и подставляя ее в уравнение (1.1), после преобразований будем иметь искомое дифференциальное уравнение для ординат контакта нефти и воды (в безразмерном виде)

$$\frac{\partial h}{\partial t}+qQ(t)\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\mu_0 h}{\mu_0 h+h_н}\right)-\frac{\partial}{\partial s}\left\{\frac{hh_н}{\mu_0 h+h_н}\left[\frac{\partial}{\partial s}(h\cos\alpha)-\sin\alpha\right]\right\}=0 \qquad (1.3)$$

$$q=\frac{\mu_в Q_\alpha}{kbr_\alpha g\Delta\rho}$$

где $\mu_0=\mu_н/\mu_в$ – отношение коэффициентов динамической вязкости нефти и воды, $\Delta\rho=\rho_в-\rho_н$. При переходе к безразмерным величинам в качестве основных размерных величин принято характерное расстояние r_α и характерный дебит воды Q_α, а в качестве производной величины – характерное время $t_\alpha=(m\mu_в r_\alpha)/(kg\Delta\rho)$.

Уравнение, описывающее стационарное смещение залежи в естественном фильтрационном потоке пластовых вод [3], получается из (1.3) интегрированием при $\partial h/\partial t=0$ и учете, что вне площади нефтеносности $h_н$ равно нулю.

Если в (1.3) угол падения пласта α положить постоянным, то получаем известную [4] модель фильтрации двух разноплотностных жидкостей в наклонном пласте. Последний член в (1.3) описывает два эффекта – гравитационный и изменения геометрии пласта. При расчетах вытеснения нефти водой он не играет существенной роли в отличие от рассматриваемой задачи. Случай $\mu_0=0$ соответствует смещению газовой залежи, так как вязкость газа в 50–100 раз меньше вязкости воды, и рассмотрен в отдельной работе.

Начальное условие, а также граничные условия, задаваемые на концах s_H, s_k выделенной зоны водоносного пласта, охватывающей нефтяную залежь ($s_H < s_*(t) < s^*(t) < s_k$), имеют вид

$$h(s, 0) = h^\circ(s) \tag{1.4}$$

$$h(s_H, t) = h_0(s_H), \quad h(s_k, t) = h_0(s_k) \tag{1.5}$$

Причем функция $h^\circ(s)$ согласована с граничными условиями (1.5). Очевидно также, что искомое решение должно удовлетворять неравенству

$$0 < h(s, t) \leqslant h_0(s) \tag{1.6}$$

Ниже приводится приближенное решение задачи (1.3)–(1.6) для некоторого модельного пласта и оценивается время смещения нефтяной залежи.

2. Рассмотрим модельный пласт [3], кровлей и подошвой которого служат две концентрические цилиндрические поверхности. В качестве параметра r_α выбран радиус внутреннего цилиндра. Координата s представляет собой полярный угол, который отсчитывается от вертикального направления, поэтому $\alpha = s$.

Для получения приближенного решения предположим, что в каждый момент времени t водонефтяной контакт можно считать плоской поверхностью, а описывающее его аналитическое выражение имеет вид

$$h(s, t) = \frac{(1+h_0)\cos\Delta}{\cos[s - s_0(t)]} - 1, \qquad s_0 = \frac{s_* + s^*}{2} \tag{2.1}$$

$$\Delta = (s^* - s_*)/2$$

Здесь s_0 – координата центра залежи. Сравнение точного решения стационарного варианта уравнения (1.3) с приближенным (2.1) при $h_0 = 0{,}1$, $q = 10{,}03 \cdot 10^{-3}$, $s_0 = 0{,}10$ и $\Delta = 0{,}15$ показало высокую точность приближения (2.1). Относительная погрешность определения отметок контакта не превышает 0,36%.

Проинтегрируем уравнение (1.3) в пределах от $s_*(t)$ до $s_0(t)$ с использованием приближенного выражения (2.1). В результате после громоздких выкладок получаем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка для координаты $s_0(t)$ центра залежи

$$\frac{ds_0}{dt} + A\sin s_0 = BQ(t) \tag{2.2}$$

$$A = (1+h_0)\cos\Delta[(1+h_0)\cos\Delta - 1]G^{-1}, \quad B = qG^{-1}$$

$$G = \mu_0[(1+h_0)\cos\Delta - 1] + (1+h_0)(1-\cos\Delta)$$

Рассмотрим установившийся постоянный поток ($Q(t) = 1$). В этом случае нефтяная залежь имеет устойчивое стационарное положение. Координату центра залежи при установившемся потоке обозначим σ, она определяется из (2.2), если положить $ds_0/dt = 0$

$$\sin\sigma = \frac{q}{(1+h_0)\cos\Delta[(1+h_0)\cos\Delta - 1]}$$

Координата центра залежи σ в стационарном состоянии не зависит от коэффициента динамической вязкости нефти μ_H, как и следует из физических соображений.

В случае $Q(t) = 1$ уравнение можно проинтегрировать в квадратурах, однако аналитическое решение $s_0 = s_0(t)$ имеет неявный вид и его трудно использовать для оценки характерного времени процесса смещения залежи. Поэтому линеаризуем уравнение (2.2) по новой переменной $z(t) = \sigma - s_0(t)$ ($z > 0$), характеризующей отклонение координаты центра залежи от стационарного положения. В результате находим, что центр залежи приближается к своему стационарному положению по экспоненциальному закону, а характерное время этого процесса равно

$$T = \frac{\mu_0[(1+h_0)\cos\Delta - 1] + (1+h_0)(1-\cos\Delta)}{(1+h_0)[(1+h_0)\cos\Delta - 1]\cos\Delta\cos\sigma}$$

Оценим время T при указанных выше значениях параметров h_0, Δ, σ и отношении вязкостей нефти и воды $\mu_0 = 1$, 10 и 50. При этом имеем, что $T = 1{,}05$, 9,37 и 46,33 соответственно. Задавая следующие значения водоносного пласта и флюидов: $m = 0{,}2$, $k = 0{,}1$ мкм^2, $r_\alpha = 10^4$ м, $\mu_B = 1$ мПа·с, $\rho_B = 1000$ кг/м^3, $\rho_H = 833$ кг/м^3, имеем, что размерное время t_α равно 380 лет, а размерные значения характерного времени T составляют для рассматриваемых трех случаев 400, $3{,}55 \cdot 10^3$ и $17{,}6 \cdot 10^3$ лет. Для высоковязкой нефти в малоамплитудной ловушке ($r_\alpha = 10^5$ м, $h_0 = 0{,}02$) и при коэффициенте проницаемости 0,01 мкм^2 характерное время составит 1,94 млн. лет. Представленные оценки показывают, что нестационарные смещения нефтяных залежей могут играть существенную роль в геологических процессах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Савченко В. П.* Смещение газовых и нефтяных залежей.– Нефт. хоз-во, 1952, № 12, с. 22–26; 1953, № 1, с. 36–41.
2. *Hubbert M. K.* Entrapment of petroleum under hydrodynamic conditions.– Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geologists, 1953, v. 37, № 8, p. 1954–2026.
3. *Чарный И. А., Томельгас В. А.* О смещении газовых и нефтяных месторождений в потоке пластовых вод.– В кн.: Добыча нефти. М.: Недра, 1964, с. 96–102.
4. *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.

Харьков
Джамбул
Москва

Поступила в редакцию
17.IV.1984

УДК 532.72

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПРОТОЧНОГО ХИМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА

БЕРМАН В. С., КУРДЮМОВ В. Н., РЯЗАНЦЕВ Ю. С.

Одной из фундаментальных проблем в теории химических реакторов является определение числа стационарных режимов и их устойчивости. Задача о числе стационарных режимов рассматривалась во многих работах, например в [1–4]. Устойчивость стационарного режима обычно устанавливается из анализа поведения малых возмущений. Соответствующая линейная краевая задача для возмущений в основном исследовалась в предельных случаях идеального перемешивания и идеального вытеснения. При учете продольного перемешивания были получены лишь критерии устойчивости, налагающие на параметры достаточно жесткие ограничения [5].

В данной работе путем численного анализа проведено исследование устойчивости стационарных распределений концентрации в изотермическом проточном химическом реакторе с продольным перемешиванием в случае одной химической реакции. Получены собственные числа задачи Штурма – Лиувиля, которые полностью характеризуют устойчивость, для нескольких зависимостей скорости химической реакции от концентрации. Знание собственных чисел необходимо, например, для построения системы стабилизации неустойчивого режима, предложенной в [6].

В безразмерных переменных уравнение и граничные условия для концентрации реагента в проточном одномерном изотермическом реакторе можно записать в виде

$$\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}-\frac{\partial c}{\partial x}-\varphi(c)=\frac{\partial c}{\partial t} \tag{1}$$

$$x=0,\qquad \frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{\partial c}{\partial x}=c-1 \tag{2}$$

$$x=1,\qquad \frac{\partial c}{\partial x}=0 \tag{3}$$

$$c=C/C_0,\quad x=X/l,\quad \mathrm{Pe}=ul/D,\quad \varphi(c)=l\varphi(C)/uC_0$$

где X – координата вдоль реактора, l – длина реактора, D – эффективный коэффициент диффузии, u – скорость входного потока, C – концентрация, C_0 – концентрация во входном потоке, Pe – число Пекле, $\varphi(c)$ – зависимость скорости химической реакции от концентрации.

Стационарные распределения $c_s(x)$ являются решением задачи (1)–(3) при $\partial c/\partial t=0$. Под устойчивостью в данном случае подразумевается затухание малых возмущений стационарного распределения на больших временах. Линеаризуем (1)–(3) около стационарного распределения $c_s(x)$

$$c=c_s(x)+\varepsilon g(x,t)\exp\left(\frac{\mathrm{Pe}\,x}{2}\right) \tag{4}$$

где $\varepsilon\ll1$.

Для функции $g(x,t)$ уравнения и граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial g}{\partial t}=\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-\left(\frac{\mathrm{Pe}}{4}+\varphi'(c_s(x))\right)g \tag{5}$$