

УДК 532.526

ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ  
НА ПЛАСТИНЕ

БРеев В. В., ПАНЧЕНКО В. П.

При нестационарном обтекании пластины длиной  $L$  одномерным потоком со скоростью  $U_\infty$ , параллельным ее плоскости, характерным временем является время пролета  $t_f=L/U_\infty$ . Однако время формирования течения и взаимодействие потока с пластиной (трение, тепломассообмен) определяются развитием пограничного слоя [1]. Эти вопросы имеют первостепенное значение при исследовании процессов в каналах МГД-генераторов, импульсно-периодических газовых лазеров, ударных труб, плазмотронов, теплообменников, двигателей [2-4].

Хотя решения нестационарных задач теории пограничного слоя могут быть получены численными методами [3, 5, 6], для оперативного проведения расчетов, не требующих большой точности, необходимо иметь простую методику или оценочные формулы. Ниже предлагаются оценочные формулы для определения основных характеристик нестационарных ламинарного и турбулентного пограничных слоев на плоской пластине, полученные в результате решения модельной задачи о нестационарном пограничном слое на плоской пластине методом интегральных соотношений [1, 7].

1. Пусть в начальный момент времени  $t=0$  тонкая пластина длиной  $L$  приводится в движение с постоянной скоростью  $U_\infty$  в несжимаемой вязкой жидкости или, что то же самое, окружающая среда мгновенно приобретает заданную скорость  $U_\infty$ . На пластине начинает формироваться пограничный слой, интегральные толщины которого связаны нестационарным уравнением [1]

$$\frac{1}{U_\infty} \frac{\partial \delta^*}{\partial t} + \frac{\partial \delta^{**}}{\partial x} = \frac{C_f}{2}$$

$$\delta^* = \int_0^\infty \left( 1 - \frac{U}{U_\infty} \right) dy, \quad \delta^{**} = \int_0^\infty \frac{U}{U_\infty} \left( 1 - \frac{U}{U_\infty} \right) dy \quad (1)$$

где  $C_f$  — коэффициент трения;  $x, y$  — оси декартовой системы координат, начало которой расположено на передней кромке пластины, а ось  $x$  направлена вдоль пластины.

Так как граничные условия для профиля скорости в пограничном слое консервативны, предположим, что формпараметр  $H=\delta^*/\delta^{**}$  не зависит от времени, а коэффициент трения определяется мгновенным значением толщины потери импульса  $\delta^{**}(t)$ , т. е. используется квазистационарное приближение (не очень большое число Струхала) [1]. В этом приближении коэффициент трения для ламинарного пограничного слоя выражается точным соотношением  $C_f=0,44/R$ , а для турбулентного — приближенным (в рамках полуэмпирических теорий)  $C_f=2B/R^m$  [1, 8], где  $R=\rho_\infty U_\infty \delta^{**}/\mu_\infty$ ,  $\rho_\infty$  — плотность,  $\mu_\infty$  — коэффициент динамической вязкости,  $B$  и  $m$  — полуэмпирические константы, которые для степенного профиля скорости при  $n=1/7$  принимают значения 0,0126 и 0,25 ( $H_t=1+2n \approx 1,28$ ). Предполагается, что переход ламинарного режима течения в турбулентный происходит при достижении числа Рейнольдса  $R$  своего критического значения.

Принятые допущения позволяют преобразовать уравнение (1) в уравнение переноса для толщины потери импульса, которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial R^{m+1}}{\partial \tau} + \frac{1}{H} \frac{\partial R^{m+1}}{\partial X} = \frac{m+1}{H} B \quad (2)$$

$$X \equiv \text{Re}_x = \rho_\infty U_\infty x / \mu_\infty, \quad \tau \equiv \rho_\infty U_\infty^2 t / \mu_\infty$$

Для ламинарного пограничного слоя  $H=2,6$ ;  $m=1$ ;  $B=0,22$ .

Направление характеристики уравнения (2) и дифференциальное соотношение на ней имеют вид

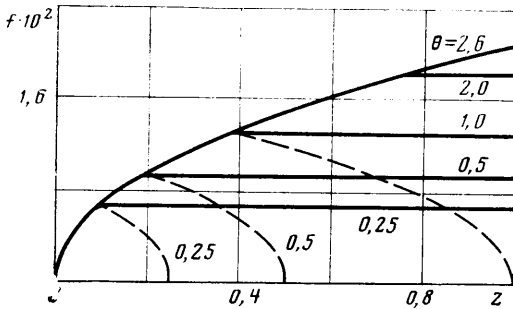
$$\frac{dX}{d\tau} = H^{-1}, \quad \frac{dR^{m+1}}{d\tau} = (m+1) \frac{B}{H}$$

Из уравнения (2) следует, что безразмерная скорость переноса возмущений равна  $H^{-1}$ , а размерная  $v = U_\infty/H$ , т. е. в  $H$  раз меньше скорости потока. Это означает, что время установления пограничного слоя на участке пластины длиной  $L$  определяется временем достижения передней (крайней) характеристикой конца участка  $t_v = L/v = Ht_f$ , т. е. в  $H$  раз превышает время пролета  $t_f$ .

Если одномерный поток начинает движение от передней кромки пластины с постоянной скоростью, то безразмерная координата фронта потока определяется соотношением  $dX_F/d\tau = 1$ , где  $X_F = \rho_\infty U_\infty x_F / \mu_\infty$ ,  $x_F$  — расстояние от передней кромки пластины до фронта.

Отметим, что при выполнении равенств  $Pr = Pr_t$  и  $Sc = Sc_t = 1$  и при подобии граничных условий существует подобие в распределении скоростей, полных энтальпий (температур) и концентраций компонент смеси и выполняется тройная аналогия Рейнольдса [8]:  $C_f/2 = St = St_D$ .

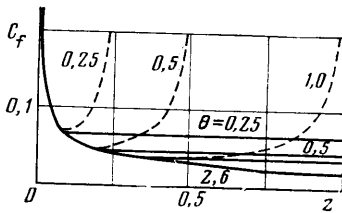
Таким образом, для оценки установления пограничных слоев методом интегральных соотношений можно рекомендовать следующую процедуру. Для каждого момента



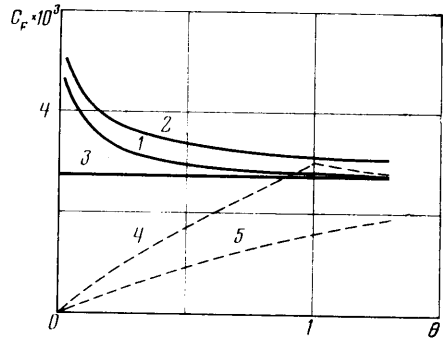
Фиг. 1

времени  $t_i$  распределение характерных толщин пограничного слоя состоит из двух участков.

Если поток возникает мгновенно на всей пластине, то пограничный слой успевает сформироваться на участке до точки  $x_M = U_\infty t_i / H$ . Толщина потери импульса увеличивается от нуля до максимального значения  $R_M$  при  $x = x_M$  для ламинарного пограничного слоя по закону  $R_t = 0,664 X^{0,5}$ , а для турбулентного —  $R_t \approx$



Фиг. 2



Фиг. 3

$\approx 3,6 \cdot 10^{-2} X^{0,8}$  [1, 8]. Вниз по потоку от точки  $x_M$  характерные толщины пограничного слоя остаются постоянными и равными максимальным значениям, так как в эту область еще не распространились возмущения, переносимые по крайней характеристике.

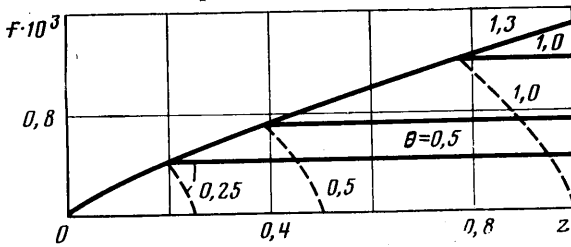
Если поток возникает за движущимся фронтом, положение которого определяется соотношением  $x_F = U_\infty t_i$ , то характерные толщины пограничного слоя уменьшаются на участке  $x_M \leq x \leq x_F$  от максимальных значений до нуля. Так как за фронтом волны начинают развиваться пограничный слой, то можно предположить, что зависимость его характерных толщин от расстояния до фронта подобна развитию

слоя на пластине, т. е.  $R_t = C_t X_\Delta^{0,5}$  и  $R_t = C_t X_\Delta^{0,8}$  ( $X_\Delta = \rho_\infty U_\infty \Delta / \mu_\infty$ ,  $\Delta = x_F - x$ ). Значения коэффициентов должны находиться из условия сшивки решений в точке  $x = x_M$ : для  $H_t = 2,6$ ,  $H_t = 1,28$ ,  $C_t = 0,664 / \sqrt{H_t - 1} \approx 0,53$ ,  $C_t = 3,6 \cdot 10^{-2} / (H_t - 1)^{0,8} \approx 9,4 \cdot 10^{-2}$ .

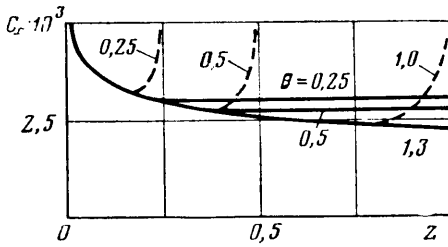
Значения  $R(t, x)$ , полученные по этим формулам, практически совпадают с численным решением уравнения (2) методом характеристик. По этой причине на фиг. 1–6 приведены только результаты численных расчетов. Наибольшее различие

между ними (до ~5%) возникает в области перехода при  $x=x_M$ , так как численный расчет дает плавное изменение толщины потери импульса по длине пластины.

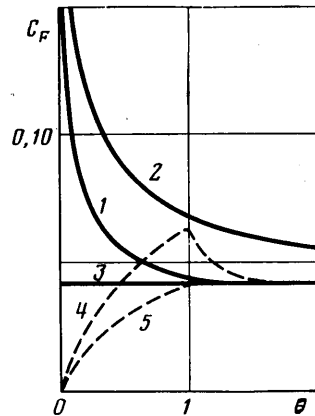
2. На фиг. 1 показано изменение толщины потери импульса  $j=R/X_L=\delta^{**}/L$ , а на фиг. 2 — изменение локального коэффициента трения  $C_f=0,44/R$  по длине пластины ( $z=x/L$ ), мгновенно приведенной в движение, для ламинарного пограничного слоя в различные моменты времени  $\theta=\tau/X_L=t/t_f$  (сплошные кривые). Число



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

Рейнольдса по длине пластины составляло  $Re_L=X_L=10^3$ . Средний коэффициент трения  $C_F=L^{-1} \int_0^L C_f dx$  (фиг. 3, кривая 1) в начальные моменты времени значительно

(в 2–3 раза) превышает стационарное значение (фиг. 3, кривая 3), которое достигается практически при  $\theta \approx 1$ . На фиг. 3 показано также изменение среднего по времени

коэффициента трения  $\langle C_F \rangle = t^{-1} \int_0^t C_F dt$ , характеризующего энергетические

затраты на разгон пластины до заданной скорости. Значение  $\langle C_F \rangle$  (кривая 2) всегда превышает средний коэффициент трения  $C_F$  и примерно на 30% остается выше стационарного значения  $C_F$  к моменту установления ламинарного пограничного слоя на всей пластине.

На фиг. 1–3 штриховыми кривыми показано развитие ламинарного пограничного слоя и соответствующее изменение коэффициентов трения для потока, мгновенно возникающего за движущимся вдоль пластины фронтом. Толщина пограничного слоя имеет две нулевые, а коэффициент трения — две особые точки: в начале пластины и в координате фронта  $z_F=\theta$ . На фиг. 3 кривая 4 показывает изменение  $C_F$ , а кривая 5 —  $\langle C_F \rangle$ .

Аналогичные расчеты, результаты которых представлены на фиг. 4–6 (обозначения соответствуют фиг. 1–3), проведены для турбулентного пограничного слоя  $Re_L=X_L=10^7$ . Качественно динамика формирования турбулентного пограничного слоя совпадает с ламинарным режимом течения.

Проведенные расчеты подтвердили, что установление пограничного слоя и его характеристик происходит за время, которое в  $H$  раз превышает время пролета газа ( $\theta_y=t_y/t_f=H$ , фиг. 1, 4). Отсюда следует, что установление турбулентного пограничного слоя происходит при прочих равных условиях в  $H_1/H_2 \approx 2$  раза быстрее ламинарного.

3. Полученный результат позволяет объяснить эксперимент по ограничению частоты импульсно-периодического  $\text{CO}_2$ -лазера [2]. Частота работы такого лазера при малых энерговкладах примерно в 2 раза меньше теоретической, определяемой смесью рабочей среды в разрядном промежутке и равной обратному времени пролета. Такое уменьшение частоты может быть обусловлено необходимостью выноса продуктов плазмохимических реакций из пограничного слоя в разрядном промежутке, что требует времени, близкого к времени формирования пограничного слоя на пластине. Как было показано выше, это время для ламинарного пограничного слоя в 2,6 раза больше времени пролета. Следует отметить, что для обеспечения устойчивости электрического разряда может сказаться достаточным обновления только основной части пограничного слоя, т. е. допустимое время должно быть несколько меньше времени  $2,6 \cdot t_f$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М.: Физматгиз, 1962. 479 с.
2. Dzakovic G. S., Wutzke S. A. High-pulse-rate glow-discharge stabilization by gas flow.— J. Appl. Phys., 1973, v. 44, № 11, p. 5061—5063.
3. Oliver D. A. The prediction of interelectrode breakdown in magnetohydrodynamic generators.— Proc. 14-th Symp. on Engr. Aspects of MHD, Tullahoma, Tenn., April, 1974, VIII.6.1 — VIII.6.7.
4. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977. 274 с.
5. Unsteady Turbulent Shear Flows. Symp., Toulouse, May 5—8, 1981. Ed. Michel R. e. a., Berlin e. a.: Springer, 1981, XXII. 424 p.
6. Шолохович Н. Ф. Модульный анализ и генерация программ решения задач теории пограничного слоя.— В кн.: Численные методы в аэродинамике. М., 1980, с. 83—94.
7. Cousteix J., Le Balleur J.-C., Houdeville R. Calcul des couches limites turbulentes instationnaires en mode direct ou inverse, écoulements de retour inclus.— Analyse des singularités.— Recherche Aerospaciale, 1980, № 3, p. 147—157.
8. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972. 342 с.

Москва

Поступила в редакцию  
22.XII.1983

УДК 532.526.5

### ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРЫВА ВИХРЕЙ С НАКЛОННЫХ И ИЗОГНУТЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРОВ

БЕГАК М. В., ДЕВНИН С. И., ЗАВАДОВСКАЯ Л. Г.

Исследование частоты отрыва вихрей с наклонных и изогнутых цилиндров проводилось в аэродинамической трубе, имеющей степень турбулентности 0,5%, с помощью термоанемометрической аппаратуры DISA55D01. Испытывались три модели одинакового диаметра: прямолинейная длиной 3,3 м; с осью постоянной кривизны (радиус кривизны 4,3 м, максимальная стрелка прогиба 0,33 м); с криволинейной осью, имеющей два радиуса кривизны (1,56 м и 3,64 м, максимальная стрелка прогиба оси модели равна 0,66 м, отстоит от одного из концов модели на 63% длины хорды). При этом хорды второй и третьей модели составляли 3,3 м. Каждая из моделей располагалась в рабочей части аэротрубы на поворотном круге, позволяющем ориентировать их различным образом в потоке. При этом угол натекания  $\alpha$  измерялся как острый угол между касательной в исследуемой точке и направлением скорости  $V$ . Все модели были замаркированы в 24 точках. В следе за этими точками производились замеры пульсации скорости с помощью проволочных датчиков упомянутого термоанемометра. Частота отрыва вихрей определялась по записям узкополосных энергетических спектров продольных пульсаций скорости в следе за моделями. Испытания проводились в автоматической докритической области коэффициента силы лобового сопротивления ( $Re=5 \cdot 10^4$ ).

Для прямолинейной модели число Струхала, подсчитанное по скорости  $V_n = V \sin \alpha$ , диаметру цилиндра и частоте отрыва вихрей для этой модели при различных углах натекания, остается практически постоянным и равным 0,19. Однако сказанное справедливо до значений угла натекания  $\alpha=55^\circ$ , при меньших значениях  $\alpha$  в спектре отсутствуют максимумы.

Данные, полученные для криволинейных моделей, свидетельствуют о том, что при одном и том же общем направлении скорости набегающего потока частота отрыва вихрей во всех точках конструкции остается практически постоянной и не зависит от местного значения угла натекания. На фиг. 1 показана зависимость спектральной плотности пульсаций скорости в следе за цилиндром, изогнутым с постоянным