МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 2 · 1985

УДК 533.6.011

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОСТОЙ ВОЛНЫ С КОНТАКТНЫМ РАЗРЫВОМ В ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ О РАЗЛЕТЕ ПРОДУКТОВ ВЗРЫВА КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ

КОНОНОВ А. В.

Взаимодействие отраженной от центра симметрии простой волны разрежения с контактным разрывом в одномерной задаче о разлете плоского слоя сжатого газа рассмотрено в [1], где строится аналитическое решение в области взаимопроникновения падающей и отраженной от контактного разрыва волн для случая равенства показателей адиабат k и γ по обе стороны от контактного разрыва значению $(2n+3)/(2n+1)$. Здесь k, γ – величины показателей внутри и вне слоя соответственно, n – натуральное число.

В настоящей работе указанный процесс взаимодействия исследуется в предположении $k=3$ при произвольном γ и строятся точные решения для всей совокупности волн. Очевидно, что рассматриваемый случай не описывается решением [1], за исключением варианта, когда $\gamma=3$.

Как показано в [2], значение показателя изэнтропы $k=3$ характерно для продуктов детонации конденсированных взрывчатых веществ, поэтому найденное в настоящей работе решение может быть привлечено к анализу газодинамики начальной стадии процесса взрыва плоских зарядов таких взрывчатых веществ, исследуемого в рамках модели мгновенной детонации [3].

1. Постановка задачи. На фиг. 1 в плоскости пространственно-временных переменных x, t изображена одна из волновых конфигураций, возможных на начальном этапе разлета. Начало координат совмещено с левой границей слоя. Простая волна *3* есть результат отражения центрированной волны разрежения *2* от плоскости симметрии $x=L/2$. В процессе взаимодействия волны с контактным разрывом (линия LAC на фиг. 1, 2) возникнут простые волны: волна *6*, отраженная от контактного разрыва, и преломленная волна *5*. Треугольник ABC (область *4*) является областью взаимодействия падающей и отраженной волн.

Как известно, при преломлении на контактном разрыве падающая волна не меняет свой тип, поэтому *5* является волной разрежения. Отраженная волна может быть как волной разрежения, так и волной сжатия в зависимости от начальных данных по обе стороны контактного разрыва [4].

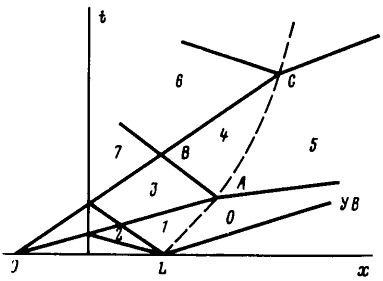
Описанная схема распада будет иметь место лишь тогда, когда скорость контактного разрыва U_A на участке LA удовлетворяет соотношению $U_A<2c_H/(k+1)$ (в нашем случае должно быть $U_A<c_H/2$), где c_H – начальная скорость звука в разлетающемся слое. В противном случае хвостовая характеристика волны *2* сносится потоком в сторону положительных значений оси x и область отраженной простой волны *6* отсутствует (фиг. 2).

Аналитически волны *5* и *6* описываются римановским, а течение в области *4* — общим решением одномерных изэнтропических уравнений газодинамики. Рассмотрим первую конфигурацию волн (фиг. 1); второй волновой комплекс (фиг. 2) может быть исследован аналогично. При этом условимся индексом внизу обозначать номер области, к которой относится соответствующая величина. В тех случаях, когда отсутствие индекса не вызывает вопросов, он опущен.

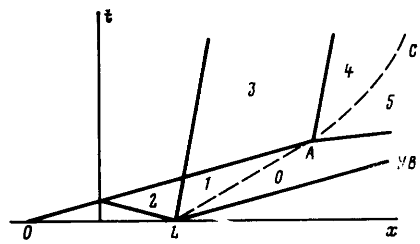
2. Область наложения волн. Как известно [5], при $k=3$ общее решение рассматриваемых уравнений имеет вид

$$x=(u+c)t+\psi^\circ(u+c)$$
$$x=(u-c)t+\psi(u-c) \tag{2.1}$$

где u — скорость газа, c — скорость звука, ψ°, ψ — произвольные функции. Из них ψ° находится из условия сопряжения вдоль характеристики AB общего решения (1.1) с падающей волной *3*. В нашем случае из симметрии задачи и свойства прямолинейности характеристик при $k=3$ следует центрированность в начале координат волны *3*, что, как известно, позволяет принять $\psi^\circ=0$ [3].



Фиг. 1



Фиг. 2

Введем инварианты Римана для областей слева (r, s) и справа (r°, s°) от контактного разрыва

$$r=c+u, \quad s=c-u$$
$$r^\circ=\frac{2c}{\gamma-1}+u, \quad s^\circ=\frac{2c}{\gamma-1}-u \tag{2.2}$$

В новых переменных решение (2.1) примет вид

$$x=rt, \quad x=-st+2f(s), \quad 2f(s)=\psi(-s) \tag{2.3}$$

Неизвестная функция f может быть найдена из условий сопряжения простой волны *5* с решением (2.3) вдоль AC. Этими условиями являются непрерывность скорости и давления на контактном разрыве, которые в переменных (2.2) приводят соответственно к соотношениям

$$r-s=r^\circ-s^\circ$$
$$\left(\frac{r+s}{2c_1}\right)^3=\left(\frac{\gamma-1}{2c_0}\frac{r^\circ+s^\circ}{2}\right)^{2\gamma/(\gamma-1)} \tag{2.4}$$

где c_0, c_1 — скорости звука в областях *0* и *1*. Если учесть, что в волне *5* $s^\circ\equiv s_0{}^\circ=\mathrm{const}$, то, исключая r° из (2.4), находим окончательно связь между r и s на контактном разрыве

$$r+s=2c_1\left[\frac{\gamma-1}{4c_0}(r-s+2s_0{}^\circ)\right]^{1-\varkappa}, \quad \varkappa=\frac{\gamma-3}{3(\gamma-1)} \tag{2.5}$$

С другой стороны, из (2.2), (2.3) следует, что

$$x=ut+f(s) \tag{2.6}$$

Продифференцируем соотношение (2.6) вдоль кривой AC. Так как на контактном разрыве $dX=Udt$, то

$$tdU+df=0 \tag{2.7}$$

вдоль AC. Подставляя в (2.7) $t=f(s)/c_4$ из (2.3) и учитывая (2.2), находим уравнение для определения $f(s)$

$$f(s)d(r-s)+(r+s)df(s)=0 \tag{2.8}$$

где r и s удовлетворяют (2.5).

Уравнение (2.8) легко решается разделением переменных. Окончательно имеем

$$f(s)=\varphi(w(s))=\begin{cases} B\exp\left[-\dfrac{6}{\gamma-3}\dfrac{c_0}{c_1}\left(\dfrac{\gamma-1}{4}\dfrac{w}{c_0}\right)^{\varkappa}\right], & \gamma\neq 3 \\ Bw^{-c_0/c_1}, & \gamma=3 \end{cases} \tag{2.9}$$

$$w=r-s+2s_0^\circ$$

Причем на основании (2.5)

$$s=c_1\left(\frac{\gamma-1}{4c_0}w\right)^{1-\varkappa}-\frac{w}{2}+s_0^\circ \tag{2.10}$$

а постоянная B находится из условия прохождения характеристики AB через точку A с известными координатами. Соотношения (2.2), (2.3), (2.9) и (2.10) полностью определяют непрерывное решение в области *4*.

3. Область отраженной простой волны. Решение в *6* с учетом $k=3$ имеет вид

$$x=-st+\Phi(s),\quad r=r_7\equiv c_7$$

где $\Phi(s)$ — неизвестная функция. В нашем случае она может быть легко найдена, если воспользоваться свойством независимого распространения волн при их наложении для $k=3$, как это имеет место в области *4*. Очевидно, что $\Phi(s)=2f(s)$.

4. Область преломленной волны. В принятых обозначениях решение для простой волны *5* имеет вид

$$x=(u+c)t+F(w^\circ),\quad s^\circ\equiv s_0^\circ \tag{4.1}$$

с функцией $F(w^\circ)$, подлежащей определению.

Дифференцируя (4.1) вдоль AC, находим аналогично (2.7), что

$$dF+c_5dt+td(U+c_5)=0,\quad t=\varphi(w^\circ)/c_4 \tag{4.2}$$

где $c_4=c_1(c_5/c_0)^{1-\varkappa}$ на контактном разрыве. Подставляя последние соотношения в (4.2) и интегрируя, находим окончательно

$$F(w^\circ)=\left[1-\frac{c_0}{c_1}\left(\frac{c_5(w)}{c_0}\right)^{\varkappa}\right]\varphi(w^\circ)+B^\circ$$

$$c_5(w^\circ)=\frac{\gamma-1}{4}w^\circ$$

Здесь постоянная B° может быть найдена из условия выхода головной характеристики волны *5* из точки A.

5. Траектория контактного взрыва. В [6] приведено дифференциальное уравнение, описывающее траекторию контактного разрыва $X(t)$ в физической плоскости x, t. В случае, когда падающая волна центрирована в начале координат и $k=3$, оно преобразуется к виду

$$X=t\alpha(v),\quad \alpha(v)=v-s_0^\circ+c_1\left(\frac{\gamma-1}{2c_0}v\right)^{1-\varkappa} \tag{5.1}$$

$$v=U+s_0^\circ,\quad dX=Udt$$

Начальным условием для (5.1) является требование

$$X(t_A)=x_A \tag{5.2}$$

Решение задачи Коши (5.1), (5.2) при $\gamma\neq 3$ ($\varkappa\neq 0$) может быть представлено в параметрическом виде [7]

$$t=t_A\left(\frac{v}{v_A}\right)^{\varkappa-1}\exp\left[\frac{c_0}{c_1}\frac{6}{\gamma-3}\left(\frac{\gamma-1}{2c_0}v\right)^{\varkappa}\Big|_{v}^{v_A}\right]$$

$$X=t\alpha(v)$$

При $\gamma=3$ находим явную зависимость

$$X(t)=(c_0+c_1)t_A\left(\frac{t}{t_A}\right)^{c_0/(c_0+c_1)}-s_0{}^{\circ}t$$

В заключение отметим, что волны *6* и *5* со временем будут отражаться от центра симметрии и ударной волны (УВ на фиг. 1, 2) соответственно. Укажем также на возможность образования разрыва в отраженной от контактного разрыва волне, если она является волной сжатия. Данные факторы в каждом конкретном случае позволяют определить границы существования найденных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Созоненко Ю. А.* Взаимодействие простой волны с контактным разрывом.— Вестн. МГУ. Сер. Матем. механ., 1963, № 1, с. 54–61.
2. *Ландау Л. Д., Станюкович К. П.* Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ.— Докл. АН СССР, 1945, т. 46, № 9, с. 399–402.
3. *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. 854 с.
4. *Атанов Г. А.* Основы одномерной нестационарной газодинамики. Киев: Вища школа, 1979. 183 с.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953. 788 с.
6. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1968. 592 с.
7. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматгиз, 1961. 703 с.

Одесса

Поступила в редакцию
15.V.1984