

УДК 532.529.538.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ КОНДЕНСАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ИЗОБАРИЧЕСКИХ СТРУЯХ

БАТАЖИН А. Б., ЛЕБЕДЕВ А. Б., МАРЕЕВ В. А.

Рассмотрены математические модели и проведены расчеты течений в турбулентных изобарических паровоздушных струях при наличии конденсации содержащихся в них паров воды. Модели включают в себя газодинамические уравнения для турбулентной струи, уравнения для дифференциальной двухпараметрической модели турбулентности, термодинамические соотношения и кинетические уравнения.

Изучены паровоздушные струи в режиме равновесной конденсации, когда область течения разбивается на зоны замороженного и равновесного течений, описываемые уравнениями для турбулентной струи с использованием традиционных термодинамических соотношений и термодинамических соотношений для равновесной конденсации.

Проанализировано влияние пульсационного движения на кинетические параметры: скорость нуклеации, критический размер зародышей и скорость роста капель. Показано, что скорость нуклеации, определенная по квазиламинарной модели осреднения, на несколько порядков меньше среднего значения, полученного при осреднении с помощью функции распределения плотности вероятности концентрации пассивной примеси.

Проведено расчетное исследование гетерогенной конденсации в турбулентных струях на посторонних частицах, поступающих из сопла. Кинетические уравнения записаны для случая, когда скорость роста капель не зависит от их радиуса. Изучена динамика перехода неравновесной гетерогенной конденсации в равновесную.

1. Особенности течения в конденсационных турбулентных струях. Теоретические и экспериментальные исследования различных аспектов конденсации в турбулентных паровоздушных струях проводились в ряде работ (см., например, [1-4]). В этих работах получены многие важные результаты, которые должны использоваться при создании соответствующих математических моделей течения. Однако замкнутые модели, позволяющие описывать все поле течения в турбулентных паровоздушных струях при наличии конденсации, до сих пор не созданы. Ниже предложено несколько простейших моделей, на основе которых проведен расчет различных режимов конденсации в турбулентных струях.

Рассмотрим осесимметричную турбулентную паровоздушную струю, истекающую из насадка радиуса R в неподвижную паровоздушную среду или спутный паровоздушный поток. Пусть условия течения таковы, что на срезе сопла и в окружающем пространстве конденсация водяного пара не происходит, а жидкая фаза (капли воды) образуется внутри струи. (Такие условия для истечения струи чистого водяного пара в окружающую среду указаны в [2-4]). В дальнейшем параметры, относящиеся к воздуху, водяному пару и каплям воды, будем отмечать нижними индексами a , v и s .

Укажем некоторые особенности рассматриваемых течений.

1. Возникновение зон пересыщения пара $S > 1$ ($S = p_v/p_v^*$, p_v^* — парциальное давление пара, $p_v = p_v(T)$ — давление насыщения при температуре T), а следовательно, и возникновение возможности конденсации пара связаны с изменением величин p_v и T в результате смешения пара и воздуха [1-4] (в отличие от процесса адиабатического расширения паровоздушной среды в каналах [1, 5, 6]). Прогнозирование возникновения зон пересыщения пара производится на основе анализа взаимного расположения кривой $p_v = p_v(T)$ с кривой $p_v = p_v(T)$ для замороженной струи (струи без конденсации) [4].

2. Согласно экспериментальным данным [2, 4], радиус r капель в зонах развитой конденсации оказывается порядка 1 мкм. Размеры капель-зародышей при гомогенной конденсации составляют 10^{-7} — 10^{-6} см. В связи с малым размером капель их осредненным скольжением относительно газа можно пренебречь. Для того чтобы можно было не учитывать пульсационное скольжение частиц, необходимо, чтобы время динамической релаксации частиц $\tau_s = 2\rho_s r^2 / 9\mu$ (ρ_s — плотность воды, μ — коэффициент динамической вязкости воздуха) было меньше характерного времени пульсационного движения $\tau' = l'/u'$, где l' и u' — масштаб и скорость пульсаций. Так как на основном участке осесимметричной турбулентной струи справедливы оценки $l' \sim x$, $u' \sim x^{-1}$, то $\tau' \sim x^2$ (x — расстояние вдоль струи). Так как развитая зона конденсации удалена от среза сопла, то для нее в первом приближении выполняется

условие $\tau_s < \tau'$. Поэтому пульсационное скольжение частиц в дальнейшем учитываться не будет.

3. Массовая концентрация конденсата $\alpha_s = \rho_s / \rho$ является достаточно малой величиной (ρ_s и ρ — плотности дисперсной фазы и среды в целом). Это утверждение тривиально, если содержание пара в струе невелико. Но и в другом предельном случае, когда происходит истечение чистого пара в воздух, для зон, в которых начинается конденсация, выполняется условие $\rho_s \ll \rho_v \approx \rho$, а для удаленных от среза сопла областей с развитой конденсацией имеет место оценка $\rho_s \ll \rho_v \ll \rho$, так как в этих областях основную массу газа в струе составляет воздух, подмешанный из окружающего пространства. При условии $\alpha_s \ll 1$ можно не учитывать влияние дисперсной фазы на коэффициент турбулентной вязкости несущей среды [7–9].

2. Основные уравнения. С учетом сделанных выше замечаний течение в турбулентной изобарической паровоздушной струе описывается следующими уравнениями [4]:

$$\frac{\partial \rho u y}{\partial x} + \frac{\partial \rho V y}{\partial y} = 0, \quad M\{u; 1\} = 0 \quad (2.1)$$

$$M\{h; Sc\} = 0, \quad M\{\alpha_a; Sc\} = 0 \quad (2.2)$$

$$M\{\alpha_s; Sc\} = -M\{\alpha_v; Sc\} = \omega \quad (2.3)$$

$$M\{\xi; \Gamma\} = \rho u \frac{\partial \xi}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \epsilon y}{\Gamma} \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \quad (2.4)$$

$$h = T[c_{pv}(1 - \alpha_a) + c_{pa}\alpha_a] - \alpha_s L(T_s) + \alpha_s c_{pv}(T_s - T), \quad T_s = \psi\{T\} \quad (2.5)$$

$$p = \rho T(\alpha_a R_a + \alpha_v R_v), \quad p_v = p_\infty \frac{R_v \alpha_v}{R_v \alpha_v + R_a \alpha_a} \quad (2.6)$$

$$p = p_\infty = \text{const} \quad (\alpha_a + \alpha_v + \alpha_s = 1, \quad c_{pi}, R_i = \text{const}, \quad i = a, v)$$

Здесь x и y — продольная и поперечная координаты, u и V — продольная и эффективная поперечная скорости, T и p — температура и давление смеси пара и воздуха, p_v — давление пара, h — энтальпия газообразных компонентов и дисперсной фазы, T_s — температура дисперсной фазы, $L = L(T)$ — теплота фазового превращения, R_i — газовые постоянные, c_{pi} — удельные теплоемкости при постоянном давлении, α_i ($i = a, v, s$) — массовые концентрации, ϵ — коэффициент турбулентной вязкости, Sc — число Шмидта. Дифференциальный оператор $M(\xi; \Gamma)$ содержит члены, описывающие конвекцию и диффузию величины ξ . Параметр Γ учитывает отличие коэффициента диффузии для величины ξ от коэффициента турбулентной вязкости. При записи уравнений (2.2) и (2.3) предполагалось, что коэффициенты диффузии для величин h , α_a и α_s одинаковы и равны ϵSc^{-1} [10]. Величина ω должна определяться из решения кинетических уравнений. Посредством ψ условно задается связь между температурами T и T_s . Выражения для h , p и p_v представляют собой известные термодинамические соотношения. Все величины, входящие в (2.1)–(2.6), осреднены. Система уравнений (2.1)–(2.6) должна быть дополнена граничными условиями при $x=0$, $y=0$, $y=\infty$.

Для замыкания системы (2.1)–(2.6) необходимы уравнения для определения ϵ , выражения для ψ и источникового члена ω .

Величина ϵ определяется на основе дифференциальной двухпараметрической модели турбулентности, предложенной в [11]. Эта модель включает в себя уравнения относительно ϵ и энергии турбулентности e

$$M\{e; \kappa_1^{-1}\} = \rho \epsilon \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \beta_1 \rho \left(1 + \frac{\epsilon}{e} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right) \frac{e^2}{\epsilon} \quad (2.7)$$

$$M\{\epsilon; \kappa_2^{-1}\} = \beta_2 \rho \frac{\epsilon^2}{e} - \beta_3 \rho \epsilon \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (2.8)$$

$$\kappa_1 = 1, 2; \quad \beta_1 = 0, 07 \quad \kappa_2 = 2, 4; \quad \beta_2 = 0, 9; \quad \beta_3 = 0, 14$$

Для многих приложений требуются сведения о средней величине концентрации пассивной примеси $\langle z \rangle$ и среднеквадратичной величине пульсаций концентрации пассивной примеси $(\langle z'^2 \rangle) = 2\theta$. В рамках модели [12] величины $\langle z \rangle$ и θ определяются уравнениями

$$M\{\langle z \rangle; Sc\} = 0 \quad (2.9)$$

$$x=0; y < R: \langle z \rangle = 1; x=0, y > R; y \rightarrow \infty: \langle z \rangle = 0$$

$$y=0: \frac{\partial \langle z \rangle}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$M\{\theta, \kappa_s^{-1}\} = \frac{\rho \varepsilon}{Sc} \left(\frac{\partial \langle z \rangle}{\partial y} \right)^2 - \beta_4 \frac{\rho e \theta}{\varepsilon} \quad (2.11)$$

$$\kappa_s = 1, 2, \quad \beta_4 = 0, 14 \left(1 + \varepsilon \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| e^{-1} \right).$$

Граничные условия для величин e , ε и θ подробно обсуждены в [11, 12]. Граничное условие для $\langle z \rangle$ при $x=0$ в общем случае может задаваться произвольной (а не только кусочно-постоянной) функцией.

Величина ω в общем случае представляется в виде интеграла с определенным весом от функции распределения частиц по размерам. В кинетическое уравнение для этой функции входят кинетические параметры: скорость образования капель-зародышей I , критический радиус зародышей r_* и скорость роста капель r_t [4, 5, 6]. Эти величины определяются формулами

$$r_* = r_*(p_v, T) = \frac{2\sigma V^\circ}{kT \ln S}, \quad S = \frac{p_v}{p_e(T)} \quad (2.12)$$

$$I = I(p_v, T) = \frac{\alpha_h p_v S^\circ n_v B^{1/2} \exp(-B)}{\pi (6m^\circ kT)^{1/2} y_*^{1/2}} \quad (2.13)$$

$$B = \left(\frac{\sigma}{kT} \right) \left(\frac{4\pi V^{\circ 2}}{3} \right)^{1/2} g_*^{2/3}, \quad p_v = n_v kT$$

$$4\pi r_*^3 = 3V^\circ g_*$$

Здесь α_h — коэффициент конденсации (в дальнейшем принимается $\alpha_h = 0,5$), S° , V° и m° — площадь поверхности, объем и масса молекулы воды, k — постоянная Больцмана, $\sigma = \sigma(T)$ — коэффициент поверхностного натяжения воды. Величина I является очень сильной функцией от термодинамических параметров.

Скорость роста капель r_t и изменение температуры капель по времени T_{st} (нижний индекс t обозначает производную по времени) в общем случае определяются соотношениями

$$r_t = \varphi_1(r, p_v, T, T_v), \quad T_{st} = \varphi_2(r, p_v, T, T_v) \quad (2.14)$$

которые находятся из решения квазистационарной задачи о тепло- и массообмене неподвижной капли с окружающей средой [6].

Простейший вариант второго уравнения в (2.14) — алгебраическая зависимость между T и T_s , а простейший вариант первого уравнения — зависимость [6]

$$r_t = Y(\varphi_v, T) = \frac{\alpha_s}{\rho_s^\circ} \frac{p_v - p_e(T)}{\sqrt{2\pi R_v T}} \quad (2.15)$$

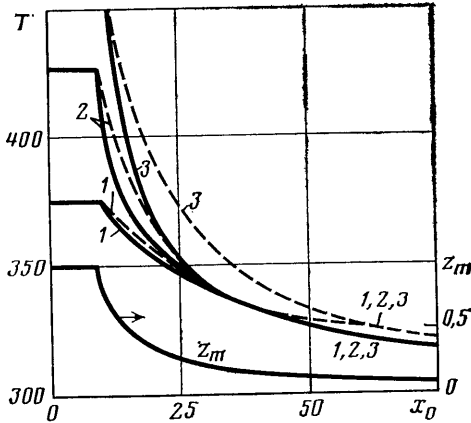
которая справедлива для случая мелких капель. Ниже будут рассмотрены различные модели конденсации.

3. Равновесная конденсация. Режим равновесной конденсации характеризуется условиями $T = T_s$ и $p_v = p_e(T)$. Из второго уравнения (2.6) на-

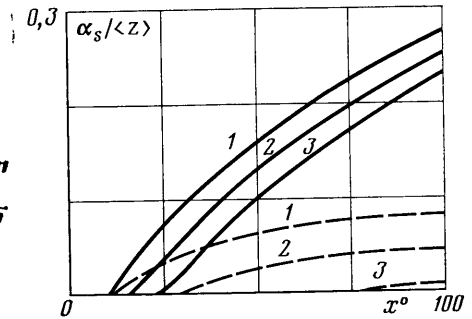
ходим выражение

$$p_e(T) = \frac{R_v(1-\alpha_a-\alpha_s)}{R_v(1-\alpha_a-\alpha_s)+R_a\alpha_a} \quad (3.1)$$

которое позволяет найти функцию $\alpha_s = \alpha_s(T, \alpha_a)$. При наличии такой зависимости отпадает необходимость в привлечении кинетического уравнения (2.3). Область течения состоит из двух зон. Первая, в которой конденсация отсутствует ($S < 1$, $\alpha_s = 0$), описывается системой уравнений (2.1)–(2.2), (2.4)–(2.8) при $\alpha_s = 0$, совпадающей с обычной системой уравнений для паровоздушной турбулентной струи. Вторая зона описывается урав-



Фиг. 1



Фиг. 2

нениями (2.1)–(2.2), (2.4)–(2.8), где вместо второго соотношения в (2.6) используется выражение (3.1).

При проведении расчетов учитывалось следующее обстоятельство. При задании кусочно-постоянных функций для h и α_a в сечении $x=0$ ($h=h_0$, $\alpha_a=\alpha_{a0}$ при $y < R$ и $h=h_\infty$, $\alpha_a=\alpha_{a\infty}$ при $y > R$) из уравнений (2.2) и (2.9)–(2.10) следуют интегралы

$$\frac{h-h_\infty}{h_0-h_\infty} = \frac{\alpha_a-\alpha_{a\infty}}{\alpha_{a0}-\alpha_{a\infty}} = \langle z \rangle \quad (3.2)$$

Здесь и в дальнейшем индексы 0 и ∞ относятся к начальному сечению струи и внешнему пространству.

Отметим, что соотношения (3.2) могут быть обобщены на случай произвольных, но подобных начальных профилей h , α_a и $\langle z \rangle$.

Соотношения (3.2) вместе с выражениями (2.5) (при $T=T_s$), (2.6) и (3.1) позволяют получить неявные (но конечные) связи между величинами T , α_a , α_s , ρ и концентрацией пассивной примеси $\langle z \rangle$ [4]. В эти связи в качестве параметров входят величины p_∞ , α_{a0} , $\alpha_{a\infty}$, T_0 , T_∞ .

Анализ этих связей может быть проведен до конца. Обратим внимание, что эти зависимости найдены без использования уравнений (2.1), (2.7), (2.8), (2.9). Привлечение указанных уравнений, таким образом, необходимо, чтобы связать величину $\langle z \rangle$ с соответствующей точкой x , y в плоскости течения.

Численное интегрирование системы уравнений (2.1), (2.4), (2.7)–(2.9), дополненной указанными выше конечными зависимостями величин T , α_a , α_s и ρ от $\langle z \rangle$, производилось по монотонной неявной конечно-разностной схеме 1-го порядка точности [11, 12], разработанной для решения двумерных задач струйного типа. На фиг. 1 и 2 представлены результаты

расчетов, проведенных для условий

$$p_{\infty}=980 \text{ мб}, T_{\infty}=253-293 \text{ К}, T_0=375-477 \text{ К} \quad (3.3)$$

$$u_{\infty}=0, \alpha_{v0}=1 (\alpha_{a0}=0), \alpha_{v\infty}=0 (\alpha_{a\infty}=1)$$

На фиг. 1 показаны распределения температуры вдоль оси струи при $T_{\infty}=253 \text{ К}$ (сплошные линии) и $T_{\infty}=293 \text{ К}$ (штриховые линии). Кривые 1, 2 и 3 соответствуют температурам 375, 427 и 477 К. При увеличении $x^0=x/R$ кривые 1, 2 и 3 выходят на одну предельную кривую, зависящую от выбранной температуры T_{∞} . Однако отличие предельных кривых, соответствующих различным T_{∞} , невелико. На этой же фигуре представлены распределения концентрации z_m пассивной примеси вдоль оси струи при различных T_{∞} и T_0 . Все кривые практически не отличаются от соответствующих кривых для замороженной струи ($\alpha_s=0$), близких одна к другой.

На фиг. 2 показаны зависимости величины $\tau=\alpha_s/\langle z \rangle=\alpha_s/(\alpha_s+\alpha_v)$ от осевой координаты при таких же, как на фиг. 1, температурных условиях и при использовании аналогичных обозначений. Величина τ равна отношению плотности конденсата к сумме плотностей конденсата и водяного пара. Уменьшение температуры T_{∞} вызывает существенное увеличение величины α_s . Однако массовая концентрация пара $\alpha_s=\tau\langle z \rangle$ при этом остается малой величиной (см. п. 1).

4. Гомогенная конденсация. Пусть $T=T_s$, а скорость роста капель T_t не зависит от r и определяется формулой (2.14). В этом случае решение уравнения относительно функции распределения капель по размерам заменяется решением следующей системы моментных уравнений:

$$\rho \frac{d\Omega_0}{dt} = I, \quad \rho \frac{d\Omega_1}{dt} = \rho r_t \Omega_0 + Ir_* \quad (4.1)$$

$$\rho \frac{d\Omega_2}{dt} = 2\rho r_t \Omega_1 + Ir_*^2$$

$$\rho \frac{d\alpha_s}{dt} = \omega, \quad \omega = 4\pi\rho_s^{\circ} r_t \Omega_2 + \frac{4}{3} \pi\rho_s^{\circ} Ir_*^3 \quad (4.2)$$

$$\alpha_s = \frac{4}{3} \pi\rho_s^{\circ} \Omega_3, \quad \Omega_k = \frac{n_s}{\rho} \langle r^k \rangle \quad (k=0, 1, 2, 3)$$

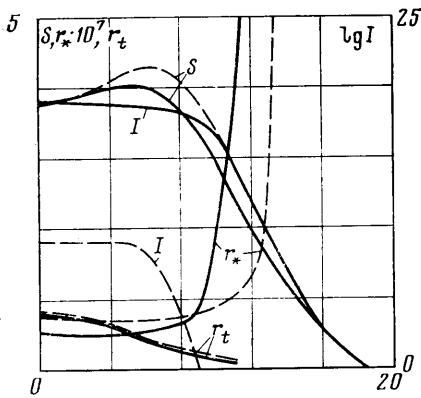
Здесь знак $\langle \rangle$ означает осреднение по ансамблю частиц. Величины Ω_1 , Ω_2 и Ω_3 пропорциональны средним радиусу, площади и объему частиц соответственно. Величины r_* , I и r_t определены формулами (2.12)–(2.14). Уравнения (4.1) и (4.2) записаны для мгновенных значений зависимых переменных. Левые части уравнений содержат субстанциональные производные по времени. Первое уравнение (4.2) является аналогом уравнения (2.3), а ω представляет собой мгновенное значение источниковой функции.

Отношение членов Ir_*^k ($k=1, 2, 3$) к остальным членам в кинетических уравнениях (4.1)–(4.2) по порядку величины равно $\Pi_1^k=(r_*/r_1 t)^k$. Параметр Π_1 обычно является малым. (Например, если $r_t=0,1-1 \text{ см/с}$, $r_* = 10^{-7}-10^{-6} \text{ см}$, $t=10^{-4} \text{ с}$, то $\Pi_1=10^{-3}-10^{-1}$). В этом случае система (4.1)–(4.2) может быть записана в более простом виде

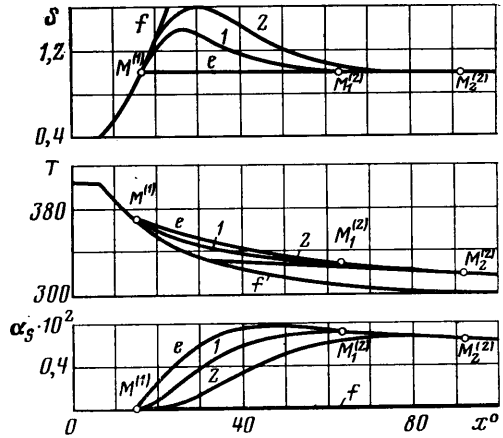
$$\rho \frac{d\Omega_0}{dt} = I, \quad \rho \frac{d\Omega_k}{dt} = k\rho r_t \Omega_{k-1} \quad (k=1, 2, 3)$$

Важным вопросом является проблема осреднения кинетических уравнений в случае турбулентного движения среды. Осреднение левых частей этих уравнений производится тривиально: операторы $\rho d\Omega_k/dt$ известным

приемом преобразуются в операторы $\mu\{\Omega_n; Sc\}$. Основную сложность представляет осреднение правых частей этих уравнений. Наиболее прост метод квазиламинарного осреднения, когда среднее значение функции $\xi=f(\mu_1, \dots, \mu_n)$ определяется формулой $\langle \xi \rangle = f(\langle \mu_1 \rangle, \dots, \langle \mu_n \rangle)$. Для оценки погрешности, вносимой квазиламинарным осреднением, было произведено осреднение кинетических параметров $\xi=\{r_*, I, r_t, S\}$ по квазиламинарной модели осреднения и модели осреднения параметров в турбулентных течениях, предложенной в [13]. Параметры ξ являются функциями от двух термодинамических величин: p_v и T . С помощью соотношений (2.5), (2.6) и (3.1), записанных для мгновенных величин, дав-



Фиг. 3



Фиг. 4

ление p_v и температуру T , а следовательно, и величину ξ можно выразить через z и α_s : $\xi=\varphi(z, \alpha_s)$. (Под всеми величинами здесь подразумеваются их мгновенные значения). При $\alpha_s=0$ функция $R(z)=\varphi(z, 0)$ определяет величину ξ , рассчитываемую по параметрам замороженной струи. При наличии конденсации, согласно фиг. 2, в первом приближении можно считать, что $\alpha_s \ll z$, и заменить функцию $\varphi(z, \alpha_s)$ функцией $F(z)$. Если известна функция распределения плотности вероятности концентрации пассивной примеси $P(z)$, то среднее значение ξ определяется формулой

$$\langle \xi \rangle = \langle F(z) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} P(z) F(z) dz \quad (4.3)$$

В качестве функции $P(z)$ была выбрана зависимость [13]

$$P(z) = \beta \delta(z_-) + (1-\beta) \delta(z_+), \quad z_+ = \langle z \rangle + \sigma \quad (4.4)$$

$$z_- = \langle z \rangle - \sigma, \quad \beta = \frac{\langle z \rangle - z_-}{z_+ - z_-}, \quad \sigma = \sqrt{2\theta}$$

Здесь $\delta(z)$ — дельта-функция, а величины $\langle z \rangle$ и θ удовлетворяют уравнениям (2.9) и (2.11) соответственно.

Для реализации осреднения по формулам (4.3) и (4.4) вначале проводился расчет замороженной турбулентной струи (при $\alpha_s=0$) по уравнениям (2.1), (2.5)–(2.11), (3.2) и в каждой точке потока определялись средние величины p_v , T , $\langle z \rangle$ и θ . Далее выполнялось интегрирование (4.3). На фиг. 3 представлены профили величин ξ в поперечном сечении струи $x^0=50$, рассчитанные при $p_\infty=990$ мб, $T_0=397$ К, $T_\infty=275$ К, $u_\infty=0$, $u_0=2 \cdot 10^4$ см/с, $\alpha_{v0}=1$ ($\alpha_{a0}=0$), $\alpha_{v\infty}=0$ ($\alpha_{a\infty}=1$) по квазиламинарной методике (штриховые линии) и по формулам (4.3) и (4.4) (сплошные линии).

Согласно этой фигуре, величина I ($\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$), осредненная в квазиламинарном приближении, не превосходит значения $I=10^8$ (конденсация отсутствует), а осредненная по формулам (4.3) и (4.4) может достигать значений $I=10^{18}$ (развитая конденсация). Этим результатом может объясняться наблюдаемое в эксперименте более раннее (по параметру S) развитие конденсации в турбулентных течениях по сравнению с ламинарными течениями. В то же время влияние различных способов осреднения на величины r_t и S оказывается менее значительным.

Полученные данные подчеркивают остроту проблемы осреднения в случае гомогенной конденсации. Проведение конкретных расчетов гомогенной конденсации в турбулентных струях в настоящее время наталкивается на серьезные трудности в связи с отсутствием адекватной модели осреднения членов, входящих в правые части уравнений (4.1) и (4.2) и содержащих искомые величины Ω_k .

5. Гетерогенная конденсация. Пусть конденсация пара происходит на посторонних мелких частицах (ядрах), которые поступают в струю из сопла или из окружающего пространства. Предположим, что все ядра имеют одинаковый начальный размер r_0 , скорость роста конденсата определяется формулой (2.15), выполняется условие $T=T_s$ и степень насыщения пара S такова, что скорость нуклеации I — малая величина. Моментные кинетические уравнения принимают вид (см. (4.1)–(4.2))

$$\rho \frac{d\Omega_k}{dt} = k\rho r_t \Omega_{k-1} \quad (k=0, 1, 2, 3) \quad (5.1)$$

$$\alpha_s = 4/3\pi\rho_s \circ (\Omega_3 - \Omega_0 r_0^3)$$

В связи с тем что величина r_t слабо зависит от термодинамических параметров, а ее среднее значение практически инвариантно к способу осреднения (см. фиг. 3), при осреднении правых частей (5.1) допустимо использовать квазиламинарное приближение. Тогда после осреднения левых и правых частей уравнений (5.1) получим

$$M\{\Omega_k; Sc\} = k\rho r_t \Omega_{k-1} \quad (k=0, 1, 2, 3) \quad (5.2)$$

где все величины средние.

При использовании для r_t формулы (2.15) необходимо учесть, что средние размеры капли $\langle r^k \rangle$ ($k=1, 2, 3$) при ее испарении, вообще говоря, не должны становиться меньше размеров исходных зародышей r_0^k . Однако вследствие неадекватности уравнений (5.1) исходному уравнению относительно функции распределения частиц по размерам, одновременное обращение в нуль величин $\eta_k = \langle r^k \rangle - r_0^k = (\Omega_k/\Omega_0) - r_0^k$ оказывается невозможным. Поэтому в качестве критерия окончания процесса испарения частиц можно выбрать любое из условий $\eta_k = 0$ ($k=1, 2, 3$). При выборе конкретного $k=k_*$, можно, например, потребовать, чтобы η_{k_*} была первой обращающейся в нуль величиной η_k . Практические расчеты показали, что $k_*=1$. Таким образом, функция r_t аппроксимировалась зависимостями

$$\begin{aligned} (\Omega_1/\Omega_0) > r_0: \quad r_t &= Y(p_v, T) \\ (\Omega_1/\Omega_0) = r_0, \quad S \geq 1: \quad r_t &= Y(p_v, T) \\ (\Omega_1/\Omega_0) = r_0, \quad S < 1: \quad r_t &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Граничные условия для решения уравнений (5.2) записываются в виде

$$\begin{aligned} x=0, y < R: \quad \Omega_k &= (N_0/\rho_0) r_0^k \quad (k=0, 1, 2, 3) \\ x=0, y > R; \quad y \rightarrow \infty: \quad \Omega_k &= (N_\infty/\rho_\infty) r_0^k \\ y=0: \quad \partial\Omega_k/\partial y &= 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Здесь N_0 и N_∞ — концентрации ядер конденсации на срезе сопла и в окружающем пространстве.

Из сопоставления первого уравнения в (5.2) с уравнением (2.9) и сопоставления соответствующих граничных условий находим интеграл

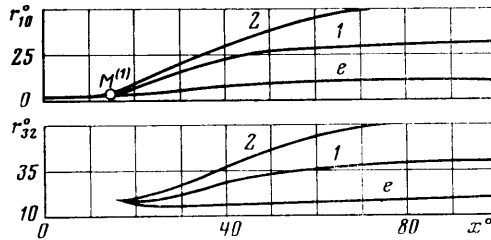
$$\frac{\chi - \chi_\infty}{\chi_0 - \chi_\infty} = \langle z \rangle, \quad \chi = \frac{N}{\rho} \quad (5.5)$$

Если размер ядер конденсации r_0 значительно меньше размера образующихся на них капель, то величины Ω_k ($k=1, 2, 3$) в (5.4) можно положить равными нулю.

При переходе к безразмерным переменным в соотношениях (5.2) и (5.4) возникают три безразмерных параметра

$$\Pi = 4\pi\rho_s^\circ \left(\frac{r_{10}R}{u_0} \right)^3 \frac{N_0}{\rho_0}, \quad r_0^\circ = \frac{r_0 u_0}{r_{10}R}, \quad l = \frac{N_\infty}{N_0} \quad (5.6)$$

Результирующая система уравнений включает дифференциальные уравнения (2.1), (2.4), (2.7)–(2.9), (5.2), соответствующие граничные



Фиг. 5

условия и конечные соотношения (2.5)–(2.6), (3.2), из которых находят связи $T=T(\langle z \rangle, \alpha_s)$, $\rho=\rho(\langle z \rangle, \alpha_s)$. Ее решение осуществлялось с помощью описанного выше конечно-разностного метода. При этом была проведена специальная методическая работа по выбору необходимого шага интегрирования в областях с большими градиентами кинетических параметров, по преодолению трудностей, возникающих при интегрировании кинетических уравнений в случае $N_\infty=0$ и при использовании условий (5.3).

На фиг. 4 и 5 представлены результаты расчетов, проведенных при условиях: $p_\infty=980$ мб, $T_0=402$ К, $\alpha_{v0}=1$ ($\alpha_{a0}=0$), $N_0 \neq 0$, $T_\infty=288$ К, $\alpha_{v\infty}=0$ ($\alpha_{a\infty}=1$), $u_\infty=0$, $N_\infty=0$.

В расчетах фиксировался параметр $r_0^\circ=2$ и варьировался параметр Π , пропорциональный N_0 . Графики иллюстрируют изменение вдоль оси струи величин

$$S, T, \alpha_s, \quad r_{10}^\circ = \langle r \rangle / r_0 = \Omega_1 / (\Omega_0 r_0) \\ r_{32}^\circ = r_{32} / r_0 = \langle r^3 \rangle / (r_0 \langle r^2 \rangle) = \Omega_3 / (\Omega_2 r_0)$$

Кривые f и e соответствуют расчетам для замороженной и равновесной струй (см. п. 3). Кривые 1 и 2 получены при $\Pi=8,8 \cdot 10^{-7}$ и $\Pi=1,76 \cdot 10^{-7}$ соответственно. Этим значениям Π в случае $u_0=2 \cdot 10^4$ см/с, $R=0,15$ см соответствуют концентрации $N_0=10^4$ и $N_0=2 \cdot 10^3$.

Отметим следующие особенности указанных на фиг. 4 и 5 распределений: левее точки $M^{(1)}$ все параметры изменяются по теории замороженной струи; правее точки $M^{(1)}$ кривые 1 и 2 для S, T, α_s расположены между кривыми f и e ; на достаточно большом расстоянии от среза сопла неравновесный режим гетерогенной конденсации в точках $M_i^{(2)}$ ($i=1, 2$) переходит в равновесный режим; протяженность участка неравновесного течения (расстояние между точками $M_i^{(2)}$ и $M^{(1)}$) с увеличением Π сокращается; с увеличением Π размеры частиц уменьшаются. Последний ре-

зультат объясняется инвариантностью величины $\alpha_s = \alpha_{se}$ для равновесной конденсации по отношению к параметру Π и тем, что $\alpha_{se} \sim r^3 N_0$. Из последнего условия вытекает, что в режиме равновесной конденсации и вблизи этого режима увеличение числа ядер конденсации должно приводить к уменьшению размера выросших на ядрах капель. Этот вывод подтверждается экспериментальными данными [4]. Укажем также, что величина $2r_{32} = d_{32}$ представляет собой заутеровский диаметр частиц, который непосредственно фиксируется в эксперименте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981. 470 с.
2. Абрамович Г. Н., Бузов А. А., Зуев Ю. В., Лепешинский И. А., Эпштейн В. И. Исследование конденсации пара в паровоздушной струе. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 3, с. 142–144.
3. Сугугин А. Г., Пучков А. С., Лушников А. А. Спонтанная конденсация в турбулентной затопленной струе. — Коллоид. ж., 1978, т. 40, № 2, с. 285–291.
4. Вагажин А. Б., Валеев Р. С., Лихтер В. А., Шувльгин В. И., Ягодкин В. И. Исследование турбулентных паровоздушных струй при наличии конденсации и введении в поток посторонних частиц. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1984, № 3.
5. Салганов Г. А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. М.: Наука, 1979. 286 с.
6. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
7. Абрамович Г. Н. О влиянии примеси твердых частиц или капель на структуру турбулентной газовой струи. — Докл. АН СССР, 1970, т. 190, № 5, с. 1052–1055.
8. Абрамович Г. Н., Гиршович Т. А. О диффузии тяжелых частиц в турбулентных газовых потоках. — Докл. АН СССР, 1973, т. 212, № 3, с. 573–576.
9. Гавин Л. Б., Наумов В. А. Турбулентная двухфазная струя и ее численное исследование. — Инж.-физ. журн., 1983, т. 44, № 6, с. 927–932.
10. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Турбулентное смешение газовых струй. М.: Наука, 1974. 272 с.
11. Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Расчет турбулентного диффузионного факела горения с учетом пульсаций концентрации и архимедовых сил. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1, с. 30–40.
12. Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Влияние пульсаций концентрации на диффузионное горение. — В кн.: Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение гетерогенных и газовых систем. Черногловка, 1977, с. 57–61.
13. Khalil E. E., Spalding D. B., Whitelaw J. H. The calculation of local flow properties in two-dimensional furnaces. — Int. J. Heat and Mass Transfer, 1975, v. 18, № 6, p. 775–791.

Москва

Поступила в редакцию
3.VII.1984