

УДК 532.526

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО ОТРЫВА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

МАРЦИНКОВСКИ В., ШКАДОВ В. Я.

Явление отрыва потока от обтекаемой поверхности тела и перенос жидкости, заторможенной в пограничном слое, во внешнее течение имеет первостепенное значение, как прикладное, так и теоретическое. Важность течений с отрывом с практической точки зрения определяется прежде всего тем, что отрыв пограничного слоя, как правило, устанавливает верхний предел эффективности, а следовательно, и применимости многих аэродинамических устройств. С теоретической точки зрения прежде всего важна проблема выбора единственного решения и проблема разработки эффективных численных методов исследования течений с отрывом. Сложность экспериментального исследования и многообразие проблем, связанных с обтеканием тел при наличии отрыва, определяют важность теоретического исследования их общих закономерностей.

Цель настоящей работы — исследование отрывных зон и некоторых способов управления ими на основе полных уравнений Навье — Стокса в случае плоских стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости при умеренно низких числах Рейнольдса.

Исследования проведены на основе полных уравнений Навье — Стокса для случая стационарного течения вязкой несжимаемой жидкости вблизи пластины, на поверхности которой заданы сильные локальные возмущения. Возмущения создаются вдувом или отсосом, движением части стенки, градиентом давления, а также комбинацией этих воздействий. Получены картины линий тока, профиля скорости, распределения давления и напряжения трения на стенке. Показано, что открытую отрывную зону с помощью локального отсоса или движения стенки в направлении потока можно замкнуть; в случае образования замкнутой отрывной зоны эти способы позволяют исключить отрыв.

1. Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим обтекание плоской пластины потоком вязкой несжимаемой жидкости. Пусть на некоторой части пластины KL (фиг. 1) резко изменяются граничные условия. Тогда в окрестности этой области градиенты гидродинамических величин будут иметь одинаковый порядок в обоих направлениях и следует рассматривать полную систему уравнений движения Навье — Стокса и уравнение неразрывности. Поместим начало декартовой системы координат x', y', z' в переднюю кромку пластины. Направим ось x' вдоль поверхности пластины параллельно набегающему потоку, а ось y' перпендикулярно пластине.

В переменных вихрь — функция тока система уравнений Навье — Стокса в безразмерном виде имеет форму

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (1.1)$$
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad \text{Re} = V_{\infty} l \nu^{-1}$$

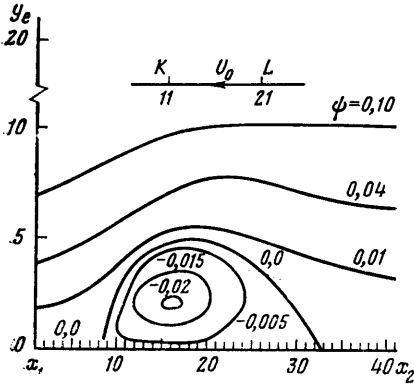
Здесь ω — завихренность, ψ — функция тока, V_{∞} — скорость набегающего потока на бесконечности, l — расстояние от передней кромки пластины до конца области интегрирования, Re — число Рейнольдса.

Функция тока ψ и завихренность ω связаны с продольной и поперечной составляющими скорости u и v соотношениями

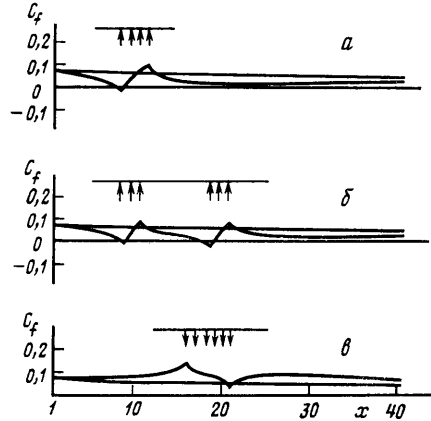
$$u = \partial\psi/\partial y, \quad v = -\partial\psi/\partial x, \quad \omega = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y \quad (1.2)$$

Систему дифференциальных уравнений (1.1) интегрируем в прямоугольной области, изображенной на фиг. 1, $x_1 \leq x \leq x_2$, $0 \leq y \leq y_e$.

Граничные условия на границах, расположенных вверх и вниз по потоку, основаны на предположении, что поток втекает в рассматриваемую область и вытекает из нее в режиме, который определяют уравнения по-



Фиг. 1



Фиг. 2

граничного слоя. Значения функции тока и вихря на границе, расположенной вверх по потоку ($x=x_1$), берутся из решения уравнения Блазиуса. На границе, расположенной вниз по потоку, выставляются следующие, так называемые мягкие граничные условия

$$\partial^2\psi/\partial x^2=0, \quad \partial^2\omega/\partial x^2=0, \quad x=x_2 \quad (1.3)$$

Граничные условия этого типа пригодны прежде всего в тех областях, где не ожидается возникновения больших градиентов гидродинамических параметров, они по существу предполагают линейное изменение ψ и ω в окрестности этой границы. Предполагается, что на внешней границе, параллельной пластине ($y=y_e$), решение должно срачиваться с невязким течением. Здесь задается распределение продольной компоненты скорости, а завихренность равняется нулю

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = U_e(x), \quad \omega = 0, \quad y = y_e \quad (1.4)$$

На пластине граничные условия для функции тока, записанные в общем виде, имеют следующую форму:

$$\psi = A(x), \quad \left[\frac{\partial\psi}{\partial x} = C(x) \right] \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial y} = B(x), \quad y = 0$$

Величины $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ зависят от конкретной задачи ($C(x)$ — кусочно-линейная функция). Для вихря применяется граничное условие Тома

$$\omega_1 = \frac{2\psi_1}{y_1^2} - \frac{2\psi_2}{y_2^2} + \frac{2}{y_2} \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad y = 0 \quad (1.6)$$

Здесь ψ_1 и ψ_2 — значения функции тока на пластине и на расстоянии y_2 от пластины соответственно.

Разностная аппроксимация граничных условий, за исключением граничного условия для вихря на пластине, имеет второй порядок точности, а граничное условие для вихря (1.6) — первый порядок точности. В работе [1] показано, что при решении стационарной задачи применение условий более высокого порядка точности по существу мало влияет на точность и скорость сходимости решения. Система дифференциальных уравнений (1.1) с граничными условиями (1.3)–(1.6) решается численно конечно-разностным методом на равномерной сетке. Номера расчетных узлов сетки указаны на координатных осях на фигурах. Конечно-разностное уравнение переноса завихренности решается методом последовательной релаксации на основе следующего соотношения:

$$\omega_{i,j}^{k+1} = \frac{a}{4} (\omega_{i+1,j}^k + \omega_{i-1,j}^{k+1} + \omega_{i,j+1}^k + \omega_{i,j-1}^{k+1} - 4\omega_{i,j}^k) + \omega_{i,j}^k - \frac{a \operatorname{Re}}{16} [(\psi_{i,j+1}^k - \psi_{i,j-1}^{k+1})(\omega_{i+1,j}^k - \omega_{i-1,j}^{k+1}) - (\psi_{i+1,j}^k - \psi_{i-1,j}^{k+1})(\omega_{i,j+1}^k - \omega_{i,j-1}^{k+1})] \quad (1.7)$$

Здесь k — номер итерации, a — параметр релаксации, $\psi_{i,j}$ и $\omega_{i,j}$ — значения функции тока и вихря в точках разностной сетки.

Уравнение Пуассона для функции тока решается итерационным методом Либмана на основе следующего конечно-разностного уравнения:

$$\psi_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{4} (\psi_{i+1,j}^k + \psi_{i-1,j}^{k+1} + \psi_{i,j+1}^k + \psi_{i,j-1}^{k+1}) + \frac{1}{4} h^2 \omega_{i,j}^k \quad (1.8)$$

где h — шаг сетки.

Начальным приближением для всех рассмотренных вариантов является невозмущенный пограничный слой. Возмущения в поток вносят соответствующие данной задаче граничные условия на пластине. Расчеты показали, что если сразу задать значения A , B , C в граничных условиях (1.5), то итерационный процесс не всегда сойдется. Решение сходится, если значения параметров в граничных условиях увеличивать шагами от нуля. При этом на каждом шаге изменения граничных условий приходится выполнять необходимое число итераций. Чтобы ускорить сходимость, перед вычислением поля завихренности, поле функции тока полезно несколько раз итерировать.

Для контроля сходимости итерационного процесса был применен следующий критерий эмпирического характера:

$$\sum_{i=1}^M |\omega_{i,1}^{k+1} - \omega_{i,1}^k| < 0,002 \sum_{i=1}^M |\omega_{i,1}^k| \quad (1.9)$$

где M — число расчетных точек в продольном направлении. В основном использовалась сетка размером 41×25 с безразмерным шагом $h=0,02$. Коэффициент релаксации $a=0,4$. В большинстве случаев расчеты проводились при числе Рейнольдса $\operatorname{Re}=400$. Отдельные расчеты выполнены при $\operatorname{Re}=300$ и 600 .

Во время расчетов контролировалась также сходимость решения во внутренних узлах расчетной области. Оказалось, что условия (1.9) достаточно для сходимости решения (1.1) во всей области интегрирования. В частности, соотношение (1.9) всегда выполнялось и во внутренних узлах поля течения для конечной итерации.

2. Подвижные поверхности. Проблеме обтекания плоской пластины с подвижной поверхностью посвящен ряд работ, например [1–3]. Особо отметим работу [4], в которой на основе уравнений пограничного слоя получен ряд интересных результатов. Большинство работ выполнено для случая, когда движется бесконечная пластина.

В данной работе рассмотрено обтекание плоской пластины в случае, когда часть стенки движется с постоянной скоростью $u_0 = u' V_\infty^{-1}$ против набегающего потока или по потоку. На внешней границе скорость постоянная, равная скорости набегающего потока на бесконечности.

В случае, когда часть стенки $x_K \leq x \leq x_L$ движется против набегающего потока, образуется замкнутая отрывная зона (отрывной пузырь), которая

Таблица 1

1		2		3		4	
u_0	c_D	u_0	c_D	v_0	c_D	v_0	c_D
0,0	0,0367	0,0	0,0367	0,2	0,0250	-0,2	0,0596
-0,5	0,0380	0,5	0,0297	0,25	0,0218	-0,3	0,0741
-1,0	0,0390	1,0	0,0130	0,3	0,0187		
-1,5	0,0409	1,5	-0,0117	0,35	0,0156		
-2,0	-	2,0	-0,0427				

увеличивается с ростом скорости движения стенки. На фиг. 1 показана картина линий тока для случая $u_0 = -1$. Для наглядности ось y растянута в 2,5 раза. Видно, что поток отрывается перед подвижной частью стенки (передача возмущений вверх по потоку). Коэффициент сопротивления c_D больше, чем в случае неподвижной стенки. В табл. 1 (вариант 1) представлены некоторые значения параметра u_0 и соответствующие им значения коэффициента сопротивления c_D .

$$c_D = -\frac{2}{\text{Re}} \int_{x_1}^{x_2} \omega_1 dx$$

Здесь ω_1 — значение вихря на стенке.

В случае, когда часть стенки движется по потоку, отрыва не происходит. Коэффициент сопротивления меньше, чем в случае неподвижной стенки (вариант 2 табл. 1).

Точки K и L (фиг. 1) являются особыми. В этих точках гидродинамические характеристики и их производные терпят разрывы, однако в расчетах эти особенности не вызвали затруднений. Влияние их на решение оставалось локальным.

При уменьшении шага сетки в 2 раза решение сохраняет все основные свойства, и максимальное различие значений продольной компоненты скорости составляет около 20 %. Перемещение внешней границы также качественно не изменяет картину течения, а вызывает лишь количественные изменения в решении.

Перемещение границы, расположенной вниз по потоку, пренебрежимо мало влияло на решение.

3. Обтекание пластины с подачей массы. Существуют некоторые точные решения уравнений пограничного слоя для случаев обтекания тел с отсасыванием или вдувом [5]. Однако класс этих решений очень ограничен. Чтобы выполнялись допущения, лежащие в основе теории пограничного слоя, вдув (отсасывание) должен быть непрерывным и производиться с небольшой скоростью порядка $V_\infty \text{Re}^{-1/2}$.

В данной работе рассмотрено обтекание плоской пластины с локальным вдувом или отсосом. На внешней границе скорость постоянная, равная скорости набегающего потока на бесконечности. Обнаружено, что, начиная с некоторой скорости вдува, перед областью вдува образуется небольшая отрывная зона, которая растет с увеличением скорости v_0 . Отрывная зона видна на графике распределения вдоль стенки местного коэффициента трения c_f (фиг. 2, а).

$$c_f = -2\omega_1/\text{Re}$$

В табл. 2 даны профили скорости $u(y)$ при $v_0 = 0,4$. График построен для случая $v_0 = 0,30$. Для сравнения дана кривая распределения трения по Блазиусу. Коэффициент сопротивления меньше, чем в случае обтекания пластины без вдува. В табл. 1 (вариант 3) представлены некоторые значения параметра $v_0 = v' V_\infty^{-1}$, для которых проводились расчеты, и соответствующие им полученные значения коэффициента сопротивления c_D . Про-

Таблица 2

Узловая точка	Сечение		
	5	6	7
1	0,0	0,0	0,0
2	0,1967	0,0774	0,0934
3	0,4162	0,2802	0,2208
4	0,6245	0,4814	0,3684
5	0,7884	0,6657	0,5200
6	0,8957	0,8105	0,6622
7	0,9533	0,9073	0,7857
8	0,9800	0,9629	0,8833
9	0,9915	0,9906	0,9523
10	0,9667	1,0029	0,9950
12	1,0011	1,0096	1,0274
14	1,0028	1,0100	1,0289
16	1,0032	1,0089	1,0236
18	1,0029	1,0081	1,0177
20	1,0023	1,0053	1,0123
22	1,0014	1,0032	1,0072
25	1,0000	1,0000	1,0000

фили продольной составляющей скорости имеют точку перегиба и в силу этого неустойчивы.

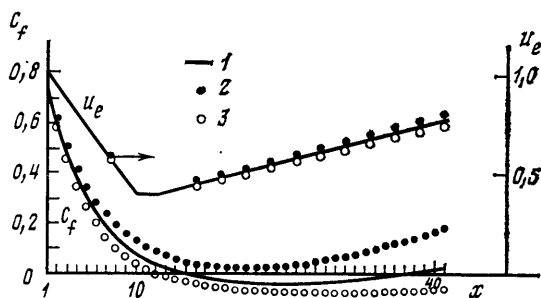
Графики распределения давления и местного коэффициента трения вдоль стенки (фиг. 2, а) качественно очень хорошо совпадают с результатами, полученными в работе [6], в которой исследовалось обтекание плоской пластинки сверхзвуковым потоком с сильным локальным вдувом на основе асимптотической теории свободного взаимодействия.

Рассмотрено также обтекание пластины с двумя локальными зонами вдува. Перед обеими зонами вдува образуются небольшие области отрывного течения (фиг. 2, б). График построен для случая $v_0=0,30$. Область отрыва, образующаяся перед второй зоной вдува, больше, чем перед первой. Влияние вверх по потоку одной зоны вдува на вторую не сильное.

Исследовано обтекание плоской пластины в случае, когда на части стенки производится отсос. В этом случае отрыва не происходит. Наоборот, увеличивается способность потока противостоять возможности возникновения отрыва. Профили продольной компоненты скорости более наполнены по сравнению с профилем Блазиуса. Соответствующая кривая распределения вдоль стенки трения при $v_0=-0,20$ показана на фиг. 2, в. Коэффициент сопротивления больше по сравнению с коэффициентом сопротивления в течении Блазиуса (вариант 4 табл. 1). Наконец, рассмотрено обтекание плоской пластины при наличии двух зон локального отсоса. Взаимодействие зон отсоса несущественно.

4. Течение с градиентом давления. С практической точки зрения наиболее важны течения с градиентом давления. Обтекание плоской пластины с заданным на внешней границе распределением давления при $Re \approx 10^4$ исследовано в работах [7, 8]. В этих работах распределение скорости на внешней границе задавалось в виде кусочно-линейной кривой; линейное падение скорости до определенного значения, а затем скорость постоянна. Для такого распределения скорости получена замкнутая отрывная зона. В данной работе при распределении скорости этого типа формировалась открытая отрывная зона. С физической точки зрения это понятно, так как для такого распределения скорости нет механизма, который способствовал бы присоединению потока. Из эксперимента следует, что в таких условиях оторвавшийся ламинарный поток вновь присоединяется, но уже в турбулентном режиме. Замкнутую отрывную зону можно получить, если оторвавшемуся потоку сообщить ускорение.

На внешней границе зададим следующее распределение продольной компоненты скорости: на начальном участке скорость постоянная, затем уменьшается по линейному закону, а потом линейно возрастает (фиг. 3). На пластине имеем условия прилипания ($u=0, v=0$). На фиг. 3 показаны значения трения вдоль стенки, соответствующие представленным трем случаям распределения скорости на внешней границе. Обращает на себя внимание большая чувствительность потока. Сравнительно небольшие изменения в распределении скорости значительно меняют режим течения от безотрывного (кривая 2), через течение с отрывным пузырем (кривая 1), к течению с открытой отрывной зоной (кривая 3). Зависимость поведения потока от глобального распределения давления является подтверждением эллиптического характера течения. Несмотря на большой положительный



Фиг. 3

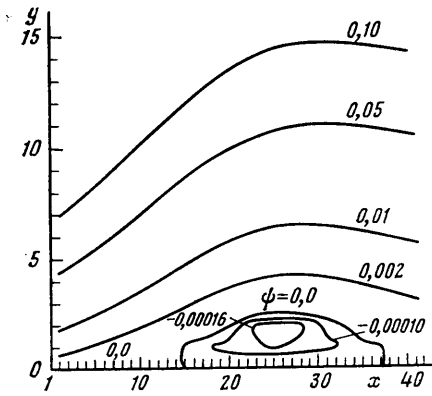
градиент давления на начальном участке, можно избежать отрыва, если ниже по течению сообщить потоку достаточное ускорение (сравнительно небольшое). Такое поведение потока на основе теории пограничного слоя предсказать невозможно.

На фиг. 4 показана картина линий тока, соответствующая распределению скорости на внешней границе, заданному кривой 1. Отчетливо видна замкнутая отрывная зона, ее структура и размер. Проведено исследование для определения перепада давления в поперечном направлении. Оказалось, что градиент давления в поперечном направлении существенный. Существование большого градиента давления в поперечном направлении и влияние на отрыв потока глобального распределения граничных условий делают мало обоснованным применение уравнений пограничного слоя в случае отрывных течений. Исследовано влияние на отрыв потока значения числа Рейнольдса. С ростом Re отрывная зона увеличивается (поток раньше отрывается и позже присоединяется).

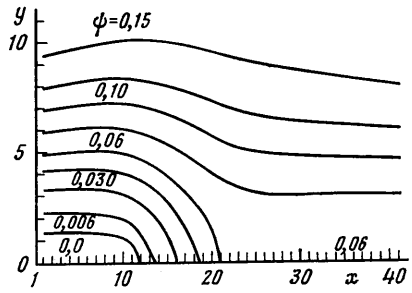
Разработанный алгоритм действует как для закрытой, так и открытой (не интенсивной) отрывных зон.

5. Воздействие на отрывную зону. Если к течению с отрывным пузырем (фиг. 4) применить локальный отсос с безразмерной скоростью отсасывания $v_0 = -0,30$, то отрыва не происходит. Соответствующая этому случаю картина линий тока изображена на фиг. 5. В случае, когда отсасывание производится со скоростью $v_0 = -0,15$, образуется небольшая отрывная зона — намного меньше отрывной зоны, представленной на фиг. 4. Применение локального отсоса к течению с открытой отрывной зоной приводит либо к предупреждению отрыва, либо к течению с отрывным пузырем (в зависимости от интенсивности открытой отрывной зоны и отсасывания). Показано, что предупреждение отрыва можно также осуществить приведением в движение части стенки в направлении набегающего потока. Влияние движущейся части стенки проявляется в сравнительно тонком слое, прилегающем к пластине, в то время как отсос сказывается более заметно на всем поле течения.

Расчеты в данной работе проведены при таких числах Рейнольдса,



Фиг. 4



Фиг. 5

при которых не выполняются предположения асимптотической теории отрыва пограничного слоя [9, 10]. Этим диктуется необходимость прямого численного решения полных уравнений Навье — Стокса. Однако полученные численные результаты качественно правильно отражают ряд свойств отрывных течений при больших Re . Рассмотрим, например, локальный критерий отрыва пограничного слоя от гладкой поверхности под воздействием положительного градиента давления [11]

$$\kappa = \frac{dp'}{dx'} \frac{\theta'}{\rho U_{\infty}^2}$$

где θ' — толщина потери импульса. В турбулентном течении при больших значениях Re для величины κ должно выполняться [12] неравенство $\kappa \geq \geq 0,005$. Для отрывного течения вблизи подвижной поверхности, изображенного на фиг. 1, на основании расчетных значений dp'/dx' и θ' получаем в точке отрыва (сечение 9) $\kappa = 0,006$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leal L. G., Acrivos A. Structure of steady closed streamline flows within a boundary layer. — Phys. Fluids, 1969, v. 12, № 12, pt 1, p. 11–113.
2. Inoue O. A numerical investigation of flow separation over moving walls. — J. Phys. Soc. Jap., 1981, v. 50, № 3, p. 1002–1008.
3. Жук В. И., Рыжов О. С. Об образовании рециркуляционных зон в пограничном слое на движущейся поверхности. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 3–10.
4. Черный Г. Г. Пограничный слой на движущейся поверхности. — В кн.: Избранные проблемы прикладной механики. М.: Наука, 1974, с. 709–719.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
6. Napolitano M. Numerical study of strong slot injection into a supersonic laminar boundary layer. — AIAA Journal, 1980, v. 18, № 1, p. 72–77.
7. Briley W. R. A numerical study of laminar separation bubbles using the Navier — Stokes equations. — J. Fluid Mech., 1971, v. 47, № 4, p. 713–736.
8. Inoue O. Numerical investigation of two-dimensional, incompressible boundary layer flows with separation and reattachment. — ISAS Rept., 1980, v. 45, № 7, p. 127–145.
9. Нейланд В. Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 4, с. 53–57.
10. Сычев В. В. О ламинарном отрыве. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 3, с. 47–59.
11. Бам-Зеликович Г. М. Расчет отрыва пограничного слоя. — Изв. АН СССР. ОТН, 1954, № 12, с. 68–85.
12. Гогинш Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.

Москва

Поступила в редакцию
27.XII.1983