МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 1 • 1985

УДК 532.51.013.4

О НЕЛИНЕЙНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ДВУМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ ВОЛН В СЛОЯХ СМЕШЕНИЯ

ГЕРЦЕНШТЕЙН С. Я., СУХОРУКОВ А. Н.

Рассматриваются вопросы, связанные с устойчивостью [1–3] и нелинейным развитием возмущений в плоском слое смешения [4–7]. Центральное внимание уделено проблеме нелинейного взаимодействия двумерных и трехмерных возмущений [6, 7], а также разработке соответствующей методики численного анализа, основанной на применении к задачам теории гидродинамической устойчивости метода Бубнова – Галеркина [8–14].

1. Исследование проводится в рамках трехмерных уравнений Эйлера для идеальной несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}=-\nabla p$$
$$\operatorname{div}\mathbf{v}=0,\quad \mathbf{v}=\mathbf{V}+\mathbf{v}' \tag{1.1}$$

Здесь $\mathbf{V}(U(y),\ 0,\ 0)$ — вектор скорости основного потока, исследуемого на устойчивость, $\mathbf{v}'(u(x,\ y,\ z,\ t),\ v(x,\ y,\ z,\ t),\ w(x,\ y,\ z,\ t))$ — вектор скорости возмущений, p — давление.

Искомое решение представляется по двум пространственным координатам x и z в виде ряда Фурье; по третьей координате y применяется метод Рэлея, модифицированный на нелинейный и трехмерный случай. Следуя [1, 2, 13], профиль скорости основного течения заменяется ломаной $U_m(y)$

$$U_m=U(y_k)+(y-y_k)\frac{U(y_{k+1})-U(y_k)}{y_{k+1}-y_k},\quad y_{k+1}\leqslant y\leqslant y_k$$
$$(k=1,\ 2,\ldots,m-1) \tag{1.2}$$
$$U_m=U(y_1),\ y_1\leqslant y,\ U_m=U(y_m),\ y\leqslant y_m$$

При этом искомое решение уравнений (1.1) для возмущений удается на каждом из интервалов $(y_{j+1},\ y_j)$ представить в следующем [13] аналитическом виде:

$$u_j=\sum_{n=1}^{N_1}\sum_{k=-N_2}^{N_2}\left(u_{nkj}\frac{n\alpha}{\gamma}-w_{nkj}\frac{k\beta}{\gamma}\right)$$
$$v_j=\sum_{n=1}^{N_1}\sum_{k=-N_2}^{N_2}v_{nkj} \tag{1.3}$$

$$w_j=\sum_{n=1}^{N_1}\sum_{k=-N_2}^{N_2}\left(u_{nkj}\frac{k\beta}{\gamma}+w_{nkj}\frac{n\alpha}{\gamma}\right)$$
$$\gamma=\sqrt{(n\alpha)^2+(k\beta)^2} \tag{1.4}$$

$$u_{nkj}=-\gamma\left\{\left[A_{1nk0}(t)e^{-\gamma y}-\sum_{l=1}^{j}A_{1nkl}(t)\operatorname{ch}\gamma(y-y_l)\right]\times\right.$$

$$\times\cos(n\alpha x+k\beta z)+\left[A_{2nk0}(t)e^{-\gamma y}-\sum_{l=1}^{j}A_{2nkl}(t)\operatorname{ch}\gamma(y-y_l)\right]\times$$

$$\left.\times\sin(n\alpha x+k\beta z)\right\}+A_{5nkj}(t)$$

$$v_{nkj}=\gamma\left\{\left[A_{1nk0}(t)e^{-\gamma y}+\sum_{l=1}^{j}A_{1nkl}(t)\operatorname{sh}\gamma(y-y_l)\right]\sin(n\alpha x+k\beta z)-\right.\tag{1.5}$$

$$\left.-\left[A_{2nk0}(t)e^{-\gamma y}+\sum_{l=1}^{j}A_{2nkl}(t)\operatorname{sh}\gamma(y-y_l)\right]\cos(n\alpha x+k\beta z)\right\}$$

$$w_{nkj}=-\gamma\left[A_{3nkj}(t)\cos(n\alpha x+k\beta z)+A_{4nkj}(t)\sin(n\alpha x+k\beta z)+A_{6nkj}(t)\right.$$

Здесь α и β — волновые числа вдоль осей x и z.

На границах интервалов при $y=y_j$ проводится «склейка» решения: ставится условие непрерывности давления p (или p_x). Выражение для p_x определяется из первого уравнения системы (1).

Кроме того, используется условие затухания возмущений на бесконечности.

В результате исходная задача сводится к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд $A_{inkj}(t)$.

Заметим, что входящие в выражение для p_x производные по y от функций u_j и w_j находятся не непосредственным дифференцированием приближенных решений (1.3)—(1.5), а с помощью конечноразностной аппроксимации [13]

$$(u_j)_{\langle y\rangle}=\frac{u^*_{j-1}-u_j^*}{2(y^*_{j-1}-y_j^*)}+\frac{u_j^*-u^*_{j+1}}{2(y_j^*-y^*_{j+1})}$$

$$(w_j)_{\langle y\rangle}=\frac{w^*_{j-1}-w_j^*}{2(y^*_{j-1}-y_j^*)}+\frac{w_j^*-w^*_{j+1}}{2(y_j^*-y^*_{j+1})}\tag{1.6}$$

$$y_j^*={}^1/_2(y_j+y_{j-1}),\quad u_j^*=u_j(y_j^*),\quad w_j^*=w_j(y_j^*)$$

Обоснование метода Рэлея, модифицированного применительно к нелинейным и трехмерным задачам, приведено в [13].

Существенно, что численная реализация данного метода на ЭВМ оказывается весьма эффективной. Прежде всего это обусловлено быстрой сходимостью метода Рэлея [6, 13, 14]. И, кроме того, разработкой экономичных вычислительных алгоритмов для произвольного числа отрезков ломаной и произвольного числа гармоник — по специальным подпрограммам организуется подстановка рядов (1.3)—(1.5) в исходные уравнения и формирование конечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая оказывается относительно компактной и разрешенной относительно производных по времени.

Интегрирование этой системы проводилось методом Кутта — Мерзона с автоматическим выбором шага и контролем заданной точности вычислений.

2. Первоначально в работе была выполнена серия методических исследований, которая показала правомерность введения относительно небольшого числа звеньев ломаной и ограниченного числа гармоник.

Для исследования быстроты сходимости метода Рэлея профиль средней скорости $U=\text{th}(y)$ аппроксимировался ломаной, состоящей из m отрезков ($m=5$, 11, 17). Коэффициенты нарастания амплитуд возмущений на линейной стадии развития отличались при этом на 7–5%; изменение профиля средней скорости $\Delta U(t)$ в районе первого локального максимума при $t=t_{\max}$ в случае $m=5$ было в 3–4 раза больше, чем при $m=17$, а при $m=11$ и 17 отличие не превышало 10–15%; энергия основной моды при тех же временах в первом случае была примерно в 4 раза больше, чем в третьем, а во втором и третьем случае отличалась на 2–3%.

Дальнейшее увеличение числа отрезков ломаной не приводило к заметному изменению результатов. Тем самым учет 11 звеньев ломаной в профиле средней скорости оказывается достаточным для правильного «воспроизводства» как осредненных, так и пульсационных характеристик течений, по крайней мере на начальной стадии нелинейного развития возмущений.

При увеличении числа N_1 учитываемых гармоник основной моды от 4 до 20 интегральные характеристики менялись не более чем на 5%, локальные – примерно на 10–15% (при $t\leqslant t_{\max}$).

3. Одним из наиболее интересных результатов проведенных численных экспериментов является обнаружение сильного роста длинноволновых составляющих, существенно превышающего обычный экспоненциальный рост по линейной теории. Сильное нарастание длинноволновых возмущений приводит в свою очередь к более интенсивному сглаживанию осредненного по x профиля продольной составляющей скорости.

Для выявления этих эффектов проводились следующие варианты численных расчетов. В I варианте: $\alpha=0{,}1$; $\beta=0$; $N_1=20$; $N_2=0$; $A_{ln0m}(0)=10^{-6}$, $n\neq4$, $n\neq5$; $A_{l40m}(0)=A_{l50m}(0)=10^{-4}$. Во II и III вариантах соответственно $\alpha=0{,}4$ и 0,5 ($\beta=0$; $N_1=4$; $N_2=0$; $A_{ln0m}(0)=10^{-6}$; $n\neq1$; $A_{l10m}(0)=10^{-4}$).

На фиг. 1 (кривые *1–3* соответствуют вариантам I–III) показано изменение осредненной скорости ΔU от времени t при $y=1$. Существенно, что характерные значения осредненной скорости с учетом развитых длинноволновых возмущений при $t=70$–90 оказались в несколько раз больше, чем соответствующие значения для одноволнового режима при $\alpha=0{,}4$ и примерно на порядок больше, чем при $\alpha=0{,}5$.

Отметим, что процесс сглаживания осредненного профиля скорости и передачи энергии от осредненного течения к возмущениям происходит немонотонно – на некоторых стадиях развития наблюдается обратная передача энергии от возмущений к осредненному течению (фиг. 1). Заметим также, что с введением длинноволновых возмущений характерная амплитуда основного тона несколько убывает, при этом существенную долю энергии длинноволновые возмущения «черпают» из осредненного потока. Взаимодействие с осредненным течением осуществляется в значительной степени через связь с основным тоном, непосредственное развитие только длинноволновых возмущений оказывается менее интенсивным.

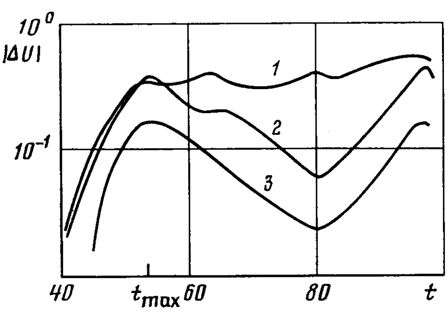
Интересно, что в слое смешения в отличие от струйных течений [14] наблюдается заметное выделение субгармоники ($0{,}5\alpha$) по сравнению с другими длинноволновыми составляющими (фиг. 2, кривая *2*). Так, при больших временах нелинейного развития $t\approx2t_{\max}\approx10^2$ амплитуда субгармоники ($0{,}5\alpha$) может превышать амплитуду разностной длинноволновой составляющей примерно на порядок (фиг. 2, кривые *2*, *3*). При этом амплитуда субгармоники может превышать и амплитуду основного тона в несколько раз (фиг. 2, кривые *1*, *2*) – тем самым происходит попарное объединение вихрей и увеличение характерного размера возмущений в 2 раза. Аналогичное явление наблюдается в эксперименте, причем как в области низких чисел Рейнольдса, так и в области высоких чисел Рейнольдса при турбулентном режиме движения [4, 15].

Заметим, что интенсивное развитие длинноволновых возмущений в слое смешения, по-видимому, объясняется простыми резонансными эффектами вида $\alpha_1-\alpha_2=\alpha_3$. Здесь α_1 и α_2 – некие близкие волновые числа (например, $\alpha_1=0{,}5$; $\alpha_2=0{,}4$), α_3 – соответствующая разностная длинноволновая компонента. Соотношение для частот

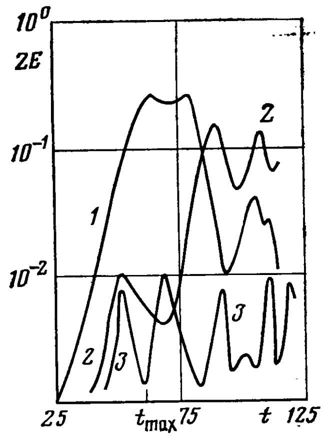
$$\omega_1(\alpha_1)-\omega_2(\alpha_2)=\omega_3(\alpha_3)$$

выполняется автоматически для любых волновых чисел, так как в слое смешения $\omega_k(\alpha)=0$. Выделение на общем фоне субгармоники $(0{,}5\alpha)$ может объясняться учетом резонанса более низкого порядка: $\alpha_1-\alpha_2=\alpha_2$, $\alpha_2=\alpha_1/2$.

В работе был также проведен ряд расчетов по исследованию нелинейного взаимодействия основного тона с коротковолновыми возмущениями. Показано, что введение коротковолновых возмущений с амплитудой порядка 10^{-3} не оказывает существенного влияния на осредненные и пульсационные характеристики течения. Отметим, что в результате нелинейной



Фиг. 1



Фиг. 2

эволюции основного тона коротковолновые возмущения $(\alpha>1)$, устойчивые по линейной теории, начинают нарастать и достигают на рассматриваемых временах $t\approx10^2$ величин как раз порядка 10^{-3}. Введение более интенсивных коротковолновых возмущений с амплитудой порядка 10^{-2}—10^{-1} может приводить к «обратной» перекачке энергии от коротковолновых возмущений к осредненному течению.

Нелинейное взаимодействие двух плоских волн из средней части спектра (например, $\alpha_1=0{,}4$ и $\alpha_2=0{,}5$) сопровождается их взаимным ослаблением; соответственно развитие одной из них с малой начальной амплитудой на фоне другой с большой начальной амплитудой характеризуется увеличением времени ее развития.

Подчеркнем, что рассмотренные механизмы нелинейного взаимодействия возмущений в слое смешения имеют достаточно общий характер и могут быть использованы в ряде других струйных течений, представляющих собой комбинацию нескольких слоев смешения. Так, на границах струи с узкими слоями смешения неустойчивость в каждом слое развивается фактически независимо. Особенно это относится к развитию симметричных возмущений, для которых скорость осредненного течения на оси струи остается неизменной. Соответствующие оценки полезны, например, при анализе акустического воздействия на струйные течения [16]. Например, стабилизирующее воздействие «избранных» высокочастотных пульсаций может быть объяснено интенсивным развитием этих пульсаций в узких слоях смешения на границах струи, «размазыванием» этих слоев и менее интенсивным нарастанием основного тона на фоне такого «сглаженного» профиля средней скорости.

Расчеты, проведенные, например, при

$$\alpha=0{,}5;\ N_1=8;\ N_2=0;\ A_{ln0m}(0)=10^{-6},\ n\neq 4$$
$$A_{l40m}(0)=10^{-2};\ y_j\colon 4;\ 3{,}5;\ 3;\ 2{,}7;\ 2{,}3;\ 2;\ 0$$
$$U_j\colon 0;\ 0;\ 0;\ 0{,}2;\ 0{,}8;\ 1;\ U(y)=U(-y)$$

показали, что с введением мелкомасштабных пульсаций характерное время развития основного тона увеличивается примерно в 2 раза. Отметим, что конечная амплитуда основного тона при этом изменяется несущественно.

Полученные результаты по нелинейному взаимодействию и развитию возмущений в слое смешения находятся в хорошем соответствии с известными экспериментальными данными. Так, наличие в начальный момент двух выделенных волн и в расчете и в эксперименте приводит к заметному дополнительному «сглаживанию» профиля скорости основного потока. При этом наблюдается также выделение разностной составляющей (фиг. 2, кривая *3* [4]). Характерные значения нелинейных амплитуд основных гармоник в расчете достигают величин порядка 10^{-1} (в районе первого локального максимума (при $t=t_{\max}$), фиг. 2); соответствующие экспериментальные значения оказываются примерно на 20—30% меньше, что, по-видимому, объясняется использованием в расчетах невязкой модели. При больших временах нелинейного развития $t>2t_{\max}$ и в эксперименте [4] и в теории (фиг. 2, кривая *2*) наблюдается выделение субгармоники, амплитуда которой при $t\approx 2t_{\max}$ достигает уровня основной волны, а при $t>2t_{\max}$ существенно превосходит этот уровень — наблюдается «спаривание» вихрей. Характерные времена развития возмущений (в частности, основного тона и субгармоники) и в расчетах и в эксперименте вполне сопоставимы (фиг. 2, [4]), сопоставление проводилось следуя аналогии Рэлея.

Осредненные характеристики (например, толщина слоя смешения) также качественно согласуются: так, и в расчете и в эксперименте при $t\approx 2t_{\max}$ наблюдается увеличение толщины слоя смешения примерно в 3—4 раза.

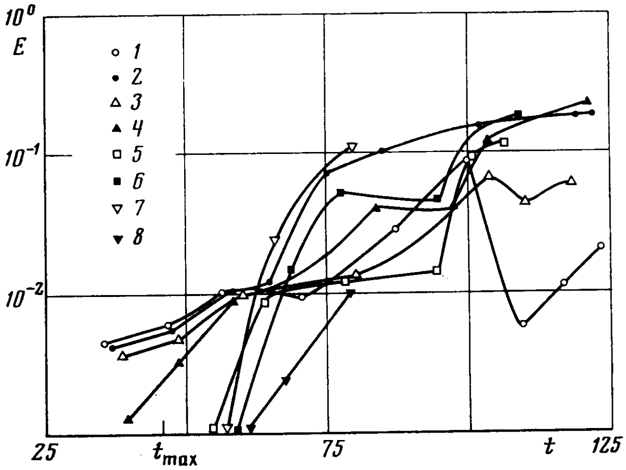
4. Основное внимание в данном разделе уделено исследованию «вторичной» неустойчивости двумерных волновых течений по отношению к трехмерным возмущениям и анализу их нелинейной эволюции. Рассматривались варианты расчетов, включающие в себя субгармонические трехмерные резонансные тройки волн с волновыми числами $(0{,}5\alpha,\ \pm\beta)$ и $(\alpha,\ 0)$, первичные резонансы трехмерных возмущений вида $(\alpha,\ \pm\beta)$ со второй гармоникой основной волны $(2\alpha,\ 0)$, а также резонансы более высоких порядков.

Проводилась серия расчетов с волновым числом вдоль оси x $\alpha=0{,}2$ и учетом четырех гармоник $N_1=4$; волновые числа вдоль оси z брались различные: IV вариант $\beta=0{,}01$; V — $\beta=0{,}1$; VI — $\beta=0{,}35$; VII — $\beta=1$; VIII — $\beta=0$ (двумерный вариант — для сравнения). При этом учитывалось две гармоники вдоль оси z ($N_2=2$) и соответственно всевозможные комбинации вида $(n\alpha x\pm k\beta z)$ $(n=1,\ldots,4;\ k=1,\ 2)$. Амплитуды возмущений в начальный момент задавались следующие: $A_{l20m}(0)=10^{-3}$; $A_{lnkm}(0)=10^{-4}$ $(n\neq 2,\ k\neq 0)$.

Проведенные расчеты установили неустойчивость плоских волновых режимов в слое смешения по отношению к трехмерным возмущениям. Причем оказалось, что трехмерные возмущения с различными поперечными размерами (определяемыми волновым числом β) нарастают в широком диапазоне изменения β примерно до одних и тех же величин порядка 10^{-1} (фиг. 3). Здесь изображены зависимости от времени огибающей энергии волн для различных β (в точках $x=2\pi$; $y=0{,}3$; $z=2\pi$), соответствующие вариантам IV—VII; кривые *1—8* отвечают волновым числам β, равным соответственно 0,01; 0,02; 0,1; 0,2; 0,35; 0,7; 1; 2. Наиболее интенсивно трехмерные возмущения начинают нарастать на фоне развитой двумерной волны. При этом наибольшие коэффициенты нарастания имеет возмущение с волновым числом $\beta=1$ (фиг. 3, кривая 7).

Отметим, что коэффициенты нарастания двумерных возмущений и наиболее растущих трехмерных возмущений в слое смешения в отличие от пристенных течений [17—22] примерно равны (фиг. 2 и 3). Это объясняется тем, что в пристенных течениях [17—22] образование волн Толлмина — Шлихтинга обусловлено вязкостью, а вторичная неустойчивость трехмерных возмущений — в основном невязкими механизмами. Поэтому в погранслойных течениях коэффициенты нарастания двумерных возмущений оказываются примерно на порядок меньше коэффициентов, соответствующих вторичной трехмерной неустойчивости [17—22].

Большой интерес представляет выяснение вопроса о нелинейной эволюции структуры трехмерных течений. Первоначально все возмущения



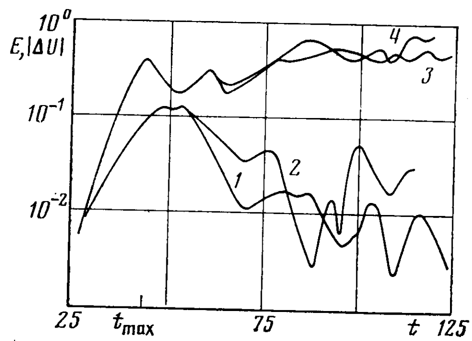
Фиг. 3

нарастают, следуя линейной теории. Затем на фоне развитой двумерной волны (α, 0) с амплитудой порядка 10^{-1} начинает наиболее интенсивно выделяться трехмерное «субгармоническое» возмущение ($0{,}5\alpha$, β), причем сильнее растут длинные трехмерные волны (варианты IV, V). При дальнейшем развитии возмущений наряду с трехмерной «субгармоникой» начинают выделяться и другие трехмерные составляющие (α, $\pm\beta$), (2α, $\pm\beta$), (α, $\pm 2\beta$). Отметим, что смена субгармонического резонанса первичным (α, $\pm\beta$) [17—21] приводит к качественной перестройке картины волнового течения. При субгармоническом резонансе искривление двумерных волн в плане носит несимметричный характер. При первичном же резонансе все вихри «изгибаются» абсолютно одинаково.

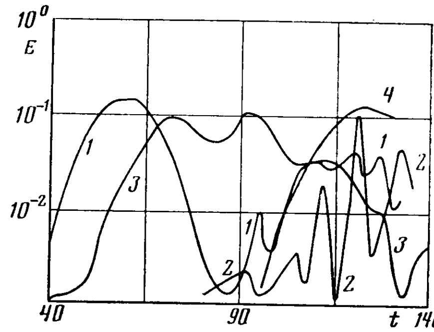
Тот факт, что при большой амплитуде плоской волны в потоке в зависимости от начальных условий могут развиваться трехмерные возмущения различного типа, сильно усложняет интерпретацию экспериментально наблюдаемых картин течения. В различных экспериментах в зависимости от начального спектрального состава и амплитуд возмущений могут наблюдаться, вообще говоря, качественно несогласующиеся явления.

Кроме того, конкретный отбор того или иного трехмерного масштаба, определяемого волновым числом β, как в эксперименте, так и в расчете в значительной степени зависит от начальных данных задачи. Существенную роль при этом может играть не только спектральный состав начальных возмущений, но и их относительный уровень.

Интересно, что зависимость продольной скорости возмущений от поперечной координаты y в двумерном и трехмерном случаях носит подобный характер. Точки максимума, минимума и их значения практически совпадают при $t \approx t_{max}$, в то же время для больших значений $|y|$ абсолютные величины продольной скорости при наличии трехмерных возмущений больше, чем в двумерном варианте, на 10—20%. При больших временах в связи с ростом трехмерных составляющих наблюдается еще большее различие двумерного и трехмерного случая для больших $|y|$, соответствие точек максимума и минимума при этом сохраняется. Тем самым рост трехмерных возмущений приводит не к появлению дополнительных вихревых образований, а к некоторой пространственной деформации первоначально плоских волн. Причем в данном случае имеет место неустойчивость, отличная от Гертлеровской [3]. Подобное трехмерное искривление и сжатие



Фиг. 4



Фиг. 5

двумерных вихрей характерно также и для других сдвиговых течений [17, 18].

Существенно, что в определенном диапазоне параметров главную роль играют относительные амплитуды, т. е. отнормированное распределение интенсивности по спектру, а не сами абсолютные значения амплитуд. Так, сопоставление расчетов при $A_{l20m}(0)=10^{-4}$, $A_{lnkm}(0)=10^{-6}$ и $A_{l20m}=10^{-2}$, $A_{lnkm}(0)=10^{-4}$ ($\alpha=0{,}25$, $\beta=0{,}01$; 0,1; 0,433, $N_1=4$, $N_2=1$) показывает в обоих вариантах первоначальное выделение двумерной волны, последующее развитие трехмерных возмущений и преимущественное выделение длинноволновых составляющих, а также примерное «равноправие» крупномасштабных возмущений. В целом процесс как бы подобно сдвигается в сторону меньших времен примерно на $\Delta t \approx 30$ безразмерных величин.

Изменение же в спектральном распределении амплитуд (при фиксированном частотном наборе) может приводить к качественным изменениям картины нелинейной трехмерной эволюции. Например, в случае равномерного начального распределения (все $A_{lnkm}(0)=10^{-4}$) заметного выделения двумерной волны не происходит, трехмерные составляющие развиваются примерно при тех же временах и достигают того же уровня энергии.

При выделении основной двумерной волны ($\alpha=0{,}4$) (варианты IV—VIII) ее энергия достигает первого локального максимума $E \approx 0{,}15$ при $t \approx \approx 50$ безразмерных единиц, а затем заметно уменьшается, так как при $t > 50$ интенсивно начинают развиваться длинные плоские волны и трехмерные составляющие, причем самое сильное уменьшение энергии основной волны в IV варианте ($\beta=0{,}01$) (фиг. 4). Здесь изображена зависимость энергии основной волны ($\alpha=0{,}4$) от времени для некоторых β (варианты IV, VI, кривые *1, 2*), а также изменение профиля осредненной продольной составляющей скорости от времени в точке наибольшего отклонения при $y=1$ для тех же вариантов (кривые *3, 4*). Характер изменения профиля средней скорости в двумерных и трехмерных вариантах идентичный, однако сглаживание профиля в трехмерном случае несколько большее (при $t > 2t_{max}$) (фиг. 4). Отметим, что представленные результаты имеют определенную общность для различных градиентных течений [11, 14, 17—22].

5. В рамках рассматриваемого подхода проведены также следующие численные эксперименты, моделирующие влияние твердой стенки на неустойчивость слоя смешения: в первом варианте расчета твердая граница задавалась при $y_*=3$, во втором — при $y_*=7$ ($\alpha=0{,}25$; $\beta=0{,}1$; $N_1=4$; $N_2=1$; $A_{l20m}(0)=10^{-4}$; $A_{lnkm}(0)=10^{-6}$; $n\neq2$).

Проведенные расчеты показали, в частности, что введение твердой границы приводит к некоторому замедлению, «растягиванию», процесса нелинейной эволюции основной двумерной волны (фиг. 5). Здесь изображены зависимости энергии различных мод (α, β) от времени: $y_*=7$; кривая *1* (0,5; 0); кривая *2* (0,25; 0,1) и соответственно при $y_*=3$; кривые *3*, *4*. Так, время выхода на первый локальный экстремум при $y_*=3$ увеличивается по сравнению со свободным слоем $y_*=\infty$ примерно на 20%. Последующая нелинейная стадия «спадания» интенсивности основного тона также растягивается: при $y_*=3$ примерно в 1,5 раза (фиг. 5). Субгармоники ($0{,}5\alpha$) в присутствии стенки ведут себя менее «активно»; их интенсивность не превышает интенсивности основного тона, характерные времена развития также увеличиваются примерно в 1,5 раза (при $y_*=3$).

В целом присутствие стенки оказывает стабилизирующее воздействие на двумерные возмущения и, кроме того, приводит к их более регулярному поведению.

Однако трехмерные возмущения, наоборот, в присутствии стенки начинают нарастать существенно интенсивнее (фиг. 5, кривая *4*): при $y_*=3$ характерная амплитуда трехмерной волны с волновым числом β при $t\approx\approx10^2$ вырастает по сравнению со случаем $y_*=\infty$ примерно в 1,5 раза.

На основном, осредненном по x профиле продольной составляющей скорости присутствие стенки сказывается несущественно.

При удалении твердой стенки на сравнительно небольшое расстояние ($y_*=7$), равное примерно двум толщинам слоя смещения, влияние ее на нелинейную устойчивость практически исчезает. Это относится как к двумерным, так и к трехмерным характеристикам течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рэлей Д.* Теория звука. Т. 1. М.: Гостехиздат, 1955. 503 с.
2. *Петров Г. И.* Об устойчивости вихревых слоев.— Тр. ЦАГИ, 1937, вып. 304. 24 с.
3. *Бетчов Р., Криминале В.* Вопросы гидродинамической устойчивости. М.: Мир, 1971. 350 с.
4. *Miksad R. W.* Experiments on nonlinear interactions in the transition of a free shear layer.— J. Fluid Mech., 1973, v. 59, № 1, p. 1—21.
5. *Гольдштик М. А., Штерн В. Н.* Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. М.: Наука, 1977. 366 с.
6. *Сухоруков А. Н.* Численное моделирование нелинейного взаимодействия волн в слое смешения.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 10, № 3. Новосибирск, 1979, с. 127—129.
7. *Орсег С.* Численное моделирование турбулентных течений.— В кн.: Турбулентность. Принципы и применения. М.: Мир, 1980, с. 311—347.
8. *Петров Г. И.* Применение метода Галеркина к задачам об устойчивости течения вязкой жидкости.— ПММ, 1940, т. 4, № 3, с. 3—12.
9. *Шкадов В. Я.* Некоторые методы и задачи теории гидродинамической устойчивости.— Науч. тр. Ин-та мех. МГУ, 1973, № 25. 192 с.
10. *Герценштейн С. Я.* О сходимости метода Рэлея.— Докл. АН СССР, 1969, т. 187, № 5, с. 1012—1015.
11. *Герценштейн С. Я., Лезин Е. М., Шкадов В. Я.* О нелинейном развитии и взаимодействии колебаний в плоском следе.— В кн.: 2-я Всесоюз. конф. «Современные проблемы тепловой конвекции» (тез. докл.). Пермь, 1975, с. 37.
12. *Герценштейн С. Я. Шмидт В. М.* Нелинейное развитие и взаимодействие возмущений конечной амплитуды при конвективной неустойчивости вращающегося плоского слоя.— Докл. АН СССР, 1975, т. 225, № 1, с. 59—62.
13. *Герценштейн С. Я.* О применении метода Рэлея к нелинейным и трехмерным задачам.— Докл. АН СССР, 1976, т. 231, № 6, с. 1319—1322.
14. *Герценштейн С. Я., Сухоруков А. Н., Шкадов В. Я.* О нелинейных колебаниях в плоском следе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 3, с. 10—16.

15. *Рошко.* Структура турбулентных сдвиговых течений: новая точка зрения.– Ракетная техника и космонавтика, 1976, т. 14, № 10, с. 8–20.
16. *Гиневский А. С., Власов Е. В., Колесников А. В.* Аэроакустические взаимодействия. М.: Машиностроение, 1978. 177 с.
17. *Orszag S. A., Patera A. T.* Secondary instability of wallbounded shear flows.– J. Fluid Mech., 1983, v. 128, p. 347–385.
18. *Herbert T.* Secondary instability of plane channel flow to subharmonic three – dimensional disturbances.– Phys. Fluids, 1983, v. 26, № 4, p. 871–874.
19. *Зельман М. Б., Качанов Ю. С., Козлов В. В., Кокоткин А. Ф., Левченко В. Я., Рамазанов М. П.* Нелинейные волновые явления при переходе ламинарного пограничного слоя в турбулентный.– В кн.: 5-й Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике. Алма-Ата, 1981. Аннот. докл. Алма-Ата: Наука, 1981, с. 163–164.
20. *Герценштейн С. Я., Штемлер Ю. М.* Нелинейное развитие возмущений в пограничных слоях и их устойчивость.– Докл. АН СССР, 1977, т. 234, № 6, с. 1277–1280.
21. *Штерн В. Н.* О неустойчивости к трехмерным возмущениям.– Изд. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5, с. 29–34.
22. *Приймак В. Г., Рождественский Б. Л.* Численное моделирование двумерной турбулентности в плоском канале.– В кн.: 5-й Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике. Алма-Ата, 1981. Аннот. докл. Алма-Ата: Наука, 1981, с. 295–296.

Москва

Поступила в редакцию
5.XII.1983