

УДК 533.6.011.72:541.182.3

О РАСПРОСТРАНЕНИИ УДАРНЫХ И ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В ЗАПЫЛЕННЫХ ГАЗАХ

КОРОБЕЙНИКОВ В. П., МАРКОВ В. В., МЕНЬШОВ И. С.

В работе рассматриваются течения двухфазной смеси газа с твердыми частицами, возникающие при распространении ударных волн или детонационных волн по однородной покоящейся среде. Предполагается, что справедливы основные допущения механики взаимопроникающих континуумов [1], позволяющие описывать течение каждой фазы смеси в рамках механики сплошной среды. Будем считать, что твердая фаза состоит из одинаковых, несжимаемых и недеформируемых частиц сферической формы. Считается, что температура внутри частицы однородна. Столкновениями между частицами и их броуновским движением пренебрегается. Предполагается, что несущая фаза — идеальный газ (вязкость учитывается только в силах взаимодействия между фазами). Объемная доля частиц не учитывается. При этих предположениях рассматриваются следующие вопросы: распространение детонационной волны в смеси детонирующего газа с химически инертными частицами и движение пылегазовой смеси в ударной трубе при наличии горения частиц.

1. Детонация в газе с примесью химически инертных частиц. Пусть пространство заполнено однородной покоящейся смесью горючего газа и химически инертных частиц с начальным давлением p_0 , плотностью газа ρ_{10} и плотностью частиц ρ_{20} . Эта смесь в начальный момент времени $t=0$ поджигается в точке (сферический случай), вдоль прямой (цилиндрический случай) или на плоскости (плоский случай). При этом по смеси будет распространяться волна, отделяющая движущуюся смесь от покоящейся невозмущенной смеси.

Задача рассматривается в постановке бесконечно тонкой волны детонации, т. е. предполагается, что выделение тепла во фронте волны в результате химических реакций происходит в детонационном режиме, а шириной зоны тепловыделения пренебрегается. Детонационная волна в этой постановке представляется как геометрическая поверхность разрыва газодинамических параметров, на которой в единице массы мгновенно выделяется химическая энергия Q .

При указанных выше предположениях возмущенное движение смеси описывается следующей системой уравнений [2, 3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i v_i}{\partial x} + \frac{v-1}{x} \rho_i v_i &= 0 \\ \rho_i \frac{d_i v_i}{dt} &= -(2-i) \frac{\partial p}{\partial x} + (-1)^i \rho_2 \sigma_v \frac{v_1 - v_2}{\epsilon_r} \\ \rho_i \frac{d_i e_i}{dt} &= (2-i) \left[\frac{p}{\rho_i} \frac{d_i \rho_i}{dt} + \rho_2 \sigma_v \frac{(v_1 - v_2)^2}{\epsilon_r} \right] - \rho_2 \sigma_r (-k)^{i-1} \frac{e_1 - e_2}{\epsilon_r} \\ p &= R \rho_1 T_1, \quad \frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x}, \quad i=1, 2 \\ e_i &= c_v T_i, \quad k = \frac{c_v}{c_s}, \quad \epsilon_r = \frac{2\rho_s \circ a^2}{9\mu}, \quad \sigma_v = \frac{\text{Re } C_D}{24} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\sigma_r = \frac{\gamma Nu}{3 Pr}, \quad Re = \frac{2a\rho_1 |v_1 - v_2|}{\mu}, \quad M = |v_1 - v_2| \sqrt{\frac{\rho_1}{\gamma P}}$$

$$Nu = 2 \exp(-M) + 0,306 Re^{0,55} Pr^{0,33}$$

$$C_D = C_{D1}(Re, M), \quad 0 \leq M \leq 1$$

$$C_D = C_{D1}(Re, 1) + \frac{4}{3} (M-1) [C_{D2}(Re, 1,75) - C_{D1}(Re, 1)], \quad 1 < M \leq 1,75$$

$$C_D = C_{D2}(Re, M), \quad M > 1,75$$

$$C_{D1} = \frac{24}{Re + 3,06M} + \frac{4,5 + 0,38(0,03 Re + 0,48\sqrt{Re})}{1 + 0,03Re + 0,48\sqrt{Re}} + 0,1M^2(1 + 8M^6)$$

$$C_{D2} = 0,9 + 0,34/M^2$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к газовой и твердой фазе, a — радиус частиц, c_v и c_s — соответственно удельная теплоемкость газа и частиц, μ — вязкость газа, $v=1, 2, 3$ для сферической, цилиндрической и плоской симметрии, σ_v и σ_r — функции взаимодействия фаз, $C_D = C_D(Re, M)$ — коэффициент сопротивления сферы, Nu, M, Re, Pr — числа Нуссельта, Маха, Рейнольдса и Прандтля.

Соотношения на волне детонации имеют вид

$$\rho_1(D - v_1) = \rho_{10}D$$

$$\rho_1(D - v_1)^2 + p = \rho_{10}D^2 + p_0 \quad (1.2)$$

$$\frac{1}{2}(D - v_1)^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho_1} = \frac{1}{2}D^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_0}{\rho_{10}} + Q$$

$$v_2 = 0, \quad e_2 = \frac{p_0}{(\gamma - 1)\rho_{10}}, \quad \rho_2 = \rho_{20}$$

где $D = dx_D/dt$ — скорость детонационной волны, $x_D(t)$ — ее координата.

Определяющими параметрами поставленной выше задачи являются величины $\rho_{10}, \rho_{20}, p_0, \gamma, k, \varepsilon_r, v_r, Q, x, t$, где $v_r = \mu/(2a\rho_{10})$. Согласно теории размерностей [4], координату детонационной волны и искомые функции можно представить в виде

$$x_D(t) = C t f_D(\gamma, k, \kappa, B, \eta) = C t \lambda_D(\eta)$$

$$B = \frac{2aC\rho_{10}}{\mu}, \quad \kappa = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}, \quad \eta = \frac{\varepsilon_r}{t}, \quad \lambda = \frac{x}{x_D(t)}$$

$$\rho_i = \rho_{10} R_i(\lambda, \eta), \quad v_i = \frac{x}{t} V_i(\lambda, \eta)$$

$$e_i = \left(\frac{x}{t}\right)^2 E_i(\lambda, \eta) \quad (1.3)$$

$$p = \rho_{10} \left(\frac{x}{t}\right)^2 P(\lambda, \eta)$$

где C — некоторая, пока неопределенная постоянная величина с размерностью скорости. После подстановки (1.3) в уравнения (1.1) получается система уравнений в частных производных относительно безразмерных функций и независимых переменных (из-за громоздкого вида она здесь не приводится), решение которой надо искать в области $0 \leq \lambda \leq 1, 0 \leq \eta < +\infty$. Граничными условиями для этой системы будут: отсутствие источников

и стоков в центре ($\lambda=0$) и соотношения (1.2) на детонационной волне

$$\lambda=0: \quad V_1=V_2=0$$

$$\lambda=1: \quad R_1(D'-\lambda_D V_1)=D'$$

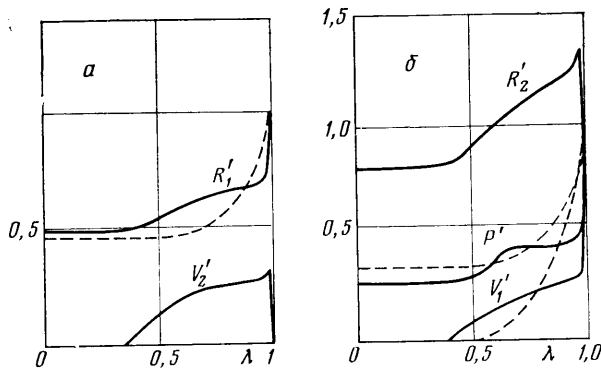
$$R_1(D'-\lambda_D V_1)^2=(D')^2+\frac{P_0}{\rho_{10}C^2}-\lambda_D^2 P$$

$$\frac{1}{2}(D'-\lambda_D V_1)^2+\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\lambda_D^2 P}{R_1}=\frac{1}{2}(D')^2+\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_{10}C^2}+\frac{Q}{C^2}$$

$$R_2=\kappa, \quad V_2=0, \quad \lambda_D E_2=\frac{1}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_{10}C^2}$$

$$D'=\lambda_D-\eta\frac{d\lambda_D}{dt}$$

Решение поставленной выше задачи ищется в предположении, что детонационная волна распространяется по газу в режиме Чепмена — Жуге.



Фиг. 1

При таком предположении эта задача обычно изучается в случае детонирующего газа без примеси частиц. Кроме того, пересжатая детонационная волна в смеси горючего газа и химически инертных, неподвижных и непрогревающихся частиц выходит на режим Чепмена — Жуге на конечном расстоянии от места иницирования [7]. Это подтверждает реальность предположения, касающегося режима распространения детонационной волны.

Решение задачи о распространении детонационной волны в пылегазовой смеси определялось методом малого параметра, рассмотренным в работе [5].

На фиг. 1а, б сплошными линиями изображены распределения безразмерных плотностей газа и частиц (R_1' и R_2'), скоростей газа и частиц (V_1' и V_2') и давления (p'), отнесенных к соответствующим параметрам смеси на детонационной волне (скорость частиц отнесена к скорости газа на волне), для сферической симметрии при $\eta=0,01$ ($\gamma=1,4$; $\kappa=0,5$; $k=1,14$; $p_0=9 \cdot 10^5$ г/см \cdot с 2 ; $\rho_s^0=7,8$ г/см 3 ; $a=8,5$ мк; $Q=10^{10}$ эрг/г). Штриховая линия соответствует распределениям параметров газовой волны в релаксационной зоне в результате интенсивного межфазного взаимодействия скорости и температура частиц резко возрастают. Затем скорость уменьшается до нуля (фиг. 1, а), а температура частиц достигает значения, которое почти в 4 раза превосходит их начальную температуру. Плотность частиц за волной имеет небольшой максимум (фиг. 1, б). В окрестности точки иницирования детонации име-

ется «ядро покоя», где скорость газа и частиц равна нулю, причем, как видно из фиг. 1, *a*, *b*, размеры этой области меньше, чем размеры ядра покоя в случае газа без примеси частиц.

Отметим, что этим методом была решена задача о движении поршня с постоянной скоростью в запыленном газе. Сравнение результатов решения в первом приближении с численным решением методом характеристик показало хорошее совпадение этих результатов [5].

Данная задача может быть рассмотрена и с учетом объемной доли твердой фазы. В этом случае равновесное решение имеет более сложный характер, так как течение равновесной смеси соответствует внутренней энергии газа типа $e = (A + \rho B) p / \rho$, где *A*, *B* некоторые параметры, зависящие от γ , κ , c_s , c_v , ρ_s . Усложняется также уравнение для адиабаты газа. Уравнения (1.1) также должны быть изменены известным образом [1]. Однако метод малого параметра будет применим и в этом случае, а результаты должны качественно соответствовать указанным выше.

2. Течение пылегазовой смеси в ударной трубе. Рассмотрим течение смеси газа с горючими частицами в полубесконечном канале. В начальный момент частицы и газ покоятся и имеют следующие параметры; на участке канала длины *L* у стенки давление p_c , плотность газа ρ_{1c} , плотность частиц ρ_{2c} ; в остальной части канала — p_0 , ρ_{10} , ρ_{20} ($p_0 < p_c$). В результате распада произвольного разрыва по газу низкого давления будет распространяться ударная волна. Предполагается, что реакция горения частиц, сопровождающаяся тепловыделением, начинается после конечного времени пребывания их в ударно сжатом газе, которое по аналогии с газофазными реакциями называют периодом индукции t_{ind} . Величина t_{ind} зависит от параметров газа за ударной волной и может быть определена на основе экспериментальных данных [8]. Обычно период индукции описывается формулой $t_{ind} = A \exp(E_s/T_1)$, E_s , *A* — const. Зная период индукции, введем долю периода индукции c_i , определяемую уравнением [9]

$$\frac{d_2 c_i}{dt} = - \frac{1}{t_{ind}} \quad (2.1)$$

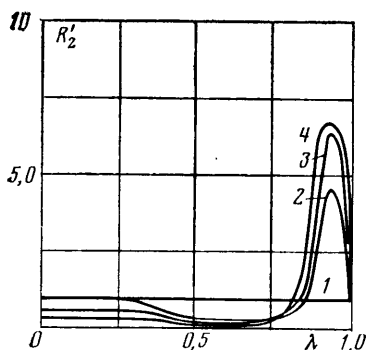
На ударной волне $c_i = 1$, а когда c_i обращается в нуль, период индукции истекает и начинается горение частиц.

Уравнения, описывающие течение смеси в плоском канале с учетом горения частиц, имеют следующий вид:

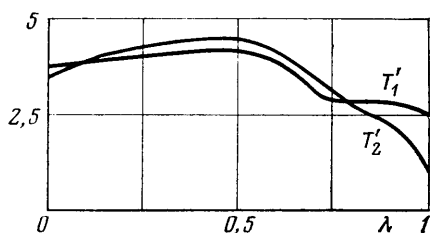
$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i v_i) &= (-1)^{i+1} m; \quad i=1, 2 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 v_1^2 + \rho_2 v_2^2 + p) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 E_1 v_1 + \rho_2 E_2 v_2 + p v_1) &= m Q, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_2 v_2^2) &= \rho_2 f - m v_2 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 e_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_2 e_2 v_2) &= \rho_2 q + \alpha m Q - m e_2 \\ e_1 &= c_i T_1; \quad e_2 = c_s T_2, \quad p = R \rho_1 T_1, \quad E_j = e_j + 0.5 v_j^2; \quad j=1, 2 \\ m &= K_0 \rho_2 \exp\left(-\frac{E_2^*}{T_2}\right) \quad f = \frac{3 C_D (v_1 - v_2) |v_1 - v_2| \rho_1}{8 \rho_s^{\circ} a} \\ q &= \frac{3 Nu \kappa_T (T_1 - T_2)}{2 \rho_s^{\circ} a^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь m — скорость изменения массы соответствующей компоненты смеси в единице объема за счет химических реакций, Q — теплота, выделяющаяся при сгорании единицы массы материала частиц, α характеризует долю этого тепла, которую получает дисперсная фаза, f — межфазная сила на единицу массы, q — приток тепла от газа к частице, κ_T — коэффициент теплопроводности газа. Для простоты предполагается, что термодинамические свойства исходного газа и продуктов реакции совпадают. Для C_D и Nu используются выражения, данные в (1.1).

Таким образом, в рассмотренной выше модели воспламенение и горение частиц описывается тремя параметрами: периодом индукции t_{ind} , интен-



Фиг. 2



Фиг. 3

сивностью массообмена m и долей теплоты химических реакций α , поступающей в дисперсную фазу. Значения t_{ind} , m и α являются, вообще говоря, функциями параметров течения смеси. Вид функции t_{ind} уже обсуждался выше. Вид функции m и α определяется физико-химическими свойствами рассматриваемой смеси, режимом горения частиц в газе и т. д. В ряде случаев (например, горение частиц магния [10]) массообмен в смеси при горении частиц можно описывать выражением для m , приведенным в (2.2), а $\alpha=0$ (потери тепла на плавление и испарение частиц в настоящей работе не учитываются).

Отметим, что существуют более сложные модели, описывающие течения смесей газа с горючими частицами [11, 12]. Так, в работе [11] рассматривается горение смеси угольной пыли с кислородом и воздухом с помощью модели, учитывающей конкретный механизм протекания химических газофазных и гетерогенных реакций.

Система уравнений (2.1) — (2.2) описывает одномерное нестационарное течение газа с горючими частицами. При расчете течения смеси в ударной трубе эта система уравнений интегрировалась численно методом, основанным на схеме С. К. Годунова.

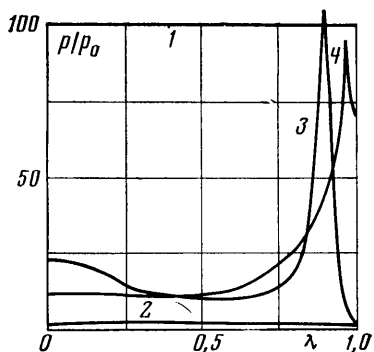
Сначала рассмотрим течение смеси газа с химически инертными частицами. На фиг. 2 представлено распределение плотности частиц за ударной волной для ряда моментов времени. Начальные параметры смеси имели следующие значения:

$$\rho_{10}=1,06 \text{ г/см}^3; \quad p_0=0,86 \cdot 10^6 \text{ дин/см}^2; \quad \rho_{20}=0,5 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3; \quad \rho_s^0=1,74 \text{ г/см}^3, \\ a=0,85 \cdot 10^{-3} \text{ см}; \quad \gamma=1,4; \quad \kappa_T=2,57 \cdot 10^{-3} \text{ г} \cdot \text{см/с}^3 \cdot \text{град}; \quad \mu=1,7 \cdot 10^{-4} \text{ г/см} \cdot \text{с}$$

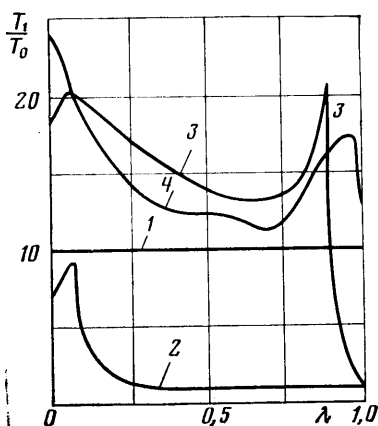
Параметры сжатого слоя: $L=4 \text{ м}$, $p_c=300 p_0$, $\rho_{1c}=100 \rho_{10}$, $\rho_{2c}=\rho_{20}$. Видно, что при распространении ударной волны по запыленному газу за волной формируется область с высокой концентрацией частиц, так называемый p -слой [13, 14]. Значение плотности частиц в этой области в 6—7 раз превосходит начальное. Фиг. 3 иллюстрирует распределение температуры фаз в случае, когда параметры сжатого слоя имели значения

$$L=7,8 \text{ см}, \quad p_c=100 p_0, \quad \rho_{1c}=10 \rho_{10}, \quad \rho_{2c}=\rho_{20}$$

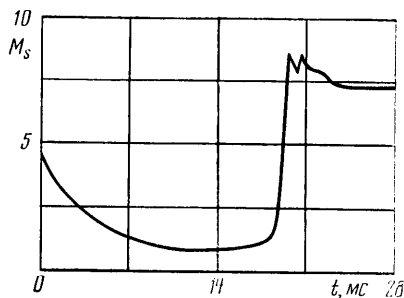
На фиг. 3 хорошо видны две характерные области течения. В первой, релаксационной зоне, которая примыкает к ударной волне, происходит выравнивание температур фаз. Во второй, квазиравновесной, температуры фаз почти равны.



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

ударной трубе смеси газа с химически инертными частицами: ударная волна затухает, скорость ее падает, давление и температура газа в потоке уменьшаются, вблизи ударной волны образуется ρ -слой. Например, через 7,6 мс давление в области за волной упало почти в 100 раз (фиг. 4, кривая 2), температура — в 10 раз (фиг. 5), скорость ударной волны — в 3 раза (фиг. 6). Повышение температуры у закрытого конца трубы (фиг. 5) обусловлено тем, что в этой области начали гореть частицы.

Возникнув у закрытого конца трубы, область горения частиц распространяется к ударной волне. Наконец наступает момент, когда воспламеняются частицы, сосредоточенные в ρ -слое, где плотность частиц уже в 5–6 раз выше начальной. Это приводит к резкому повышению давления и температуры в окрестности ρ -слоя (фиг. 4, 5, кривые 3). В ρ -слое возникает как бы микровзрыв, в результате чего скорость ударной волны возрастает (фиг. 6), а в потоке газа образуется обратное течение, т. е. газ начинает течь к закрытому концу трубы. Примерно через 22 мс скорость головной волны после нескольких колебаний выходит на постоянное значение и течение смеси происходит в режиме стационарной гетерогенной детонации (фиг. 4, 5, кривые 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. Хендерсон С. Коэффициенты сопротивления сферы в течениях разреженного газа и сплошной среды.—Ракетная техника и космонавтика, 1976, т. 14, № 6, с. 5—7.
3. Fox T. W., Rackett C. W., Nicholls J. A. Shock wave ignition of magnesium powders.— Shock tube and shock waves. Proc. 11 th Int. Symp., Seattle, 1977. Seattle — London, 1978, p. 262—268.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1965. 386 с.
5. Коробейников В. П., Меньшов И. С. Метод малого параметра в задачах о нестационарных двухфазных течениях с ударными волнами.— Докл. АН СССР, 1983, т. 268, № 5, с. 1078—1081.
6. Коул Д. Д. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972. 274 с.
7. Куликовский В. А. Асимптотические законы поведения детонационных волн в газовзвесах. М., 1982. 28 с. (Отчет Ин-та механ. МГУ, № 2641).
8. Kauffman C. W., Wolanski P., Ural E., Nicholls J. A., Dyk R. von. Shock wave initiated combustion of grain dust.— Proc. Int. Sympos on Grain Dust, Manhattam, Kansas, 1979, p. 164—190.
9. Korobeinikov V. P. On simple theoretical models of two-phase flows associated with combustion.— Acta Astronaut., 1979, v. 6, № 7—8, p. 931—941.
10. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. Воспламенение частиц металла в высокотемпературном потоке за ударной волной. Новосибирск, 1981. 28 с. (Препринт АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики, № 33).
11. Levin V. A., Tunik Ju. V., Wolanski P. Model matematyczny procesu Wybuchu mieszaniny pyłowo-powietrznej.— Bull. Inform. Technicznej, 1980, v. 23, № 3—4, p. 97—102.
12. Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. Горение смесей газа с частицами.— ПМТФ, 1971, № 4, с. 19—33.
13. Korobeinikov V. P., Men'shov I. S. Mathematical modeling of blast wave propagation in coal mines.— VIII Int. col. on gasdynamics of explosion and reactive systems. Book of abstracts. Minsk, 1981, p. 103.
14. Меньшов И. С. Распространение сильных взрывных волн в дисперсной смеси.— Докл. АН СССР, 1982, т. 267, № 4, с. 808—811.

Москва

Поступила в редакцию
14.VI.1983