

УДК 532.593:539.3:550.3

**ВЛИЯНИЕ РАВНОМЕРНО СЖАТОЙ ПЛАВАЮЩЕЙ УПРУГОЙ  
ПЛАСТИНКИ НА РАЗВИТИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ВОЛН  
В ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ**

БУКАТОВ А. Е., ЯРОШЕНКО А. А.

В линейной постановке изучается влияние равномерно сжатой плавающей упругой изотропной пластинки на неустановившееся трехмерное волновое движение однородной жидкости конечной глубины. Волны вызваны областью нормальных напряжений, движущейся по поверхности пластинки. Без учета сжимающих усилий трехмерные изгибно-гравитационные волны исследовались в [1, 2]. Плоские волны в условиях продольного сжатия рассматривались в [3, 4].

1. Пусть на поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины  $H$  плавает тонкая изотропная упругая пластинка. В горизонтальных направлениях пластинка и жидкость не ограничены. В начальный момент времени жидкость не возмущена, а поверхность пластинка — жидкость горизонтальна. Начиная с момента времени  $t=0$  к поверхности пластинки прикладываются давления вида

$$p = p_0 f(x_1, y), \quad x_1 = x + vt, \quad v = \text{const} \quad (1.1)$$

Исследуем влияние равномерного сжатия [5] на развитие трехмерных волн, считая движение жидкости потенциальным, а скорости движения частиц жидкости и прогиб пластинки  $\zeta$  малыми.

В системе координат  $x_1, y$ , связанной с движущейся областью давлений, задача сводится к решению уравнения Лапласа для потенциала скорости  $\varphi$  со следующими граничными и начальными условиями:

$$\Delta\varphi = 0, \quad -H < z < 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < y < \infty$$

$$D_1 \nabla^4 \zeta + Q_1 \Delta_1 \zeta + \kappa_1 F \zeta + \zeta + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \frac{1}{g} = -p_1 f(x, y), \quad z = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad z = -H, \quad \varphi(x, y, z, 0) = \zeta(x, y, 0) = 0$$

$$D_1 = \frac{D}{\rho g}, \quad Q_1 = \frac{Q}{\rho g}, \quad \kappa_1 = \frac{\rho_1 h}{\rho g}, \quad D = \frac{E h^3}{12(1-\mu^2)}, \quad p_1 = \frac{p_0}{\rho g}$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad F = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} + v^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

Здесь  $\nabla^4 = \Delta_1^2$ ;  $\rho$  — плотность жидкости;  $E, h, \rho_1, \mu$  — модуль нормальной упругости, толщина, плотность и коэффициент Пуассона пластинки;  $Q$  — сжимающее усилие;  $\zeta$  и  $\varphi$  связаны кинематическим условием  $\zeta_t = \varphi_z - v \zeta_x$  при  $z=0$ . Здесь и далее у  $x_1$  опущен индекс 1.

Применив для решения задачи комплексное преобразование Фурье по горизонтальным координатам  $x, y$  и преобразование Лапласа по  $t$ , получим в случае осесимметричного распределения давлений интегральное представление для возвышения поверхности пластинка — жидкость (про-

гиба пластинки)

$$\xi = -\frac{p_1}{4\pi^2} \operatorname{Im} \int_0^\infty \int_0^t \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} \frac{r}{\tau} M(r) f^*(r) e^{i\Phi(r, \theta, \xi)} d\theta d\xi dr \quad (1.2)$$

$$\tau = \sqrt{l(r)M(r)}, \quad M(r) = \frac{rg \operatorname{th} rH}{1 + \kappa_1 rg \operatorname{th} rH}, \quad l(r) = 1 - Q_1 r^2 + D_1 r^4$$

$$\Phi = rR \cos(\theta - \gamma) - \xi \Delta_1, \quad \Delta_1 = vr \cos \theta - \tau, \quad R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{m^2 + n^2}, \quad x = R \cos \gamma, \quad y = R \sin \gamma, \quad m = r \cos \theta, \quad n = r \sin \theta$$

Здесь  $f^*(r)$  — трансформанта Фурье функции  $f(R)$ . Отсюда для больших значений  $R$  и  $t$  найдем асимптотическое выражение  $\xi$  при условии  $Q_1 < 2\sqrt{D_1}$ , необходимом для устойчивости пластинки [6].

2. Пусть  $0 < Q_1 < Q_0 = \tau_4(r_4)$ , где

$$\tau_4 = \frac{(1 + D_1 r^4) \tau_5(r) + 4D_1 r^4 \tau_6(r)}{[\tau_5(r) + 2\tau_6(r)] r^2}$$

$$\tau_5(r) = \operatorname{th} rH + rH \operatorname{ch}^{-2} rH, \quad \tau_6(r) = (1 + \kappa_1 rg \operatorname{th} rH) \operatorname{th} rH$$

Здесь  $r_4$  — единственный положительный корень уравнения  $\tau_4'(r) = 0$ , штрих означает производную по  $r$ .

Применив к (1.2) метод стационарной фазы [7, 8] последовательно по  $\theta$  и  $\xi$ , получим

$$\xi = -\frac{p_1}{2\pi} \operatorname{Im} \sum_{s=1}^4 I_s + O\left(\frac{1}{R}\right) \quad (2.1)$$

$$I_1 = \int_{r_1}^{r_2} N_1 dr, \quad 0 < \gamma < \frac{\pi}{2}, \quad \cos \gamma < v; \quad I_2 = \int_{n_2}^{r_2} N_1 dr, \quad \frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$$

$$I_3 = \int_{r_1}^{r_2} N_2 dr, \quad -\frac{\pi}{2} < \gamma < 0, \quad \cos \gamma < v; \quad I_4 = \int_{n_4}^{r_2} N_2 dr, \quad -\pi < \gamma < -\frac{\pi}{2}$$

$$N_{1,2} = B_1 \exp(iR\Phi_{1,2}), \quad \Phi_{1,2} = (\tau_0 \cos \gamma \mp \tau^* \sin \gamma) r, \quad \tau^* = \sqrt{1 - \tau_0^2}$$

$$B_1 = \frac{M(r) f^*(r)}{\tau v \tau^*}, \quad v = \frac{vt}{R}, \quad \tau_0 = \frac{\tau}{vr}, \quad n_2 > n_1, \quad n_4 > n_3$$

Здесь  $r_1, r_2$  — положительные корни уравнения  $\tau = vr$ , а  $n_2, n_1$  и  $n_3, n_4$  — положительные корни уравнений  $\operatorname{tg} \gamma = -\tau_1(r)$  и  $\operatorname{tg} \gamma = \tau_1(r)$  соответственно, где  $\tau_1 = \tau^*/\tau_0$ . При этом принадлежность стационарных точек области интегрирования характеризуется условием

$$0 \leq \xi_0 \leq t, \quad \xi_0 = \left( \frac{\tau_0}{\tau^*} \sin \gamma + \cos \gamma \right) \frac{R}{v}$$

Стационарными точками фазовых функций  $\Phi_k$  ( $k=1, 2$ ) в интегралах  $I_{1,2}$  ( $k=1$ )  $I_{3,4}$  ( $k=2$ ) являются корни уравнений

$$\operatorname{tg} \gamma = (-1)^{k+1} \tau_2(r), \quad \tau_2(r) = \frac{\tau' \tau^*}{v - \tau_0 \tau'} \quad (2.2)$$

Анализ показал, что поведение функции  $\tau_2(r)$  качественно такое же, как и при отсутствии сжимающего усилия [1]. Асимптотическое выражение для  $\xi$  в этом случае имеет вид

$$\xi = O(R^{-1}) \quad (0 < v < v_0), \quad \xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + O(R^{-1}) \quad (v_1 < v < \sqrt{gH})$$

$$\xi = \xi_3 + O(R^{-1}) \quad (v_0 < v < v_1), \quad \xi = \xi_2 + \xi_3 + O(R^{-1}) \quad (v > \sqrt{gH}) \quad (2.3)$$

$$v_0 = \frac{\tau(r_0)}{r_0}, \quad v_1 = \tau_3(r_3), \quad \tau_3 = \sqrt{\left(\frac{\tau}{r}\right)^2 - \frac{\tau'(r\tau' - \tau)^2}{r\tau''}}$$

где  $r_0$  и  $r_3$  — действительные корни уравнений  $r\tau' - \tau = 0$  и  $\tau_3'(r) = 0$  соответственно,  $0 < r_3 < r_0$ . При этом  $\xi_3 = \eta_{31}$  в области  $0 < |\gamma| < \pi$ ,  $R < u_3 t$  для  $v_0 < v < v_1$ . В случае  $v_1 < v < \sqrt{gH}$   $\xi_1 = \eta_{11}$  ( $0 < |\gamma| < \gamma_1$ ,  $R < u_1 t$ ),  $\xi_2 = \eta_{21}$  ( $\gamma_2 < |\gamma| < \gamma_1$ ,  $R < u_2 t$ )

$$\xi_3 = \eta_{31} \quad (\gamma_2 < |\gamma| < \pi, \quad R < u_3 t)$$

Если  $v > \sqrt{gH}$ , то  $\xi_2 = \eta_{21}$  в областях  $R < u_2 t$  угловых зон  $\gamma_2 < |\gamma| < \gamma_3$ , а  $\xi_3 = \eta_{31}$  при  $\gamma_2 < |\gamma| < \pi$ ,  $R < u_3 t$ . Здесь

$$\eta_{kj} = \frac{1}{\sqrt{R}} \Psi_j(\alpha_k) \cos \left[ R\Phi_j(\alpha_k, \gamma) - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right], \quad u_k = u(\alpha_k, \gamma) \quad (2.4)$$

$$\Psi_j(r) = -\frac{p_j f^*(r) M(r)}{v\tau\tau^* \sqrt{2\pi} |\Phi_j''|}, \quad u(r, \alpha) = \frac{v\tau^*}{\tau_0 \sin \gamma + \tau^* \cos \gamma}$$

$$\gamma_1 = \arctg \tau_2(\alpha_4), \quad \gamma_2 = \arctg \tau_2(\alpha_5), \quad \gamma_3 = \arctg \sqrt{\frac{v^2}{gH} - 1}$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — корни уравнения (2.2) при  $k=1$ , а  $\alpha_4, \alpha_5$  — уравнения  $\tau_2'(r) = 0$ . Причем  $\alpha_4 < \alpha_5$ .

3. Пусть  $Q_0 < Q_1 < 2\sqrt{D_1}$ . Тогда

$$\xi = -\frac{p_1}{2\pi} \operatorname{Im} \sum_{s=1}^6 I_s + O\left(\frac{1}{R}\right)$$

$$I_5 = \int_{n_1}^{n_2} N_1 dr, \quad -\frac{\pi}{2} < \gamma < 0, \quad \cos \gamma < v; \quad I_6 = \int_{n_3}^{n_4} N_2 dr, \quad 0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$$

а  $I_s$  ( $s=1-4$ ) определяются из (2.1).

В интегралах  $I_s$  стационарными точками фазовых функций  $\Phi_1$  ( $s=1, 2, 5$ ) и  $\Phi_2$  ( $s=3, 4, 6$ ) являются корни уравнений (2.2) при  $k=1$  и 2 соответственно.

Если  $v_0 < v < v_1$ , то  $\Phi_1$  при  $0 < \gamma < \pi$  имеет одну ( $\alpha_3$ ), а при  $-\gamma_2 < \gamma < 0$  две ( $\alpha_2, \alpha_3$ ) стационарные точки. Причем  $\tau_2'(r) = 0$  только при  $r = \alpha_5$ . В этом случае  $v_0$  определяется формулой (2.3), а  $v_1 = \tau(r_5)/r_5$ ,  $0 < r_5 < r_6$ , где  $r_{5,6}$  — действительные корни уравнения  $\tau'(r) = 0$ .

Если  $v_1 < v < \sqrt{gH}$ , то  $\tau_2'(\alpha_4) = \tau_2'(\alpha_5) = 0$ ,  $\alpha_4 < \alpha_5$ . Уравнение (2.2) при  $k=1$  имеет один ( $\alpha_3$ ), два ( $\alpha_2, \alpha_3$ ) или три ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ) корня соответственно при  $\gamma_1 < \gamma < \pi$ ,  $-\gamma_2 < \gamma < 0$  или  $0 < \gamma < \gamma_1$ .

Для  $v > \sqrt{gH}$  стационарными точками  $\Phi_1$  будут:  $\alpha_2, \alpha_3$  в случае  $-\gamma_2 < \gamma < \gamma_3$  и  $\alpha_3$  в случае  $\gamma_3 < \gamma < \pi$ . Причем  $\tau_2'(\alpha_5) = 0$ . Аналогичным образом можно определить угловые зоны, в которых  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  удовлетворяют уравнению (2.2) и при  $k=2$ . Углы  $\gamma_1, \gamma_3$  определяются формулами (2.4), а  $\gamma_2 = -\arctg \tau_2(\alpha_5)$ .

Таким образом, вычисляя  $I_s$  ( $s=1-6$ ) методом стационарной фазы, получим

$$\xi = O(R^{-1}) \quad (0 < v < v_0), \quad \xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + O(R^{-1}) \quad (v_1 < v < \sqrt{gH}) \quad (3.1)$$

$$\xi = \xi_2 + \xi_3 + O(R^{-1}) \quad (v_0 < v < v_1, \quad v > \sqrt{gH})$$

Здесь  $\xi_k = 0$  для  $R > u_k t$ , а при  $R < u_k t$

$$\xi_2 = \eta_{2j} \quad (-\gamma_2 < \gamma < 0, \quad j=1; \quad 0 < \gamma < \gamma_2, \quad j=2) \quad (3.2)$$

$$\xi_3 = \eta_{3j} \quad (-\gamma_2 < \gamma < \pi, \quad j=1; \quad -\pi < \gamma < \gamma_2, \quad j=2) \quad (3.3)$$

в случае  $v_0 < v < v_1$ . В случае  $v_1 < v < \sqrt{gH}$   $\xi_3$  определяется по формуле (3.3), а

$$\xi_1 = \eta_{1j} \quad (0 < \gamma < \gamma_1, \quad j=1; \quad -\gamma_1 < \gamma < 0, \quad j=2) \quad (3.4)$$

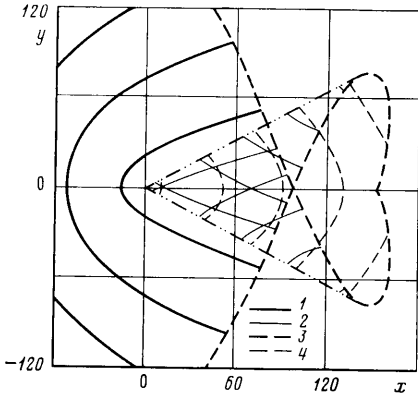
$$\xi_2 = \eta_{2j} \quad (-\gamma_2 < \gamma < \gamma_1, \quad j=1; \quad -\gamma_1 < \gamma < \gamma_2, \quad j=2) \quad (3.5)$$

Если  $v > \sqrt{gH}$ , то

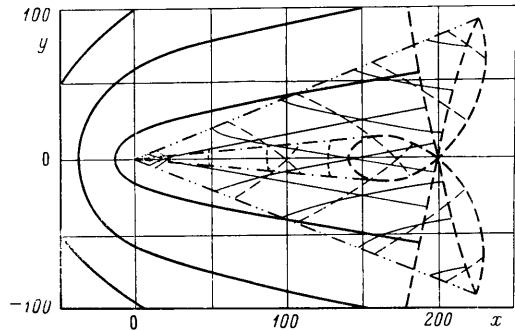
$$\xi_2 = \eta_{2j} \quad (-\gamma_2 < \gamma < \gamma_3, \quad j=1; \quad -\gamma_3 < \gamma < \gamma_2, \quad j=2) \quad (3.6)$$

а  $\xi_3$  имеет вид (3.3). Вне указанных угловых зон  $\xi_k = 0$ .

4. Из формулы (2.3) видно, что при движении области давлений (1.1) колебания равномерно сжатой плавающей пластинки и волновое дви-



Фиг. 1



Фиг. 2

жение жидкости под ней в случае  $Q_1 < Q_0$  формируются одной ( $\xi_3$ ) если  $v_0 < v < v_1$ , двумя ( $\xi_2, \xi_3$ ) при  $v > \sqrt{gH}$  или тремя ( $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ ) для  $v_1 < v < \sqrt{gH}$  системами волн. Их амплитуды затухают с расстоянием  $R$  как  $1/\sqrt{R}$ . Волны  $\xi_3$  обусловлены упругими силами пластинки. Гребни этих волн на большом удалении от оси  $x$  направлены под углом  $\gamma_0 = \arctg[(v/v_0)^2 - 1]^{-1/2}$ . Волны  $\xi_1$  носят характер поперечных, а  $\xi_2$  — продольных гравитационных корабельных волн [2, 8, 9], деформированных за счет сжимающего усилия, упругих и массовых сил пластинки.

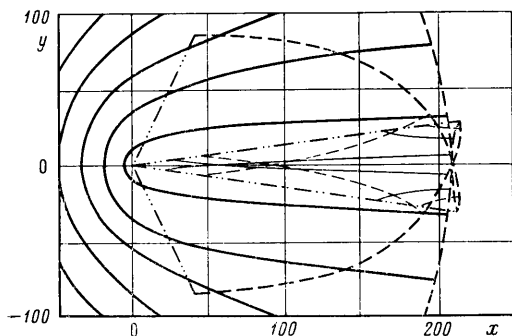
Фазовые портреты образующихся волн качественно такие же, как и при  $Q=0$ . Границы областей, занятых волнами  $\xi_k$  в соответствующих угловых зонах, перемещаются в радиальном направлении со скоростью  $u_k$ . Они характеризуют передние фронты волн  $\xi_k$ . При  $v > \sqrt{gH}$  в волновом следе за давлениями есть и зона  $|\gamma| < |\gamma_2|$  с амплитудами колебаний, имеющими порядок затухания не ниже  $1/R$ . Она уменьшается с увеличением сжимающего усилия, и при  $Q_1 = Q_0$  весь волновой след покрывают волны, затухающие как  $1/\sqrt{R}$ . При отсутствии пластины [8, 9] такой зоны нет, так как при этом  $\gamma_2 = 0$ .

Проведенный численный анализ показал, что углы  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$  уменьшаются с увеличением сжимающего усилия. Следовательно, для  $v > \sqrt{gH}$  угловые зоны  $\gamma_2 < |\gamma| < \gamma_3$  волнового следа, покрытые волнами  $\xi_2, \xi_3$ , при этом расширяются по сравнению со случаем  $Q=0$ . Для  $v_1 < v < \sqrt{gH}$  увеличение  $Q$  приводит к расширению угловых зон  $\gamma_2 < |\gamma| < \gamma_1$  с волнами  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ . Значения критических скоростей  $v_0$  и  $v_1$ , в окрестностях которых меняется характер колебаний, убывают с ростом  $Q$ . Большому сжимающему усилию отвечают и большие скорости  $u_1, u_3$  передних фронтов

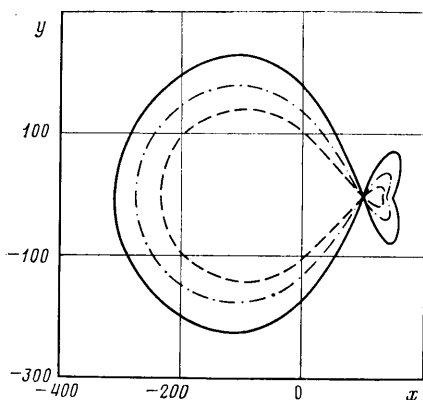
волн  $\xi_1$ ,  $\xi_3$ . Фронтальная скорость  $u_2$  волн  $\xi_2$  убывает с ростом  $Q$ . Чем больше цилиндрическая жесткость пластинки, тем больше и величина  $Q_0$ .

5. При  $Q_0 < Q < 2\sqrt{D_1}$  колебания пластинки и жидкости формируются, как следует из формул (3.1)–(3.6), волнами  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\xi_3$ , если  $v_1 < v < \sqrt{gH}$ , и волнами  $\xi_2$ ,  $\xi_3$ , если  $v_0 < v < v_1$  или  $v > \sqrt{gH}$ . Из них  $\xi_3$  распространяются как перед областью давлений, так и за ней. Волны  $\xi_1$  и  $\xi_2$  вместе с  $\xi_3$  формируют волновой след за областью. При этом в волновом следе левая и правая угловые зоны для  $\xi_1$  симметрично расположены по разные стороны от линии перемещения области. Левая и правая угловые зоны волн  $\xi_3$ , образующихся за областью, для  $v_0 < v < v_1$ ,  $v_1 < v < \sqrt{gH}$ ,  $v > \sqrt{gH}$  так же, как и волн  $\xi_2$  для  $v_1 < v < \sqrt{gH}$ ,  $v > \sqrt{gH}$ , заходят за эту линию, частично перекрывая друг друга.

На фиг. 1–5 приведены фазовые портреты колебаний и их внешние границы, характеризующие линии передних фронтов образующихся волн. Они получены в случае ледяной пластины [6, 10] для значений  $E=3 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>;  $\rho_1=870$  кг/м<sup>3</sup>;  $\mu=0,34$ ;  $\rho=10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $H=10^2$  м;  $h=0,2$  м. При этом фиг. 1, 4 даны для  $v=5$  м/с, фиг. 2, 5 – для  $v=10$  м/с, а фиг. 3 – для  $v=35$  м/с. Из них фиг. 1, 2, 4, 5 отражают волновую картину через  $t=20$  с, а фиг. 3 – через  $t=6$  с при  $Q_1=1,9\sqrt{D_1}$ . Значения скорости 5 и 35 м/с удовлетворяют условиям  $v_0 < v < v_1$  и  $v > \sqrt{gH}$  соответственно.



Фиг. 3

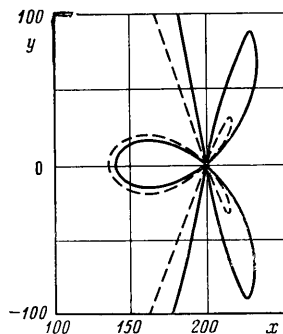


Фиг. 4

Условие  $v_1 < v < \sqrt{gH}$  удовлетворяет скорость 10 м/с, при которой  $\gamma_1 < \gamma_2$ . В случае  $\gamma_1 > \gamma_2$  фазовая картина в качественном отношении такая же, как и при  $\gamma_1 < \gamma_2$ .

Отметим, что  $v_0=1,9$  м/с и  $v_1=7,1$  м/с при рассматриваемых параметрах и  $Q_1=1,9\sqrt{D_1}$ . Увеличение  $Q$  приводит к уменьшению  $v_0$  и росту  $v_1$ .

На фиг. 1, 2, 3 прямые штрих-



Фиг. 5

пунктирные линии с одной, двумя и тремя точками ограничивают углы  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  соответственно. На фиг. 1 кривые 1 отвечают узловым линиям волн  $\xi_3$ , возбуждаемым перед областью давлений; кривые 2 и 4 – узловыми линиями волн  $\xi_3$  и  $\xi_2$ , распространяющимся только за давлениями в волновом следе; кривая 3 представляет передние фронты возникающих волн. Аналогичные обозначения приняты и на фиг. 2, 3. Кроме того, на фиг. 2 пунктирными кривыми иллюстрируются узловые линии волн  $\xi_1$ . Причем для волн  $\xi_1$  приведены все узловые линии, для волн  $\xi_2$ ,  $\xi_3$  (линии 2) они даны через одну, а для волн  $\xi_3$  (линии 1) – через три.

Зависимость скоростей передних фронтов волн от величины сжимающего усилия для  $v_0 < v < v_1$ ,  $v_1 < v < \sqrt{gH}$  иллюстрируется фиг. 4 и 5 соответственно. Здесь сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые изображают границы фронтов при  $t=20$  с для  $Q_1$ , равного  $1,9\sqrt{D_1}$ ;  $1,8\sqrt{D_1}$ ;  $1,7\sqrt{D_1}$ . В случае  $v > \sqrt{gH}$  очертания границ

фронтов волн  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$  и их зависимость от изменений  $Q$  в качественном отношении такие же, как и при  $v < \sqrt{gH}$ .

Выполненный анализ показал, что вне угловых зон волнового следа фронтальная скорость  $u_3$  волн  $\zeta_3$  растет с увеличением сжимающего усилия. С увеличением  $Q$  растет и фронтальная скорость  $u_1$  волн  $\zeta_1$ , возникающих в случае  $v_1 < v < \sqrt{gH}$ . Аналогичная зависимость от  $Q$  характерна и для скорости  $u_2$  волн  $\zeta_2$ , генерируемых при  $v_0 < v < v_1$ ,  $v_1 < v < \sqrt{gH}$ . Для этих диапазонов изменения  $v$  большему  $Q$  отвечает и большая скорость удаления границы области волнового следа, где происходит наложение левых и правых угловых зон волн  $\zeta_3$ , возникающих за областью давлений. Скорость же перемещения в волновом следе границы области с волнами  $\zeta_3$  убывает с ростом  $Q$ . Данная граница является и внешней границей колебаний, формируемых в следе волнами  $\zeta_2$  совместно с  $\zeta_3$ . Скорость ее перемещения при увеличении  $Q$  уменьшается и в случае  $v > \sqrt{gH}$ . При этом в зоне  $|\gamma| < \gamma_2$  скорость движения внешней границы, покрытой волнами  $\zeta_3$ , убывает, а волнами  $\zeta_2$  — растет с увеличением сжимающего усилия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Доценко С. Ф. О гравитационно-упругих и гравитационно-капиллярных неустановившихся корабельных волнах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 5, с. 26—32.
2. Черкесов Л. В. Гидродинамика волн. Киев: Наук. думка, 1980. 260 с.
3. Букатов А. Е. Влияние продольно сжатой упругой пластинки на неустановившееся волновое движение однородной жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 68—75.
4. Букатов А. Е., Мордашев В. И. Влияние продольно сжатой упругой пластинки на развитие волнового возмущения потока однородной жидкости с вертикальным сдвигом скорости.— ПМТФ, 1981, № 1, с. 122—129.
5. Петренко М. П., Барсуки Р. П. Колебания и устойчивость сжатых прямоугольных пластин на упругом основании.— Прикл. механика, 1980, т. 16, № 4, с. 90—94.
6. Хейсин Д. Е. Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеоздат, 1967. 215 с.
7. Стокер Д. Д. Волны на воде. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 617 с.
8. Черкесов Л. В. Гидродинамика поверхностных и внутренних волн. Киев: Наук. думка, 1976. 364 с.
9. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.
10. Богородский В. В., Гаврило В. П. Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л.: Гидрометеоздат, 1980. 384 с.

Севастополь

Поступила в редакцию  
9.XI.1983