

УДК 532.529.2

ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СОСУДЕ ПРИ ПОДВОДЕ ТЕПЛА К БОКОВОЙ И СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЯМ

ЧЕРКАСОВ С. Г.

Применение методов численного моделирования позволило подробно изучить нестационарную естественную конвекцию в частично заполненном вертикальном цилиндрическом сосуде при подводе тепла к боковой поверхности жидкости. Так, были исследованы различные нестационарные режимы конвекции, показано наличие максимума в зависимости вертикального температурного расслоения (перепада температуры между верхней и нижней частями сосуда) от числа Грасгофа [1]. Получены новые данные о пространственно-временной структуре конвекции при больших числах Грасгофа, рассмотрено влияние величины числа Прандтля, предложены критериальные зависимости, обобщающие результаты численного моделирования [2]. В работах [1, 2] свободная поверхность жидкости предполагалась теплоизолированной. Вместе с тем в целом ряде важных для практики случаев имеет место подвод тепла к свободной поверхности. В частности, такая ситуация возникает при хранении криогенных жидкостей в закрытых емкостях. В работе [3] на основе обобщения экспериментальных данных предложена сравнительно простая модель для оценки температурного расслоения жидкости в замкнутом объеме, основанная на введении эффективного коэффициента теплопроводности λ_e , определяющего прогрев жидкости по вертикали, причем предполагается, что величина λ_e зависит от интенсивности конвекции. В экспериментах, особенно с криогенными жидкостями, имеется, как правило, сразу несколько факторов, влияющих на формирование поля температуры: испарение на свободной поверхности жидкости, перетоки тепла по стенкам сосуда и т. д. Поэтому выделить вклад собственно конвекции в температурное расслоение, используя только экспериментальные данные, довольно затруднительно. В связи с этим особую актуальность в решении данной задачи приобретает метод численного моделирования, позволяющий исключить из рассмотрения указанные процессы.

В работе [4] методом численного моделирования исследовалось конвективное течение и теплообмен в вертикальном цилиндрическом сосуде при подводе тепла к свободной поверхности жидкости. Результаты этой работы получены для сравнительно небольшого времени прогрева при фиксированной величине отношения тепловых потоков, подводимых к боковой и свободной поверхностям. В данной работе продолжены исследования, начатые в [4]. Применение более совершенной методики численного моделирования конвекции позволило провести расчеты в некотором, достаточно широком диапазоне определяющих параметров, причем получены результаты, соответствующие как малым, так и большим временам прогрева.

Рассматривается нестационарная естественная конвекция в частично заполненном вертикальном цилиндрическом сосуде. Свободная поверхность жидкости предполагается плоской при отсутствии на ней трения. К боковой и свободной поверхностям жидкости подводятся постоянные во времени тепловые потоки, дно сосуда теплоизолировано. Предполагается, что поля скорости и температуры осесимметричны, угловая составляющая скорости отсутствует. Уравнения тепловой конвекции (уравнения Навье — Стокса в приближении Буссинеска [5] в переменных вихрь, функция тока, температура), а также граничные условия, представим в следующем безразмерном виде:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + v \frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{R^*}{H^*} \text{Gr}_H^* \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - \frac{\omega}{r^2} \left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \omega r$$

$$r \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(ru\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(rv\theta) = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + r \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right)$$

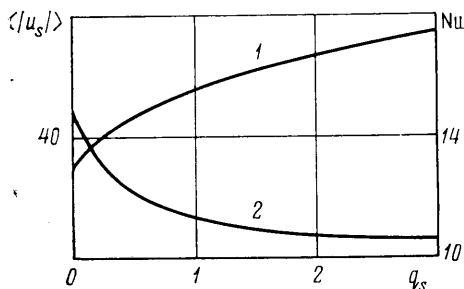
$$\psi|_{r=0} = \psi|_{r=1} = \psi|_{z=0} = \psi|_{z=H/R} = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} \Big|_{r=1} = \frac{\partial \psi}{\partial z} \Big|_{z=0} = \omega|_{r=0} = \omega|_{z=H/R} = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=1} = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H/R} = q_s$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = rv, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = -ru, \quad \theta = (T - T_0) \frac{\lambda}{qR}, \quad Gr_H^* = \frac{g\beta qH^4}{\nu^2 \lambda}$$

Здесь u, v — составляющие скорости по осям r и z (ось z направлена вверх), θ — безразмерная температура (T_0 — начальная температура), Gr_H^* — число Грасгофа, $Pr = \nu/a$ — число Прандтля, g — ускорение силы



Фиг. 1

тяжести, β, ν, λ, a — коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости, теплопроводности и температуропроводности жидкости, q — тепловой поток, подводимый к боковой поверхности, H — высота заполненной части сосуда, R — радиус сосуда, q_s — безразмерный тепловой поток, подводимый к свободной поверхности. В качестве масштабов длины, времени, скорости и теплового потока использованы вели-

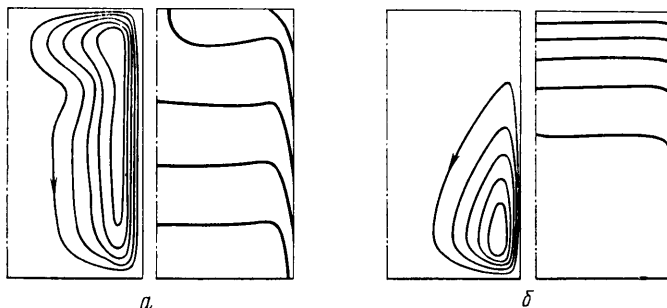
чины $R, R^2/\nu, \nu/R, q$. Отдельные детали постановки задачи и используемого численного метода более подробно изложены в работе [2].

Все расчеты, проведенные в данной работе, выполнены при фиксированной величине числа Прандтля $Pr=1$ и степени заполнения $H/R=2$. Величина теплового потока q_s , подводимого к свободной поверхности, и число Грасгофа варьировались. Рассмотрим сначала результаты, полученные при числе Грасгофа $Gr_H^*=1,6 \cdot 10^7$. Расчеты проводились при двух различных начальных условиях. В первом случае жидкость в начальный момент времени предполагалась, как в [4], неподвижной и однородно прогретой ($\psi=\omega=\theta=0$). Во втором случае в качестве начальных условий использовался квазистационарный режим конвекции, наступающий при длительном подводе тепла к боковой поверхности жидкости.

На фиг. 1 показаны зависимости от величины теплового потока q_s числа Нуссельта $Nu = \langle \Delta \theta \rangle^{-1}$ ($\langle \Delta \theta \rangle$ — средняя разность температуры между боковой поверхностью и осью симметрии) и средней скорости на свободной поверхности $\langle |u_s| \rangle$. Результаты по числу Нуссельта соответствуют моменту времени $t=0,2$, а результаты по скорости — моменту времени $t=0,1$ после начала подвода тепла к свободной поверхности. Оказалось, что при указанных временах прогрева как число Нуссельта, так и скорость на свободной поверхности практически не зависят от начальных условий, поэтому приведенные на фиг. 1 результаты соответствуют обоим вариантам начальных условий, использованных в данной работе. Увеличение теплового потока q_s приводит к уменьшению скоростей и увеличению теплоотдачи от боковой поверхности.

Для интерпретации этих результатов рассмотрим изменения, происходящие в поле течения и поле температуры. На фиг. 2 показаны линии тока и изотермы в момент времени $t=0,2$ (второй вариант начальных

условий) при $q_s=0$ (фиг. 2, а) и $q_s=3$ (фиг. 2, б). Подвод тепла к свободной поверхности приводит к значительному увеличению вертикального градиента температуры. Поскольку температура увеличивается по высоте, то стратификация, обусловленная подводом тепла сверху, устойчива, что, естественно, затрудняет вертикальное перемещение жидкости и приводит к общему ослаблению конвекции. Подавление конвекции проявляется, в частности, в уменьшении средней скорости на свободной поверхности.



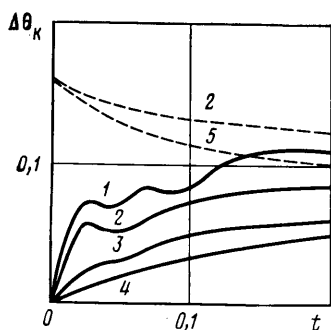
Фиг. 2

С другой стороны, конвекция обусловлена подводом тепла к боковой поверхности, который остается неизменным и, следовательно, вблизи боковой поверхности сосуда продолжают действовать подъемные силы, а поскольку с усилением устойчивой стратификации вертикальное течение становится затруднительным, то усиливается отток жидкости от стенки в радиальном направлении. Если при отсутствии подвода тепла к свободной поверхности течение около боковой стенки плоскопараллельно (фиг. 2, а), то при $q_s=3$ линии тока довольно быстро отклоняются в центральную часть сосуда (фиг. 2, б). В результате усиливается перемешивание жидкости по горизонтали, что и является причиной увеличения теплоотдачи.

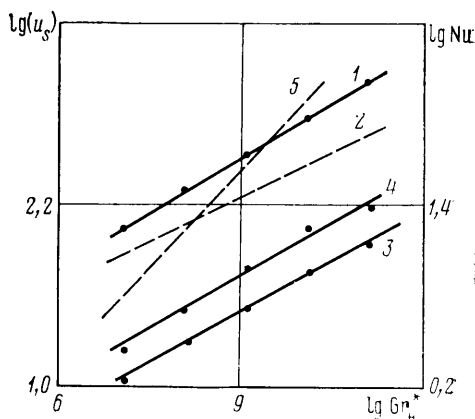
Эффект отклонения линий тока как причина увеличения теплоотдачи наблюдался в [4] при $q_s=1$. Результаты данной работы показывают, что с увеличением теплового потока q_s этот эффект усиливается.

По аналогии с [4] представим температурное расслоение в виде суммы двух слагаемых $\langle \Delta\theta_s \rangle = \Delta\theta_0 + \Delta\theta_k$, где $\langle \Delta\theta_s \rangle$ определено как разность между средней температурой свободной поверхности и среднемассовой температурой жидкости, $\Delta\theta_0$ — расслоение, обусловленное кондуктивным прогревом, $\Delta\theta_k$ — некоторая «конвективная добавка». На фиг. 3 показано изменение во времени «конвективной добавки» $\Delta\theta_k$ при различных значениях q_s для первого (сплошные линии) и второго (штриховые) вариантов начальных условий (1 — $q_s=0,25$; 2 — $q_s=0,5$; 3 — $q_s=1$; 4 — $q_s=2$; 5 — $q_s=3$). Отметим, что во втором варианте начальных условий в момент времени $t=0$ «конвективная добавка» отлична от нуля. К моменту времени $t=0,2$ различия в «конвективной добавке» значительно превышают различия по числу Нуссельта и скорости на свободной поверхности. Это подтверждает вывод работы [4] о том, что температурное расслоение является одной из наиболее инерционных характеристик конвекции.

Отметим, что во всем рассматриваемом интервале времени при всех значениях теплового потока q_s «конвективная добавка» положительна, т. е. конвекция приводит к увеличению температурного расслоения. Такой же результат был получен в [4] для случая $q_s=1$. С увеличением теплового потока, подводимого к свободной поверхности, уменьшается влияние конвекции на температурное расслоение, причем уменьшается не только относительная величина конвективной добавки (за счет увеличения кондуктивной составляющей), но и ее абсолютное значение. Таким



Фиг. 3



Фиг. 4

образом, с увеличением стратификации, связанной с подводом тепла к свободной поверхности, конвекция все сильнее влияет на горизонтальные разности температуры и все меньше сказывается на вертикальном прогреве жидкости, т. е. воздействие конвекции на поле температуры не изотропно.

Рассмотренные выше результаты, как и результаты работы [4], соответствуют сравнительно небольшому времени прогрева, когда конвекция нестационарна. Рассмотрим теперь квазистационарный режим, наступающий в результате длительного прогрева. На квазистационарном режиме конвекции течение стационарно, а температура во всех точках растет во времени одинаково, в соответствии с величиной подводимых к жидкости тепловых потоков.

Для численной реализации квазистационарных режимов в качестве начальных условий использовалось поле температуры, соответствующее квазистационарному прогреву жидкости по вертикали. Это значительно ускоряет установление квазистационарного режима. Расчеты проводились при различных числах Грасгофа и фиксированном значении теплового потока на свободной поверхности $q_s=1$.

На фиг. 4 показана зависимость числа Нуссельта 1, а также средней 3 и максимальной 4 скорости на свободной поверхности от числа Грасгофа. Штриховыми линиями 2 и 5 соответственно показаны зависимости [2] для случая подвода тепла только к боковой поверхности жидкости

$$Nu=0,435(Gr_H^*)^{0,2}, \quad |u_s|_{\max}=0,03(Gr_H^*)^{0,44}$$

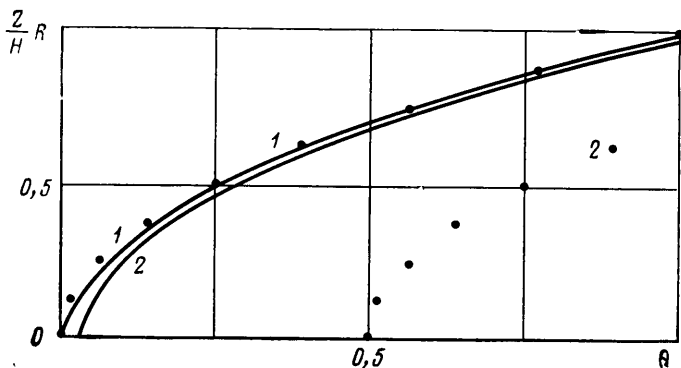
Видно, что подвод тепла к свободной поверхности приводит к увеличению теплоотдачи и уменьшению скоростей во всем рассматриваемом диапазоне числа Грасгофа ($10^8 \leq Gr_H^* \leq 10^{11}$), причем с увеличением числа Грасгофа отличие от случая теплоизолированной поверхности возрастает. Результаты, представленные на фиг. 4, можно аппроксимировать приближенными формулами (сплошные линии на фиг. 4)

$$Nu=0,28(Gr_H^*)^{0,25}, \quad \langle |u_s| \rangle = 0,27(Gr_H^*)^{0,23}, \quad |u_s|_{\max}=0,46(Gr_H^*)^{0,23}$$

В проведенных расчетах не удалось выявить зависимости вертикального температурного расслоения от числа Грасгофа, так как кондуктивная составляющая от числа Грасгофа не зависит, а конвективная составляющая на квазистационарном режиме оказалась чрезвычайно малой. На фиг. 5 сплошными линиями показаны распределения температуры на оси симметрии 1 и боковой стенке 2 сосуда ($Gr_H^*=1,6 \cdot 10^9$), точками — те же распределения при отсутствии конвекции, при чисто кондуктивном прогреве жидкости (за начало отсчета в обоих случаях взята температура

дна на оси симметрии). На квазистационарном режиме, так же как и при малом времени прогрева, имеет место анизотропное влияние конвекции на поле температуры.

Конвективное течение выравнивает горизонтальные неоднородности в поле температуры и практически не влияет на прогрев жидкости по вертикали. Уменьшение величины «конвективной добавки» по сравнению с малым временем прогрева связано, видимо, с тем, что стратификация на квазистационарном режиме имеется уже по всей высоте сосуда. Таким образом, на квазистационарном режиме поле температуры при $q_s=1$ прак-



Фиг. 5

тически одномерно, причем вертикальный профиль температуры почти не отличается по форме от чисто кондуктивного профиля температуры.

Некоторые выводы о влиянии конвекции на теплообмен на квазистационарном режиме прогрева можно сделать и не прибегая к расчетам. Для этого рассмотрим два сосуда, в одном из которых имеется конвекция, и второй прогревается только за счет теплопроводности, причем к обоим сосудам проводятся одинаковые тепловые потоки. Температуру в первом сосуде обозначим через θ_1 , а во втором — θ_2 . Поскольку рассматривается квазистационарный режим, то для произвольного горизонтального сечения S , используя уравнение конвективной теплопроводности, можно получить

$$\pi \frac{\partial \theta_{2s}}{\partial z} = \pi \frac{\partial \theta_{1s}}{\partial z} - \text{Pr} \int_S \theta_1 v ds = \pi \frac{\partial \theta_{1s}}{\partial z} - \text{Pr} Q (\theta_1^+ - \theta_1^-)$$

Здесь θ_{1s} и θ_{2s} — средние по горизонтали температуры в первом и втором сосудах, Q — объемный расход в восходящем (или нисходящем) потоке, θ_1^+ и θ_1^- — средние температуры в восходящем и нисходящем потоках. Поскольку рассматривается естественная конвекция, то можно предположить, что восходящий поток является более горячим, чем нисходящий. Тогда приведенный выше интеграл имеет положительный знак, откуда в свою очередь следует, что в произвольном горизонтальном сечении вертикальный градиент температуры при наличии конвекции больше, чем при чисто кондуктивном прогреве.

Поскольку среднемассовая температура в обоих случаях одинакова (из-за равенства внешних тепловых потоков), то жидкость около свободной поверхности при наличии конвекции будет перегрета, а в нижней части сосуда — недогрета по сравнению со случаем кондуктивного прогрева. Если ввести эффективный коэффициент теплопроводности λ_e [3], учитывающий перенос тепла теплопроводностью и конвекцией, то полученный результат указывает, что эффективный коэффициент теплопроводности меньше, чем коэффициент молекулярной теплопроводности.

Из полученных выше формул следует, что величина «конвективной добавки» к температурному расслоению определяется величиной произведения $Q(\theta_1^+ - \theta_1^-)$. При подводе тепла к свободной поверхности жидкости расход Q в восходящем и нисходящем потоках уменьшается, так как уменьшаются скорости (фиг. 4) и толщина пограничного слоя. Кроме того, уменьшается и разность температуры между восходящим и нисходящим потоками, на что указывает увеличение числа Нуссельта (фиг. 4). Поэтому при наличии подвода тепла к свободной поверхности «конвективная добавка» к температурному расслоению меньше, чем при подводе тепла только к боковой поверхности жидкости, в соответствии с результатами, приведенными на фиг. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полежаев В. И., Вальциферов Ю. В. Численное исследование нестационарной тепловой конвекции жидкости в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла.— В кн.: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. 3. М.: Изд-во МГУ, 1971, с. 137—174.
2. Полежаев В. И., Черкасов С. Г. Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 4, с. 148—157.
3. Кириченко Ю. А. К расчету температурного расслоения в заполненных жидкостью замкнутых емкостях при постоянной плотности теплового потока на оболочке.— Инж.-физ. журн., 1978, т. 34, № 1, с. 5—11.
4. Полежаев В. И. Конвективное взаимодействие в цилиндрическом сосуде, частично заполненном жидкостью, при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям и дну.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 4, с. 77—88.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972, 392 с.

Москва

Поступила в редакцию
5.XII.1982