

УДК 532.5.84

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД ТРЕХМЕРНОГО РАСЧЕТА ВИХРЕВОГО БАРОТРОПНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТУРБОМАШИНАХ

МОРГУНОВ Г. М.

При расчете течения невязкой жидкости в лопастных системах математические модели базируются на использовании непосредственно дифференциальных уравнений движения сплошной среды [1 и др.], вариационных принципов механики [2, 3 и др.], математического изоморфизма [4], методов особенностей, скалярного и векторного потенциалов (см., например, [5-9]). Численная реализация гидродинамических задач для установившихся дозвуковых течений основана на применении различных модификаций методов кривизны линий тока, конечных разностей и конечных элементов, алгебраического метода аппроксимации интегральных уравнений. В качестве примеров укажем в порядке перечисления вычислительных схем работы [10, 11, 9, 12, 13, 5].

Развитый ниже интегральный метод расчета, теоретические основы которого изложены в [14], имеет ряд существенных преимуществ перед другими. В частности, на этапе расчета трехмерного потенциального потока, вносящего, как правило, основной вклад в значения функций поля, вычисление составляющих скорости осуществляется интегрированием не по области, а только по ее границе. Для вихревого течения сжимаемой жидкости производные от функций поля, содержащиеся в соответствующих интегральных выражениях, не выше первого порядка и входят в интегралы по области. Последнее компенсирует неизбежные ошибки численного дифференцирования. Алгоритм гибок в отношении выбора расчетной сетки, густота которой на различных участках рассматриваемой замкнутой области течения может варьироваться в разумных пределах при неизменном общем числе узлов. Отметим еще, что при определении скорости в каждой фиксированной точке интегрирование проводится по всей границе или области. Такой процесс при прочих равных условиях обеспечивает получение более точных результатов, чем, например, в методах, использующих пошаговое интегрирование.

Известная трудность интегральных методов расчета, связанная с необходимостью вычисления несобственных и сингулярных интегралов в окрестности узловых точек, преодолевается здесь путем дополнительного дробления соответствующих элементов двух- либо трехмерной сетки и последующего квазианалитического интегрирования. Устойчивость и сходимость применяемого в работе итерационного процесса достигается введением коэффициента релаксации. Качественно возросшее быстродействие ЭВМ обеспечивает вполне приемлемое для практики время реализации гидродинамической задачи данным методом. Так, для машин с быстродействием 10^6 опер/с полное время счета составляет $\sim 1,5$ ч.

Ниже излагаются математическая модель, постановка, последовательность и особенности численного решения прямой трехмерной задачи для вихревого баротропного потока в области лопастной системы турбомашин. Течение предполагается стационарным безотрывным, рабочее тело - невязким, объемные силы - пренебрежимо малыми.

1. Математическая модель. Уравнения движения в замкнутой многосвязной области лопастной системы V , вращающейся относительно оси ротора ζ с постоянной частотой ω , могут быть записаны в виде [14]

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{v} &= \Omega, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = R, \quad \forall P \in (V \cup S) \\ \frac{d' \Omega}{dt} &= (\Omega \nabla) \mathbf{w} - R \Omega \\ \nabla F(p) &= -\nabla \frac{w^2 - u^2}{2} - \Omega \times \mathbf{w}, \quad w = |\mathbf{w}|, \quad u = |\mathbf{u}|, \quad \mathbf{u} = \omega \times \mathbf{r} \\ R &= -\rho_0^{-1} (\mathbf{w} \nabla \rho_0), \quad \rho_0 = \rho_0(p) \end{aligned} \tag{1.1}$$

Краевые условия и дополнительные необходимые условия разрешимости исходных уравнений даются выражениями

$$v(Q \in S_+) = v_+, \quad p(Q \in S_+) = p_+, \quad v_n(Q \in S \setminus S_+) = v_n, \quad p_*^+ = p_*^- \quad (1.2)$$

$$\int_S \rho_0 (\mathbf{n} \mathbf{v}) dS = 0, \quad \int_S (\mathbf{n} \times \mathbf{v}) dS = \int_V \boldsymbol{\Omega} dV, \quad \nabla \boldsymbol{\Omega} = 0 \quad (1.3)$$

В (1.1)–(1.3) \mathbf{v} , \mathbf{w} , \mathbf{u} – векторы абсолютной, относительной и переносной скоростей, $\boldsymbol{\Omega}$, R , p , ρ_0 – вектор вихря, расхождение, статическое давление и плотность соответственно, F – функция давления, p_*^\pm – давления на линии смыкания ближнего следа за лопастью с ее тыльной (плюс) и рабочей (минус) стороны, S – кусочно-гладкая граница V , \mathbf{n} – вектор единичной внешней нормали к S , ρ – радиус-вектор данной точки, v_n – нормальная к S составляющая \mathbf{v} , S_\pm – поверхности входа (плюс) и выхода потока из V , ∇ – оператор Гамильтона, P , Q – текущие точки в области V и на границе S соответственно. Поверхности S_\pm назначаются примерно на расстоянии среднего шага перед и за лопастной системой, где характеристики потока можно считать слабо зависящими от окружной координаты φ .

Последнее равенство в (1.2) представляет собой обобщенный на данный случай постулат Жуковского – Чаплыгина и вводится для единственности решения рассматриваемой задачи.

Для функций ρ_0 , F при условии течения несжимаемой жидкости (а), изотермического (б) и политропического (в) процессов имеем (см., например, [15])

$$\rho_0 = \rho_0^\circ = \text{const}, \quad F = \frac{1}{\rho_0^\circ} (p - p^\circ) \quad (a)$$

$$\rho_0 = \rho_0^\circ \frac{p}{p^\circ}, \quad F = \frac{p^\circ}{\rho_0^\circ} \ln \frac{p}{p^\circ} \quad (б)$$

$$\rho_0 = \rho_0^\circ \left(\frac{p}{p^\circ} \right)^{1/n}, \quad F = \frac{n}{n-1} \frac{p^\circ}{\rho_0^\circ} \left[\left(\frac{p}{p^\circ} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] \quad (в)$$

$$\rho_0^\circ = p^\circ (T^\circ R_u)^{-1}, \quad p^\circ = \langle p(Q \in S_+) \rangle, \quad T^\circ = \langle T(Q \in S_+) \rangle \quad (1.4)$$

где p° , T° – осредненные значения давления и абсолютной температуры на входе, R_u – газовая постоянная, n – показатель политропы, угловые скобки означают осреднение по S_+ .

Составляющие вихря на входе определяются по заданным распределениям \mathbf{v}_+ , p_+ на S_+ и равны (нижний индекс плюс опущен)

$$\Omega_{s_l} = w_n^{-1} \left(\Omega_n w_{s_l} + (-1)^k \frac{\partial \Pi_w}{\partial s_k} \right), \quad l=1, 2; \quad k=3-l \quad (1.5)$$

$$\Omega_n = \frac{\partial v_{s_2}}{\partial s_1} - \frac{\partial v_{s_1}}{\partial s_2}, \quad \Pi_w = F(p) + \frac{w^2 - u^2}{2}$$

где Π_w – функция Бернулли в относительном движении, s_l ($l=1, 2, 3$; $s_3=n$) – локальная декартова система координат на S_+ .

Расхождение, а также используемые в дальнейшем производные от ρ_0 , w_{s_i} по нормали к S_+ и любой осесимметричной поверхности $F_i \in V$ ($i=1, 2, \dots, r$; $F_1=S_+$, $F_r=S_-$), поперечной к доминирующему направлению меридианного потока, могут быть записаны в виде

$$R = -\frac{1}{\rho_0} \left(w_{s_1} \frac{\partial \rho_0}{\partial s_1} + w_{s_2} \frac{\partial \rho_0}{\partial s_2} + w_n \frac{\partial \rho_0}{\partial n} \right), \quad \frac{\partial \rho_0}{\partial n} = -\frac{w_n}{f_0} \frac{\partial w_n}{\partial n} + f_1 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial w_n}{\partial n} = \begin{cases} -\left(\frac{\partial w_{s_1}}{\partial s_1} + \frac{\partial w_{s_2}}{\partial s_2}\right) & (a) \\ \left(\frac{w_n^2}{\rho_0 f_0} - 1\right)^{-1} \left(\frac{\partial w_{s_1}}{\partial s_1} + \frac{\partial w_{s_2}}{\partial s_2} + \frac{w_{s_1}}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial s_1} + \frac{w_{s_2}}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial s_2} + \frac{w_n f_1}{\rho_0}\right) & (b, e) \end{cases}$$

$$\frac{\partial w_{s_1}}{\partial n} = \Omega_{s_2} + \frac{\partial w_n}{\partial s_1} - 2\omega s_{2z}, \quad \frac{\partial w_{s_2}}{\partial n} = -\Omega_{s_1} + \frac{\partial w_n}{\partial s_2} + 2\omega s_{1z}$$

$$f_1 = f_0^{-1} \left(\Omega_{s_2} w_{s_1} - \Omega_{s_1} w_{s_2} - w_{s_1} \frac{\partial w_{s_1}}{\partial n} - w_{s_2} \frac{\partial w_{s_2}}{\partial n} + \omega^2 \rho n \rho \right)$$

$$f_0 = \begin{cases} \infty & (a) \\ \frac{\rho^\circ}{\rho_0^\circ \rho_0} & (b) \\ n \frac{\rho^\circ}{(\rho_0^\circ)^2} \left(\frac{\rho_0}{\rho_0^\circ}\right)^{n-2} & (e) \end{cases}$$

Нижние индексы s_1 , s_2 , n , а также ρ , φ , ζ отмечают проекции векторов на направления локальной декартовой и глобальной цилиндрической систем координат. Орты s_1 , s_2 расположены на плоскости, касательной к F_i , причем s_1 ориентировано вдоль окружного направления коллинеарно u , s_2 — поперечное направление, n — нормаль к F_i , ориентированная по меридианному потоку. Функции поля в правых частях соотношений (1.6) и производные по направлениям, касательным к F_i , считаются известными из предыдущего приближения. В выражении для $\partial w_n / \partial n$ должно выполняться условие $w_n^2 < \rho_0 f_0$, которое отвечает дозвуковым скоростям течения. Напомним еще, что, как и в (1.4), указания (а), (б), (е) справа от соответствующих соотношений относятся к определенному типу баротропного процесса.

Для поля Ω имеем интегральное уравнение [14]

$$\Omega(s) = \Omega(s_0) + \int_{s_0}^s w^{-1} [(\Omega \nabla) \mathbf{w} - R\Omega] ds, \quad ds = |d\mathbf{s}|, \quad s_0 \in S_+ \quad (1.7)$$

где интегрирование ведется вдоль траектории каждой выделенной частицы жидкости в V , $d\mathbf{s}$ — направленный элемент пути движения, s_0 — точка начального положения частицы. Ниже полагается, что на выбранных траекториях скорость $w \neq 0$.

Поле \mathbf{v} определяется на основе известного интегрального представления

$$\lambda \mathbf{v}(P_0 \in V \cup S) = \int_S [\mathbf{v}(Q) (\nabla r^{-1} \mathbf{n}) + \mathbf{v}(Q) \times (\nabla r^{-1} \times \mathbf{n})] dS + \int_V [R(P) \nabla r^{-1} + \Omega(P) \times \nabla r^{-1}] dV, \quad \lambda = \begin{cases} 4\pi, & P_0 \in V \\ 2\pi, & (P_0 = Q_0) \in S \end{cases} \quad (1.8)$$

Здесь r — расстояние между текущей ($P \in V$) \vee ($Q \in S$) и фиксированной $P_0 \vee Q_0$ точками. При $P_0 \rightarrow Q_0$ интеграл по S рассматривается в смысле главного значения, а (1.8) — сингулярное интегральное уравнение относительно \mathbf{v} .

Постановка задачи и последовательность ее реализации. Дано: геометрия области $V \cup S$, распределение абсолютной температуры T_+ , абсолютной скорости \mathbf{v}_+ и давления p_+ на поверхности входа S_+ ; на осталь-

ной границе области лопастной системы известна нормальная составляющая скорости v_n ($Q \in S/S_+$); заданы частота вращения ω и тип баротропного процесса.

Требуется определить функции поля v , p , Ω , R , ρ_0 . Задача решается методом последовательных приближений в два этапа. На первом течение полагается безвихревым, а рабочее тело — несжимаемым ($\Omega=0$, $R=0$). Процедура реализации данного этапа детально изложена в работе [16]. На втором осуществляется переход к вихревому баротропному потоку.

В каждой итерации выдерживается постулат Жуковского — Чаплыгина, сводящийся к физически обоснованному требованию непрерывного изменения давления в окрестности выходных кромок. Математически указанное требование выражено последним равенством в (1.2). На основе этого равенства определяется интенсивность вихревой пелены за лопастной системой [14]. Кроме того, контролируется выполнение соотношений (1.3).

Последовательность операций в текущем приближении для общего случая $\Omega \neq 0$, $R \neq 0$ следующая. По известному из предыдущей итерации полю $w(P \in V)$ определяются элементы траекторий (линий тока) жидких частиц на шаге «против потока» между ближайшими выделенными поперечными поверхностями F_i , F_{i-1} , если $w_n \geq \varepsilon_1$ и F_i , F_{i+1} при $-w_n \geq \varepsilon_1$. Приближенно полагается, что элемент траектории принадлежит F_i , когда $|w_n| < \varepsilon_1$. Здесь ε_1 — наименьшее по модулю допустимое значение нормального к F_i составляющей w , при котором элемент траектории с конечной точкой $P_+ \in F_i$ пересекает $F_{i-1} \vee F_{i+1}$ в точке P_- на длине, не превышающей заданной нормы. Расстояния Δs_j ($j=1, 2, \dots, m$; m — число траекторий) между соседними поперечными поверхностями малы, поэтому каждый элемент траектории принимается в виде отрезка логарифмической спирали. Последняя расположена на конусе с углом при вершине, определяемом по средневекторной меридианной скорости на Δs_j .

В результате выполнения предыдущих шагов на $F_{i-1} \vee F_i \vee F_{i+1}$ определены функции $\Pi_w(P_-)$, $\Omega(P_-)$. Тогда, очевидно, $\Pi_w(P_+) = \Pi_w(P_-)$. Вектор $\Omega(P_+)$ отыскивается по (1.7). Напомним, что на входе S_+ распределения Π_w , Ω определены по (1.5) и в процессе приближений не меняются. В случае наличия обратных токов (например, при обтекании лопастей с большими углами атаки) для нахождения Π_w , Ω в точках P_- на соответствующих частях F_i , F_{i+1} требуется осуществить повторные прогонки счета данных функций от входа к выходу. Для зон с низкими значениями w , в частности в окрестности критических точек, проводится дополнительное назначение поперечных поверхностей до удовлетворения условия $(\Delta \Omega \Delta s_j' / |w|) < \varepsilon_2$, где $\Delta \Omega$ — приращение модуля Ω на длине траектории между F_i и дополнительным сечением F_i' .

По значениям Π_w на F_i находим $F(p)$, а из (1.4) — последовательно p , ρ_0 . Скалярное поле R рассчитывается по (1.6). На заключительной стадии расчета для текущей итерации корректируется поле w путем численного расчета для текущей итерации интегральных уравнений и соотношений (1.8). Далее цикл вычислений повторяется до удовлетворения заданного признака сходимости. В качестве такого признака выбрано приращение в двух последовательных итерациях средней эффективной циркуляции лопастной системы $\Delta \Gamma^0$ [16]. Для второго этапа решения прямой задачи (вихревое баротропное течение) при обычно имеющейся неравномерности потока на входе в турбомашину процесс приближенный, как правило, сходится после трех-четырёх итераций.

3. Особенности численного решения. Данный метод реализован на ЕС ЭВМ. Поскольку общая расчетная схема, алгоритм вычисления составляющих v , а также основных интегральных параметров пространственной решетки лопастей в потенциальном потоке подробно описаны в более ранних работах (см. [16] и там же ссылки на литературу), остановимся лишь на наиболее существенных пунктах расчета, характерных для вихревого сжимаемого течения.

Переходя в (1.7) к координатной форме записи в системе локальных декартовых координат каждой узловой точки $P_+ \in F_i$ и применяя для численного интегриро-

вания, например, формулу трапеций, приходим к системе трех алгебраических уравнений относительно $\Omega_{sl, i}$ ($l=1, 2, 3$).

$$\Omega_{sl, i}^{(j)} = \Omega_{sl, i-1}^{(j)} + \frac{\Delta s_i}{2 \langle w \rangle_i^{(j-1)}} \left\{ \sum_{k=1}^3 \left[\Omega_{sk, i}^{(j)} \left(\frac{\partial w_{sl}}{\partial s_k} \right)_i^{(j-1)} + \Omega_{sk, i-1}^{(j)} \left(\frac{\partial w_{sl}}{\partial s_k} \right)_{i-1}^{(j-1)} \right] - (R_i^{(j-1)} \Omega_{sl, i}^{(j)} + R_{i-1}^{(j-1)} \Omega_{sl, i-1}^{(j)}) \right\} \quad (3.1)$$

Здесь (j) – номер текущей итерации, $\langle w \rangle_i$ – модуль средней относительной скорости на элементе траектории Δs_i . Уравнения (3.1) для определенности записаны в предположении выполнения условия $w_n \geq \varepsilon_1$. Элементы тензора $(\partial w_{sl} / \partial s_k)_{i-1}$, вычисленные на F_{i-1} , предварительно преобразуются для системы местных координат на F_i . Методика построения элемента траектории изложена в п. 2.

В разработанном алгоритме общее число поперечных сечений принято равным 43. Необходимые дополнительные дробления шага вдоль траектории проводятся автоматически в процессе расчета с определением требуемых функций поля в промежуточных точках интерполяции. Количество узловых точек на каждой поперечной поверхности составляет 49.

Производные по направлениям s_1, s_2 , входящие в соотношения (1.5), (1.6), (3.1), вычисляются с помощью сплайн-функций с промежуточным «слабым» сглаживанием по следующему алгоритму. Пусть $f(P)$ – скалярная функция поля и требуется найти ее производные в узловой точке $P_{jk} \in F_i$ по направлениям s_1, s_2 . В данном алгоритме принято $j \wedge k = 1-7$. Выберем на F_i два семейства кривых, проходящих через узловые точки с одинаковыми первым и вторым индексами соответственно. Пусть кривые первого семейства ориентированы по s_1 , т. е. в окружном направлении, второго – по s_2' от периферийного обвода к втулочному (для рабочего колеса правого вращения). При этом в точках пересечения кривых направления s_1, s_2' неколлинеарны. Аппроксимация производных $\partial f / \partial s_1, \partial f / \partial s_2'$ в каждой фиксированной точке P_{jk} осуществляется дифференцированием сглаженных на основе метода наименьших квадратов с коэффициентом сглаживания $\alpha \leq 0,5$ сплайн-функций вдоль указанных семейств кривых. По вычисленным таким образом производным найдем

$$\frac{\partial f}{\partial s_2} = \left(\frac{\partial f}{\partial s_2'} - \frac{\partial f}{\partial s_1} s_2', s_1 \right) \frac{1}{s_2', s_2}, \quad s_2', s_2 \neq 0 \quad (3.2)$$

где s_2', s_1 – проекции единичного орта s_2' на направления s_1, s_2 в данной точке.

Если в (3.2) f – составляющая вектора на какое-либо направление локальных координат, то сплайн-интерполяция вдоль выбранных кривых осуществляется для проекций этого вектора на данное направление в точке, где отыскиваются производные. Расчеты подтверждают эффективность принятого подхода к численному дифференцированию.

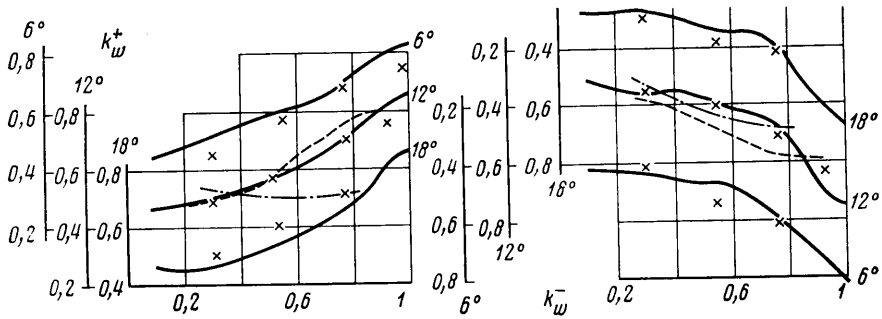
Остановимся еще на методике приближенного вычисления интегралов по объему, которые входят в представление (1.8) и учитывают влияние на \mathbf{v} полей R и Ω . Обозначим

$$\lambda v^\circ(P_0) = \int_V (R \nabla r^{-1} + \Omega \times \nabla r^{-1}) dV \quad (3.3)$$

$$v_{sl}^\circ \approx \sum_{(v)} \Delta v_{sl, v}, \quad \sum_{(v)} \Delta V_v \approx V$$

где ΔV_v – элементарные объемы области V , $\Delta v_{sl, v}^\circ$ – составляющие по локальным координатам вкладов в v_{sl}° от расхождения и завихренности рабочей среды в элементе ΔV_v проточной части. Введем положительное число M , такое, что при $r^3(P \in \Delta V_v, P_0) / \Delta V_v \geq M$ вклад $\Delta v_{sl, v}^\circ$ можно с достаточной точностью вычислять численным интегрированием представления (3.3) сразу по всему элементарному объему ΔV_v . Если данное условие не удовлетворено, программой предусмотрено деление ΔV_v на восемь подэлементов и последующее численное интегрирование для тех частей, где установленная оценка выполняется. В противном случае проводится дальнейшее дробление соответствующего подэлемента. Количество элементов ΔV_v между каждой парой поперечных сечений F_{i-1}, F_i , образованных трехмерной расчетной сеткой [16], принято равным 36, а максимально допустимое число их разбиений – 64. Когда на последнем шаге дробления условие заданной точности численного интегрирования для какой-либо части ΔV_v не удовлетворяется, производится квазианалитическое интегрирование.

Пусть δV_v – указанная часть ΔV_v с центром в точке P_0 . Выделим в δV_v параллельно одной из граней площадку δS_v , проходящую через точку P_0 , и свяжем с ней



Фиг. 1

местную декартову систему координат s_{iq} . Положим далее, что в пределах δV , изменение функций поля R, Ω пренебрежимо мало. Тогда в системе s_{iq} для вкладов $\delta v_{s_{i,q}}^{\circ}$ приближенно получим

$$\lambda \delta v_{s_{i,q}}^{\circ} = [I_{1q} R_q - I_{jq} \Omega_{kq} + I_{kq} \Omega_{jq}] \delta n_q, \quad l=1, 2, 3; \quad l \rightarrow j \rightarrow k$$

$$I_{1q} = \int_{\delta S_v} \frac{s_{ip} - s_{iq}}{r_{qp}^3} dS, \quad i=1, 2; \quad I_{3q} = \int_{\delta S_v} \frac{n_p}{r_{qp}^3} dS = \theta_v \operatorname{sign} n_p, \quad \delta n_p = \frac{\delta V_v}{\delta S_v}$$

где s_{ip}, n_p — проекции фиксированной точки P_0 на направления s_{iq}, θ_v — телесный угол, под которым площадка δS_v видна из точки P_0 , I_{iq} — табличные интегралы, стрелки означают циклическую перестановку индексов.

4. Примеры расчетов. Проведена серия сравнений расчетных распределений скоростей и давлений с экспериментом для рабочих колес турбомашин различных типов, подтвердивших достаточную эффективность раз-

работанного метода. В настоящее время выполняются систематические расчетные исследования гидродинамических качеств лопастных систем и выявляются возможности их дальнейшего совершенствования.

На фиг. 1 представлены результаты сравнения расчетных и опытных распределений относительной скорости на лопасти радиально-осевой турбины, описанной в работе [3]. Опытные значения w определялись по замерам полного и статического давлений. Сопоставление расчета с экспериментом проводилось в сечениях $\varphi=6, 12, 18^\circ$ с наибольшим числом точек дренирования лопасти. Параметры режима обтекания: $\omega=32,5 \text{ с}^{-1}$, расход $Q=0,333 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, напор $H=3,65 \text{ м}$, циркуляция на входе $\Gamma_1=7,23 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$.

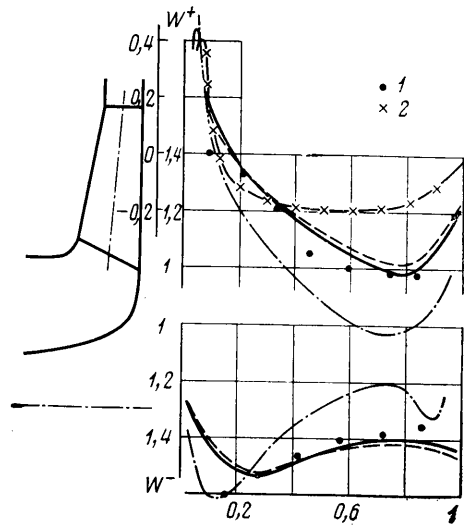
На фиг. 1 по оси абсцисс отложена безразмерная длина меридианного сечения лопасти указанными плоскостями в направлениях от втулки к периферии. По оси ординат — коэффициент относительной скорости $k_w^{\pm} = w^{\pm} / (2gH)^{1/2}$, где g — ускорение свободного падения, индексы плюс и минус относятся к тыльной и рабочей сторонам лопасти соответственно. Расчет — сплошные линии. Можно констатировать, что наблюдается вполне удовлетворительное качественное и в целом количественное согласование расчетных и опытных значений коэффициента скорости. Здесь же в качестве примера показаны для $\varphi=12^\circ$ типичные результаты сравнения с расчетами по двумерной (штриховые линии) и трехмерной (штрихпунктир) теориям, существование которых изложено в [3]. Двухмерный метод основан на известном допущении о существовании осесимметричных поверхностей тока и использует соответствующее уравнение относительно функции тока. Трехмерный метод расчета использует вариационный принцип минимального действия. Результаты расчета по этим теориям дают большие расхождения с экспериментом, чем по предлагаемому методу.

Результаты сравнения с экспериментом для центробежного компрессора приведены на фиг. 2. Геометрия рабочего колеса, режимы обтекания и основные опытные данные изложены в работе [17]. На фиг. 2 показана

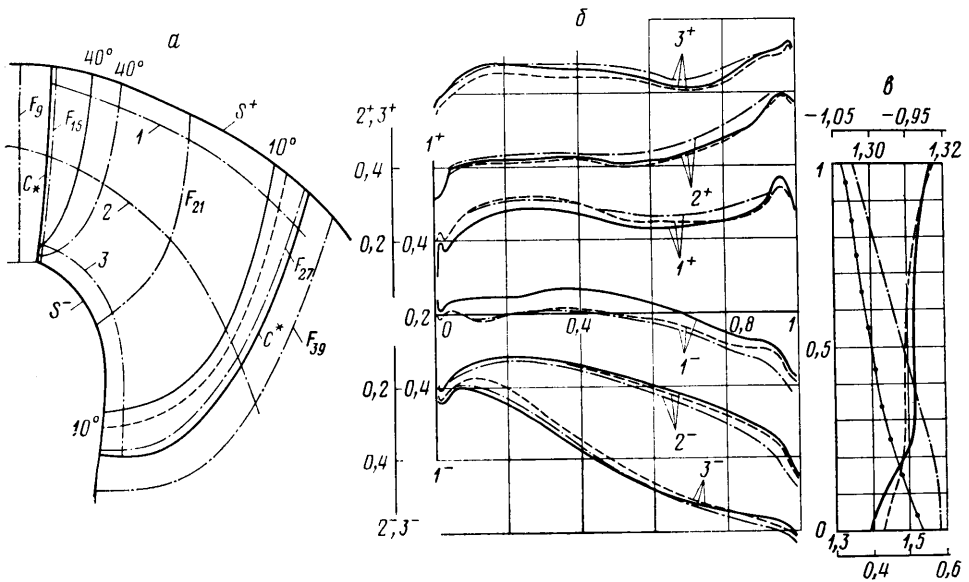
меридианная проекция рабочего колеса и изменение безразмерной относительной скорости $W^\pm = w^\pm / u_1$ для среднего профиля (см. штрихпунктир на меридианной проекции) вдоль относительной развертки его длины от входной кромки к выходной с рабочей (+) и тыльной (-) стороны. Здесь $u_1 = \omega r_1$, r_1 — средний радиус на входе в рабочее колесо. Выбран режим безотрывного обтекания: $\omega = 910,6 \text{ с}^{-1}$, коэффициент расхода $\varphi_a = 0,402$, число лопастей $m = 24$, $\Gamma_1 = 0$, окружная скорость на выходе $u_2 = \omega r_2 = 140 \text{ мс}^{-1}$ (см. [17]). Процесс принят адиабатическим, рабочее тело — воздух при нормальных условиях на входе. Точки 1 — экспериментальные данные, сплошная линия — расчет по данному методу для сжимаемого рабочего тела, штриховая — то же для несжимаемой жидкости, штрихпунктирная — расчет по методу [18], приведенный в [17].

Результаты расчета предлагаемым методом для воздуха дают наилучшее согласование с экспериментом. Опытное значение коэффициента напора для рассматриваемого режима $\varphi_n = \langle \Gamma \rangle / (2\pi r_2 u_2) = 0,54$ и расчетное 0,51 также близки друг к другу. Здесь $\langle \Gamma \rangle$ — средняя эффективная циркуляция вокруг лопастей. Сплошной линией с точками 2 показано изменение коэффициента расхождения $k_r = (2r_2 R) / (2gH)^{1/2}$ в данном сечении рабочего колеса на средней линии межлопастного канала. На входе в решетку давление падает, рабочая среда расширяется и $R > 0$. В остальной части канала происходит сжатие потока, чему соответствует $R < 0$.

На фиг. 3, 4 представлены характерные элементы геометрии и фрагменты структуры потока в проточной части одной из радиально-осевых турбин, гидродинамические качества которой исследовались данным методом. Отмечены периферийный S^- и втулочный S^+ обводы, входная C_* и выходная C_* кромки лопасти (фиг. 3, а). Здесь же нанесены сечения лопасти меридианными плоскостями $\varphi = 10^\circ, 40^\circ$, указывающие на существенно пространственную конфигурацию лопастной системы. Расчетные эпюры коэффициента скорости на тыльной k_w^+ и рабочей k_w^- сторонах лопасти в сечениях ее поверхностями 1, 2, 3 (см. фиг. 3, а) приведены на фиг. 3, б. Аргумент — относительная длина меридианной проекции соответствующего профиля. Сплошные линии — потенциальный поток, штриховые — вихревое течение несжимаемой жидкости, штрихпунктирные — вихревое течение воздуха при его адиабатическом расширении (сжатии). Эти результаты получены при $\omega = 359 \text{ с}^{-1}$, $m = 16$, $\Gamma_1 = 608 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$, $Q = 43,4 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, $H = 3771 \text{ м}$, $T^\circ = 293,15 \text{ К}$, диаметре рабочего колеса $D_1 = 1,2 \text{ м}$ и распределениях составляющих вектора абсолютной скорости v_+ , статического давления p_+ , а также функции Π_{w+} на входе, представленных на рис. 3, в. Сечение входа S_+ — цилиндрическая поверхность, расположенная на диаметре $D_+ = 1,284 \text{ м}$. На фиг. 3, в по вертикали отложена безразмерная высота сечения S_+ в направлении от втулки к периферии. Первая верхняя горизонтальная шкала относится к текущим значениям $\Pi_{w+} / \langle \Pi_{w+} \rangle$, вторая — $10^{-5} p_+$. На первой горизонтали снизу отложены значения $10^{-2} v_{s,1+}$, на второй $10^{-2} v_{n,1+}$. Соответствующие кривые в порядке перечисления переменных: сплошная линия с точками, штрихпунктирная, сплошная линия, штриховая. Составляющая $v_{s,2+} = 0$. Видно, что течение вихревое: неравномерность Π_{w+} близка к 10%.



Фиг. 2

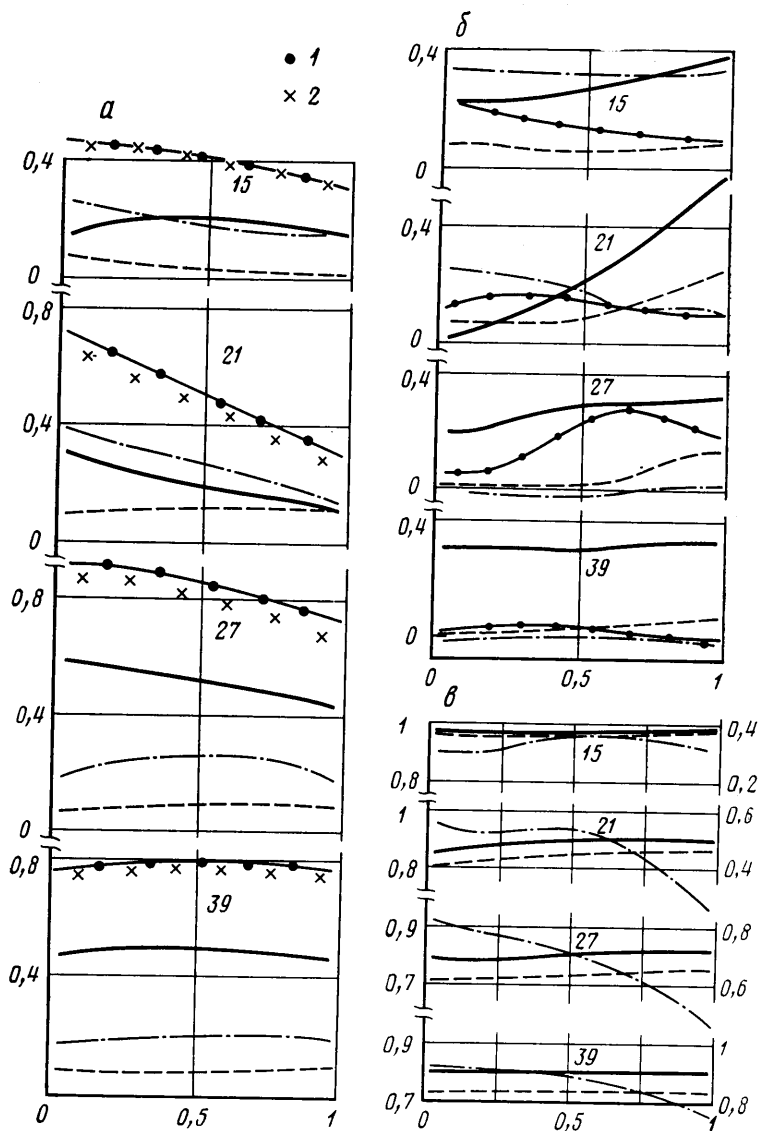


Фиг. 3

Сравнение эюр k_w^\pm для потенциального и вихревого течений несжимаемой среды показывает, что учет завихренности на входе (при данном распределении Π_{w+}) приводит к повышению скоростей в зоне втулочных сечений и их понижению на периферии. Учет сжимаемости вызывает увеличение скорости к выходу во всех сечениях, что согласуется с характерным свойством течения в турбинной решетке — отрицательным в целом градиентом давления по потоку.

На фиг. 4 сверху вниз показано изменение функций поля для вихревого адиабатического течения в пределах одного периода на линиях пересечения поверхности 2 с поперечными сечениями F_i ($i=15, 21, 27, 39$) (см. фиг. 3, а). По осям абсцисс отложена безразмерная длина в направлении от тыльной стороны лопасти к рабочей. Первый ряд зависимостей (фиг. 4, а) изображает распределение составляющих и модуля относительной скорости. Здесь сплошная линия, штриховая и штрихпунктир — коэффициенты составляющих w_{s1} относительной скорости $-k_{w, s1}, -k_{w, s2}, k_{w, n}$ соответственно. Сплошная линия с точками 1 — коэффициент $1,5k_w$, точки 2 отмечены значения этого коэффициента для несжимаемой среды. Второй ряд (фиг. 4, б) представляет изменение составляющих вихря, а также дивергенции. Сплошная линия, штриховая, штрихпунктир и сплошная линия с точками — коэффициенты $k_{\omega, s1} = D_1 \Omega_{s1} / (2gH)^{1/2}$, ($l=1, 2, 3$; $s_3=n$) и $k_r = D_1 R / (2gH)^{1/2}$ соответственно. Третий ряд (фиг. 4, в) — распределение плотности, статического давления и функции Бернулли на указанных выше линиях. На левой оси ординат отложены значения коэффициентов плотности $k_p = \rho_0 / \rho_0^0$ (сплошная линия на фиг. 4, в) и давления $k_p = p/p^0$ (штриховая), на правой — коэффициент $k_n = -10^2 (\Pi_w - \langle \Pi_{w+} \rangle) / (gH)$ (штрихпунктир). Напомним, что нижний индекс плюс означает принадлежность функций и параметров входному сечению S_+ .

Анализ данных, приведенных на фиг. 4, позволяет сделать следующие выводы. В пределах лопастной системы $|w_{s1}|, w$ имеют отрицательный градиент в направлении к рабочей стороне лопасти. Нормальная к F_i составляющая скорости определяется конфигурацией лопасти и меридианной проекцией проточной части. Поперечные составляющие w_{s2} малы. Сжимаемость приводит к увеличению абсолютных значений скоростей. Для данного случая это увеличение достигает 8%. Распределения всех



Фиг. 4

функций поля за лопастью системой в данном режиме, близком к оптимальному, выравниваются в окружном направлении. Из составляющих вихря доминирующие значения имеет Ω_{s1} , которая в данном случае оказывается большей нуля во всех поперечных сечениях. Этим, в частности, объясняется повышение уровня скоростей вблизи втулки и его снижение на периферии. Функции Ω_{s1} , Ω_{s2} возрастают к рабочей стороне лопасти. В зоне лопастей расхождение $R > 0$, что отвечает расширяющемуся течению. Небольшие отрицательные значения R на выходе означают локальное повышение давления на соответствующих участках проточного тракта. Характер изменения функций поля ρ_0 , p , Π_w согласуется с рассмотренными выше распределениями R и составляющих w , Ω .

Разработанный метод расчета лопастных систем применяется для исследования и возможного повышения гидродинамических качеств турбомашин различных типов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bosman C., Highton J. A.* Calculation procedure for three-dimensional, time-dependent-inviscid, compressible flow through turbomachine blades of any geometry.— *J. Mech. Eng. Sci.*, 1979, v. 21, № 1, p. 39–49.
2. *Vötter M.* Numerische Berechnung des räumlichen Strömungsfeldes in hydraulischen Turbomachinen.— *VDI-Forschungs*, 1969, № 535, S. 28–40.
3. *Bär E.* Messung des relativen Strömungsfeldes in Wasser an der Laufschaufel einer schnellläufigen Francis turbine.— *Forsch. Ing. Wes.*, 1970, B. 36, № 2, S. 54–64.
4. *Детман А. О., Селезнев К. П., Шерстюков В. А.* Метод электромагнитогидродинамической аналогии и пространственные задачи гидроаэродинамики проточной части лопаточных турбомашин.— В кн.: Методы и средства решения краевых задач. Л.: Ленинград. политехн. ин-т, 1981, с. 3–20.
5. *Ribaut M.* Three-dimensional calculation of flow in turbomachines With the Aid of singularities. *Trans. ASME. Ser. A. J. Eng. for Power*, 1968, v. 90, № 3, p. 258–264.
6. *Okurounmi O., McCune J. E.* Three-dimensional vortex theory of axial compressor blade rows at subsonic and transonic speeds.— *AIAA J.*, 1970, v. 8, № 7, p. 1275–1283.
7. *Graham D., Lewis R. J.* A surface vorticity analysis of three-dimensional flow through strongly swept turbine cascades.— *J. Mech. Eng. Sci.*, 1974, v. 16, № 6, p. 425–433.
8. *Falcao A. F.* Three-dimensional potential flow through a rectilinear cascade of blades.— *Ing.-Arch.*, 1975, B. 44, № 1, S. 27–41.
9. *Korving C.* Method of calculation for the three-dimensional fluid flow in turbomachines.— *Lect. Notes Phys.*, 1975, v. 35, p. 233–238.
10. *Panagare M., Murthy K. N. S., Lakshminarayana B. A.* Three-dimensional flow field inside the passage of a low speed axial compressor rotor.— *AIAA Pap.*, 1982, № 1006, 12 p.
11. *Buisine D.* Modelisation et calcul d'un écoulement tridimensionnel de fluid incompressible dans une turbomachine axiale.— *J. mec. appl.*, 1981, v. 5, № 4, p. 405–428.
12. *Lacor C., Hirsch Ch.* Non-viscous three-dimensional rotational flow calculation in blade passages.— *Notes Numer Fluid Mech.*, 1982, v. 5, p. 150–161.
13. *Daiguji Hisaaki.* Метод численного расчета трехмерного потенциального течения жидкости в осевой турбомашине. Нихон кикай гаккай ромбуэнсю, *Trans. Jap. Mech. Eng.*, 1982, v. 48, № 433, p. 1667–1672.
14. *Моргунов Г. М.* Пространственное обтекание лопаточных систем турбомашин установившимся потоком идеальной жидкости.— *Изв. АН СССР. МЭГ*, 1975, № 6, с. 3–12.
15. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
16. *Моргунов Г. М., Алхимов В. Г., Горбань В. М.* Применение прямой трехмерной задачи теории решеток к исследованию безвихревого пространственного обтекания рабочих колес гидротурбин.— *Энергомашиностроение*, 1981 № 11, с. 13–17.
17. *Ден Г. Н., Гунбин Б. Л.* Согласование результатов расчета потока в центробежном компрессорном колесе методами теории решеток с экспериментальными данными.— *Энергомашиностроение*, 1969, № 6, с. 8–11.
18. *Раухман Б. С.* Расчет обтекания несжимаемой жидкостью решетки профилей на осесимметричной поверхности тока в слое переменной толщины.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1971, № 1, с. 83–89.

Москва

Поступила в редакцию
19.XII.1983