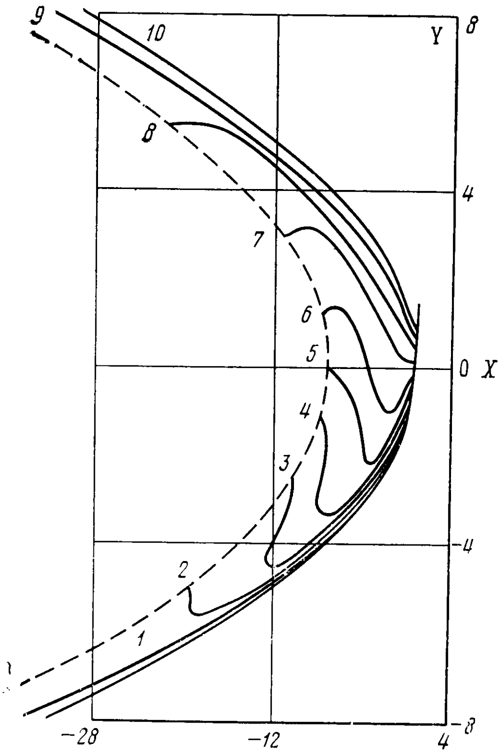
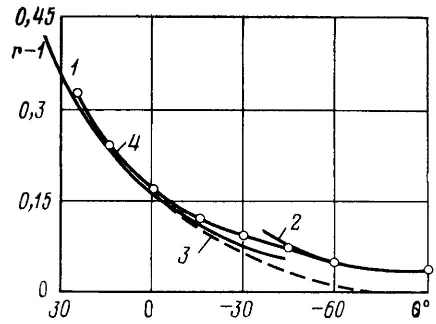
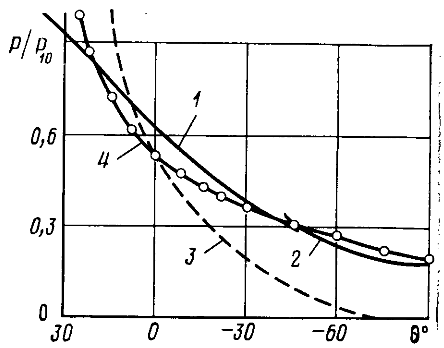


Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Сравнение результатов расчета по асимптотической теории (кривые *1*, *2*) с данными расчета по теории Уитема [4, 5] (пунктирные кривые *3*) и экспериментальными данными [5] (кривые *4*) показывает, что для слабых ударных волн данные асимптотической теории лучше согласуются с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Могилевич Л. И., Шиндяпин Г. П.* О нелинейной дифракции слабых ударных волн.— ПММ, 1971, т. 35, вып. 3, с. 492—498.
2. *Вельмисов П. А., Шиндяпин Г. П.* Асимптотические исследования нелинейных взаимодействий слабых ударных волн.— В кн.: Аэродинамика. Вып. 1(4). Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1972, с. 78—93.
3. *Шиндяпин Г. П.* Численное решение задачи нерегулярного отражения слабой ударной волны от жесткой стенки в идеальном газе.— Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1980, т. 20, № 1, с. 249—254.
4. *Whitham G. B.* A new approach to problems of shock dynamics. Pt 1. Two-dimensional problems.— J. Fluid Mech., 1957, v. 2, № 2, p. 145—171.
5. *Skews B. W.* The shape of a shock in regular reflection from a wedge.— CASI Trans., 1972, v. 5, № 1, p. 28—32.

Саратов

Поступила в редакцию
10.VIII.1983

УДК 536.252

К ВОПРОСУ О ВИБРАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ В НЕВЕСОМОСТИ

БРАВЕРМАН Л. М.

Высокочастотная вибрация полости, содержащей неоднородно нагретую жидкость, приводит в условиях невесомости к появлению в жидкости «медленных» течений с характерным временем, много бо́льшим $1/\Omega$, где Ω — частота вибрации [1, 2]. При определенных условиях возможно механическое «квазиравновесие», т. е.

такое состояние, когда отсутствует «медленная» составляющая конвективного течения. В работах [1, 2] получены условия квазиравновесия, указаны некоторые равновесные ситуации и исследована их устойчивость. В данной работе исследуется устойчивость нового равновесного состояния плоского слоя жидкости.

Рассмотрим бесконечно протяженный плоский слой жидкости, ограниченный параллельными плоскостями $z=\pm h$. Равновесный градиент температуры ∇T_0 постоянен и направлен вдоль ослоя: $\nabla T_0=(0, A, 0)$ (ось y выбрана совпадающей с равновесным градиентом). Ось вибрации лежит в плоскости слоя и составляет произвольный угол α с градиентом ∇T_0, так что единичный вектор вдоль оси вибрации $\mathbf{n}=(\sin\alpha, \cos\alpha, 0)$. Обозначив через $\mathbf{w}_0$ соленоидальную часть векторного поля $T_0\mathbf{n}$, находим $\mathbf{w}_0=(Ay\sin\alpha, 0, 0)$. Легко видеть, что поля T_0 и $\mathbf{w}_0$ удовлетворяют условиям равновесия и соответствующим граничным условиям (на плоскостях $z=\pm h$ заданы температуры и обращается в нуль нормальная составляющая w_{0z}), приведенным в [1].

Линеаризованные уравнения возмущений равновесия в безразмерной форме имеют вид

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}=-\nabla p+\Delta\mathbf{v}+R[(\mathbf{w}_0\nabla)(T\mathbf{n}-\mathbf{w})+(\mathbf{w}\nabla)(T_0\mathbf{n}-\mathbf{w}_0)]$$

$$P\frac{\partial T}{\partial t}+\mathbf{v}\nabla T_0=\Delta T,\qquad T\mathbf{n}=\mathbf{w}+\nabla\varphi \tag{1}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{v}=0,\quad \operatorname{div}\mathbf{w}=0$$

$$P=\frac{\nu}{\chi},\qquad R=\frac{(Ab\Omega\beta h^2)^2}{2\nu\chi}$$

Здесь $\mathbf{v}$, p, T, $\mathbf{w}$, φ — возмущения; P, R — числа Прандтля и Рэлея; b — амплитуда вибрации, β, ν, χ — коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости, температуропроводности.

Рассмотрим нормальные возмущения, пропорциональные $\exp[-\lambda t+i(k_1x+k_2y)]$. Из (1) следует система амплитудных уравнений (штрихом обозначены производные по z)

$$-\lambda v_x=-ik_1p_1+(v_x''-k^2v_x)$$

$$-\lambda v_y=-ik_2p_1+(v_y''-k^2v_y)+R[T\cos^2\alpha-i(k_1\sin\alpha+k_2\cos\alpha)\varphi]$$

$$-\lambda v_z=-p_1'+(v_z''-k^2v_z),\quad -P\lambda T+v_y=T''-k^2T \tag{2}$$

$$\varphi''-k^2\varphi=i(k_1\sin\alpha+k_2\cos\alpha)T,\quad i(k_1v_x+k_2v_y)+v_z'=0$$

$$p_1=p-ik_1Ry\varphi\sin\alpha,\quad k^2=k_1^2+k_2^2$$

На твердых теплопроводных гранях слоя имеем условия

$$z=\pm1:\quad v_x=v_y=v_z=0,\quad T=0,\quad \varphi'=0$$

Исследуем сначала одномерные возмущения с амплитудами вида

$$k_2=0,\quad k^2=k_1^2,\quad v_x=v_z=0,\quad v_y=v(z)$$

Для нейтральных монотонных возмущений ($\lambda=0$) получается амплитудная задача

$$v''-k^2v+R[T\cos^2\alpha-ik\varphi\sin\alpha]=0$$

$$T''-k^2T-v=0,\quad \varphi''-k^2\varphi-ikT\sin\alpha=0$$

$$z=\pm1:\quad v=T=\varphi'=0$$

Задача определяет критическое число Рэлея R, зависящее от k и α. Система интегрировалась численно методом Рунге – Кутта.

Как показывают расчеты, основной уровень конвективной неустойчивости связан с четной модой (амплитуды v, T и φ являются четными функциями z). Неустойчивость имеет длинноволновой характер в области $\alpha_2\leqslant\alpha\leqslant90^\circ$, где $\alpha_2=48^\circ$. Нейтральные кривые $R(k)$ имеют минимум при $k=0$; соответствующее критическое (минимальное) значение R_m монотонно уменьшается с ростом α в указанном интервале (фиг. 1, *а*, кривая *1*). При $\alpha=90^\circ$ имеем $R_m=7{,}5$. В области $0<\alpha<\alpha_2$ имеет место устойчивость относительно рассмотренных возмущений.

Расширим теперь класс рассматриваемых возмущений. Будем считать, что отличны от нуля обе продольные компоненты скорости v_x и v_y, а $v_z=0$. Тогда из уравнения неразрывности (последнее из уравнений системы (2)) следует $v_x=-(k_2/k_1)v_y$, т. е. эта мода связана с одномерным течением, направление которого составляет угол $\gamma=-\operatorname{arctg}(k_2/k_1)$ с осью y. После исключения v_x амплитудную задачу для нейтральных монотонных возмущений можно привести к виду

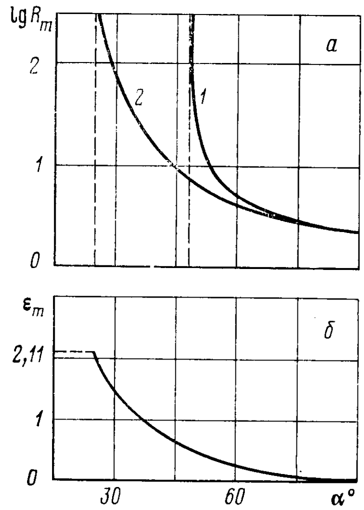
$$v_y''-k^2v_y(1+\varepsilon^2)+\frac{R}{1+\varepsilon^2}[T\cos^2\alpha-ik(\sin\alpha+\varepsilon\cos\alpha)\varphi]=0$$

$$T''-k^2T(1+\varepsilon^2)-v_y=0$$

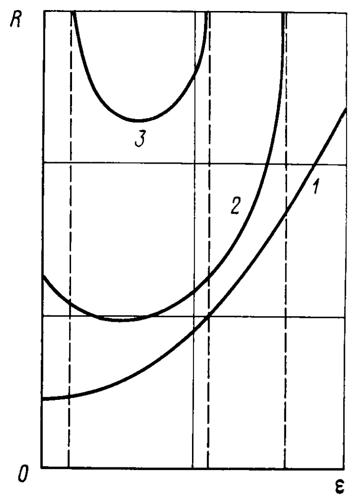
$$\varphi''-k^2\varphi-ik(\sin\alpha+\varepsilon\cos\alpha)T=0$$

$$z=\pm1:\quad v_y=T=\varphi'=0;\quad k\equiv k_1,\quad \varepsilon=k_2/k_1$$

В рассматриваемом классе возмущений минимум нейтральных кривых $R(k)$ достигается при $k=0$ (длинноволновая неустойчивость). Зависимость критических



Фиг. 1



Фиг. 2

чисел R_m от параметра ε качественно иллюстрируется фиг. 2. При $\alpha=90°$ зависимость $R_m(\varepsilon)$ соответствует кривой *1* с минимумом при $\varepsilon=0$. В области $\alpha_2<\alpha<90°$ минимум достигается при конечных ε, причем появляется асимптота, ограничивающая кривую со стороны больших ε (кривая *2*). В области $\alpha_1<\alpha<\alpha_2$, где $\alpha_1\approx25°$, кривая $R_m(\varepsilon)$ ограничена асимптотами со стороны больших и малых ε.

Результаты минимизации R_m по ε представлены на фиг. 1, *а*, кривая *2*. Таким образом, неустойчивость относительно плоских возмущений существует в области $\alpha_1<\alpha<90°$, причем для данного угла в этом диапазоне минимум устойчивости связан с определенным углом γ, который составляет направление одномерного возмущения по отношению к равновесному градиенту температуры. Этот угол определяется соответствующим минимуму R_m значением параметра ε_m; график зависимости $\varepsilon_m(\alpha)$ представлен на **фиг. 1, *б*.**

Автор выражает благодарность Г. З. Гершуни за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости.– Докл. АН СССР, 1979, т. 249, № 3, с. 580–584.
2. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* О конвективной неустойчивости жидкости в вибрационном поле в невесомости.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4, с. 12–19.

Пермь

Поступила в редакцию
21.X.1983