

УДК 532.5.013:534.4:537.84

## ОБ ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНЫХ СТРУЯХ В ЖИДКИХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

ЖАКИН А. И.

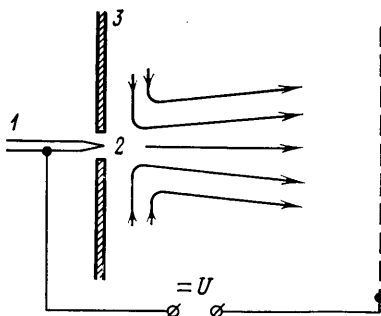
Главной особенностью электроконвективных струй в жидких диэлектриках, развивающихся под действием высоковольтного внешнего поля, является большое значение параметра ЭГД-взаимодействия. Это приводит к тому, что гидродинамическая задача становится связанной с электрической. В ЭДГ-струях в постановке [1, 2] наблюдается обратная ситуация: параметр ЭГД-взаимодействия мал. В этих задачах интересуются, как правило, нахождением только электрических характеристик струи при заданном поле скоростей. В работе [3] анализировались течения в жидких электродах от тонких электродов при двух основных предположениях: нелинейной омической проводимости и точечном характере ЭГД-взаимодействия.

В данной работе рассматривается расчет затопленных электроконвективных струй при ионной проводимости на основе краевой задачи, предложенной в [4]. При этом гипотеза о точечном характере ЭГД-взаимодействия не принимается. Отметим, что в такой постановке задача представляет не только теоретический интерес, но и практический, например в связи с проблемой расчета дроссельных ЭГД-преобразователей [5].

**1. Осесимметричная струя.** Кинематическая схема течения представлена на фиг. 1. На тонком электроде 1 (игле, лезвии) образуются в результате поверхностной ионизации ионы (см. [4]), которые, проходя через отверстие 2 непроводящего экрана 3 и двигаясь вдоль силовых линий электрического поля, локализируются только в узкой области вблизи оси струи. Благодаря действию кулоновской силы эта заряженная область ускоряется, что и приводит к формированию электроконвективной струи.

Для получения уравнений движения симметричной электроконвективной струи выберем в качестве единиц измерения следующие характерные величины: радиальной координаты  $y$  — диаметр отверстия  $\delta_0$ , продольной координаты  $x$  — длину струи  $L$ , продольной скорости  $u$  — скорость в начале струи  $u_0$ , радиальной скорости  $v$  — величину  $u_0\delta_0/L$ , полного давления  $p$  —  $\eta u_0 L/\delta_0^2$ , объемного заряда — плотность объемного заряда в начале струи  $q_0$ ,  $x$ -й компоненты напряженности поля  $E_x$  — напряженность поля в начале струи  $E_0$ ,  $y$ -й компоненты поля  $E_y$  —  $E_0\delta_0/L$ . Тогда задача будет характеризоваться следующими безразмерными параметрами:  $R = u_0\delta_0/\nu$  — число Рейнольдса,  $G = q_0 E_0 \delta_0^2 / \eta u_0$  — параметр ЭГД-взаимодействия,  $P_d = \nu/D$  — диффузионное число Прандтля,  $I = bE_0/u_0$  — отношение миграционной скорости иона к скорости течения жидкости,  $C = q_0 L / \epsilon E_0$  — параметр, характеризующий отношение поля, индуцированного объемным зарядом, к внешнему полю. Здесь  $\eta$  — динамическая вязкость,  $b$  — коэффициент подвижности иона,  $D$  — коэффициент диффузии.

Будем исходить из следующих предположений: 1) отношение характерной толщины струи  $\delta_0$  к ее длине  $L$  мало:  $\mu = \delta_0/L \ll 1$ ; 2) плотность



Фиг. 1

объемного заряда столь мала, что поле, им индуцированное, значительно меньше внешнего;  $C \ll 1$ ; 3) продольная скорость струи имеет порядок дрейфовой скорости ионов:  $I \sim 1$ ; 4) число Рейнольдса достаточно велико:  $\mu R \sim 1$ .

Обсудим сделанные предположения. При напряжении 8 кВ на расстоянии 3 мм от кромки иглы напряженность поля  $E \sim 80$  кВ/см. Для типичных значений коэффициента подвижности  $b = 10^{-4}$  см<sup>2</sup>/В·с дрейфовая скорость ионов  $bE \sim 8$  см/с. Скорость течения в экспериментах (см. фиг. 1)  $u \sim 8-10$  см/с. Таким образом,  $u \geq bE$  и с повышением напряжения  $U$  неравенство может только усиливаться. Этот факт неоднократно отмечался в экспериментах [6] и положен в основу ЭГД-теории проводимости. Сделанные оценки показывают, что предположение 3) подтверждается экспериментальными данными. Предположение 2) также имеет место в реальных ситуациях. Например, для проводимости  $\sigma \sim 10^{-13}$  См/см,  $\epsilon = 2$ ,  $E \sim 80$  кВ/см,  $b = 10^{-4}$  см<sup>2</sup>/В·с,  $L = 2$  см имеем  $C \sim \sigma L / \epsilon b E < 10^{-2}$ . Предположение 4) — следствие достаточно большого напряжения. Например, по данным [6], скорость ЭГД-течения в системе лезвие — плоскость при достаточно больших напряжениях растет по квадратичному закону  $u \sim U^2$ .

Имея в виду сказанное, решение задачи, записанной в безразмерных переменных, ищем в виде асимптотических рядов по малым параметрам  $\mu$ ,  $C$ . Предельная система уравнений (при  $\mu$ ,  $C \rightarrow 0$ ) в размерных переменных имеет вид

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= v \frac{1}{y^k} \frac{\partial}{\partial y} y^k \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{q}{\rho} E_x & (1.1) \\ \frac{\partial y^k u}{\partial x} + \frac{\partial y^k v}{\partial y} &= 0, \quad (u + bE_x) \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} = \frac{D}{y^k} \frac{\partial}{\partial y} y^k \frac{\partial q}{\partial y} \\ y=0: \quad v &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \\ y \rightarrow \infty: \quad u &\rightarrow 0, \quad q \rightarrow 0, \quad 2\pi^k \int_0^\infty q(u + bE_x) y^k dy = J \end{aligned}$$

где значению  $k=1$  соответствует осесимметричное течение,  $k=0$  — плоское. Здесь интегральное условие является следствием закона сохранения зарядов и предположения 3),  $E_x$  —  $x$ -я компонента напряженности внешнего поля на оси струи. Дальнейшее упрощение задачи связано с подходящей аппроксимацией  $E_x$ . В качестве первого приближения выбираем степенной закон спада напряжения напряженности  $E_x = c/x^\beta$ . В том случае, когда ионизатор оканчивается коническим острием, задачу об определении  $c$ ,  $\beta$  можно свести к задаче об определении поля вблизи острия конуса. Расчеты показывают, что  $c$  пропорционально напряжению поля между электродами:  $c = c_1 U$ , где  $c_1$  — константа, зависящая от угла заострения конуса  $\theta_0$  и расстояния между электродами, а параметр  $\beta$  зависит только от угла заострения  $\theta_0$ . Причем эта зависимость такова [7]: с увеличением  $\theta_0$  от 0 до  $\pi$  параметр  $\beta$  уменьшается от 0,5 до 0.

Градиент давления  $-\partial p / \partial x$  не вошел в уравнение изменения импульсов вследствие постоянства давления в области струйного течения. Постоянство  $p$  вытекает из предельного уравнения изменения радиальной компоненты импульсов, имеющего вид  $\partial p / \partial y = 0$ , и неподвижности жидкости при  $y \rightarrow 0$ .

Основные закономерности течения жидкости можно выявить, используя метод интегральных соотношений. Именно вводя эффективную гидродинамическую толщину струи  $\delta = \delta(x)$  и эффективную толщину заряженной области (электрической струи)  $\delta_e = \delta_e(x)$ , заменяем граничные условия на бесконечности в (1.1) следующими:

$$y=\delta(x): u=0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0 \quad (1.2)$$

$$y=\delta_e(x): q=0, \quad \frac{\partial q}{\partial y}=0$$

Теперь, аппроксимируя продольную компоненту скорости  $u$  и плотность заряда  $q$  полиномами третьего порядка с учетом граничных условий (1.1) при  $y=0$  и условий (1.2), имеем

$$u=a(x) \left( 1-3 \frac{y^2}{\delta^2} + 2 \frac{y^3}{\delta^3} \right), \quad q=g(x) \left( 1-3 \frac{y^2}{\delta_e^2} + 2 \frac{y^3}{\delta_e^3} \right) \quad (1.3)$$

Для функций  $a(x)$ ,  $g(x)$ ;  $\delta(x)$ ,  $\delta_e(x)$  обычным приемом [8] получим следующую систему уравнений:

$$aa' = -12\nu \frac{a}{\delta^2} + \frac{cg}{\rho x^\beta}, \quad \left( a + \frac{bc}{x^\beta} \right) g' = -\frac{12D}{\delta_e^2} g \quad (1.4)$$

$$\frac{9}{7} (\delta^2 a^2)' = \frac{3c}{20\rho} \frac{g \delta_e^2}{x^\beta}, \quad g \delta_e^2 = \frac{10J}{3\pi} \frac{x^\beta}{ax^\beta + cb}$$

Отметим, что эти уравнения получены при условии  $\delta_e \ll \delta$ , выполнение которого будет показано ниже.

Из (1.4) находим закон изменения плотности заряда на оси струи и толщину заряженной области

$$g = \frac{5J}{18\pi D} \frac{1}{x}, \quad \delta_e = \sqrt{\frac{12Dx}{a+cbx^{-\beta}}} \quad (1.5)$$

Система (1.4) допускает аналитическое исследование в двух наиболее интересных предельных случаях. В первом случае миграционная скорость ионов значительно больше конвективной:  $a \ll bcx^{-\beta}$ . Это неравенство выполняется при достаточно большой подвижности ионов (как, например, в газах). Действительно, в этом случае конвективным членом в первом уравнении (1.4) можно пренебречь, что дает

$$a = 0,25 \left( \frac{cJ^2}{\rho^2 \nu b D} \right)^{1/3} x^{-\beta/3} \quad (1.6)$$

С учетом (1.6) последнее неравенство записывается в виде

$$0,25 \left( \frac{J^2}{\rho^2 c^2 \nu D} \right)^{1/3} x^{2\beta/3} \ll b^{1/3}$$

Принимая во внимание  $c \sim U$ ,  $J \sim bU$ , нетрудно видеть, что оно будет выполняться при достаточно больших подвижностях ионов на ограниченной длине струи. Гидродинамическая толщина  $\delta$  в этом случае выражается как

$$\delta = 7 \left( \frac{\rho \nu^2 D^2}{c^2 b J} \right)^{1/4} x^{\beta/3 + 1/2} \quad (1.7)$$

Сравнивая выражение для  $\delta_e$  из (1.5) и для  $\delta$  из (1.7), можно видеть, что условие  $\delta_e \ll \delta$  является следствием выполнения неравенства  $a \ll bcx^{-\beta}$ .

Обратим внимание на то, что при увеличении подвижности ионов скорость движения струи затухает, а ее толщина  $\delta_e$  растет. Поэтому в средах с высокой подвижностью ионов формирование ЭГД-струй не происходит.

Второй предельный случай, когда конвективная скорость движения ионов значительно больше миграционной

$$a \gg cbx^{-\beta} \quad (1.8)$$

связан с малой подвижностью ионов. Действительно, предполагая выпол-

нение (8), находим решение системы уравнений (1.4), (1.5) в виде

$$a = \frac{a_0}{x^{\beta/2}}, \quad a_0^2 = \frac{7\left(\beta + \sqrt{\beta^2 + \frac{480}{7} \frac{v}{D} (2-\beta)}\right)}{432\pi(2-\beta)} \frac{cJ}{\rho v} \quad (1.9)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{7cJ}{9\pi(2-\beta)\rho a_0^3}} x^{1/4(2+\beta)}, \quad \delta_e = \sqrt{\frac{12D}{a_0}} x^{1/4(2+\beta)}$$

Соотношения (1.9) показывают: в том случае, когда ток линеен по напряжению,  $a \sim b^{1/2}U$ , поэтому (1.8) выполняется при достаточно малой подвижности ионов и на конечных расстояниях от кромки ионизатора. В достаточно сильных полях (1.8) может выполняться за счет того, что ток возрастает с ростом напряженности поля быстрее, чем по линейному закону.

При выполнении (1.8) задача (1.1) допускает автомодельное решение. Действительно, производя следующую замену переменных, для определения  $f(\xi)$ ,  $h(\xi)$  получим задачу

$$u = \frac{va}{y} x^{1/4(2-\beta)} f'(\xi), \quad v = \frac{v}{y} \left( \frac{2+\beta}{4} \xi f'(\xi) - f(\xi) \right) \quad (1.10)$$

$$q = \frac{J}{2\pi v} \frac{h(\xi)}{x}, \quad \xi = ax x^{-1/4(2+\beta)}, \quad a = \left( \frac{cJ}{2\pi\rho v^3} \right)^{1/4}$$

$$\xi \left( \xi \left( \frac{f'}{\xi} \right)' \right)' + \frac{\beta}{2} (f')^2 + f f'' - \frac{f f'}{\xi} + \xi^2 h = 0 \quad (1.11)$$

$$(\xi h')' + P_d (h f)' = 0, \quad P_d = v/D$$

$$\xi \rightarrow 0: \quad \frac{f}{\xi} - \frac{2+\beta}{4} f' \rightarrow 0, \quad \frac{f''}{\xi} - \frac{f'}{\xi^2} \rightarrow 0, \quad h' \rightarrow 0$$

$$\xi \rightarrow \infty: \quad f' \rightarrow 0, \quad h \rightarrow 0; \quad \int_0^{\infty} f' h d\xi = 1$$

Сравнивая точное решение (1.10) с приближенным (1.9), можно сделать определенные выводы относительно функций  $f(\xi)$ ,  $h(\xi)$ . Так, при  $P_d \gg 1$  (что типично для жидкостей) в задаче (1.11) появляется малый параметр  $\epsilon = 1/P_d$ . Возникает вопрос о характере зависимости  $f, h$  от  $\epsilon$ . Рассматривая (1.9), можно видеть, что  $u \sim P_d^{1/4}$ ,  $q \sim P_d$ , поэтому решение задачи (1.11) при  $P_d \sim \epsilon^{-1}$  должно вести себя как  $f = \epsilon^{-1/4}$ ,  $h \sim \epsilon^{-1}$ . В частности, при  $\xi \rightarrow 0$  имеем  $f = \lambda \epsilon^{-1/4} \xi^2$ ,  $h \sim \epsilon^{-1} h_0$ . Учитывая эти замечания, нетрудно видеть, что из точного решения (1.10) вытекают степенные зависимости (1.5), (1.9).

По поводу аппроксимации  $E_x = cx^{-\beta}$  необходимо сделать следующее замечание. Покажем, что аппроксимация  $E_x = cx^{-\beta}$  имеет место только для значений  $\beta < 2$ . Действительно, интегрируя уравнение изменения импульсов (1.1) по плоскости  $x = \text{const}$  с учетом (1.10), имеем

$$(2-\beta) \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f'^2 \xi^{-1} d\xi = \int_0^{\infty} h \xi d\xi$$

Так как подынтегральные выражения в обоих интегралах положительны, это равенство будет иметь место только тогда, когда  $\beta < 2$ . На основании этого факта можно сделать вывод, что ЭГД-струя может формироваться лишь при наличии конического ионизатора. При точечном ионизаторе, когда  $\beta = 2$ , автомодельного решения вида (1.10) не существует.

Перейдем к обсуждению основных свойств решения (1.10). С точки зрения приложений наибольший интерес вызывают такие характеристики, как зависимость расхода  $Q$ , импульса  $I_0$  и эффективной толщины  $\delta$  струи от ее длины (координаты  $x$ ). Используя (1.10), получаем

$$Q = 2\pi \int_0^{\infty} uy \, dy = 2\pi v f(\infty) x \quad (1.12)$$

$$I_0 = 2\pi \rho \int_0^{\infty} u^2 y \, dy = A \rho v^2 a^2 x^{1-\beta/2}, \quad A = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{f'^2}{\xi} d\xi$$

$$\delta = \xi_0 a^{-1} x^{1/(2+\beta)}, \quad \xi_0 = \min_{\xi > 0} \left( \frac{f'(\xi)}{\xi} < \varepsilon \ll 1 \right)$$

Из (1.12) видно, что расход не зависит от прикладываемого напряжения. Это свойство определяется тем, что предположения, в условиях которых получено решение (1.10), наиболее оптимальны с точки зрения воздействия электрического поля на течение. Действительно, предположение (1.8) означает, что заряд «вморожен» в жидкость, поэтому средняя скорость струи  $u \sim J/\delta^2 q$ . Если же учесть дрейфовый ток, т. е. «проскальзывание» ионов относительно жидкости, то средняя скорость будет меньше:  $u \sim J/\delta^2 q - bE_x$ . Струи, в которых воздействие электрического поля на течение максимально, естественно назвать сильными электроконвективными струями. Таким образом, в сильных струях имеет место насыщение расхода по напряжению. То минимальное  $U_*$ , когда при  $U > U_*$   $Q = \text{const}$ , можно назвать напряжением насыщения по расходу. Обращает на себя внимание также рост расхода с увеличением вязкости. Этот факт объясняется тем, что с увеличением  $\nu$  площадь сечения струи растет быстрее, чем убывает скорость.

Так как ток  $J \sim U$ , то из (1.8) вытекает, что импульс  $I_0 \sim U^{1/2}$ . Отметим, что значение импульса  $I_0$  определяет давление, которое может развить струя, натекая на перегородку. Расчет такого давления является важной задачей теории дроссельных ЭГД-преобразователей [5]. Из (1.12) видно, что если ионизатором служит тонкий стержень ( $\theta_0 = 0$ ,  $\beta = 0,5$ ), то толщина струи растет приблизительно по линейному закону:  $\delta \approx x^{1/3}$ , что согласуется с экспериментальными наблюдениями.

Из (1.9), (1.10) следует, что на оси струи ( $y \rightarrow 0$ ) продольная скорость и плотность заряда в зависимости от ее длины изменяются по степенным законам  $u \sim x^{-\beta/2}$ ,  $q \sim x^{-1}$ . Отметим, что убывание скорости вдоль длины струи будет минимальным, если ионизатором служит тонкий стержень ( $\beta = 0,5$ ;  $u \sim x^{-1/2}$ ).

**2. Плоская струя.** Плоская струя описывается задачей (1.1) при  $k=0$ . Применяя аппроксимацию  $E_x = cx^{-\beta}$  и соотношения (1.2), (1.3), для данного случая получим

$$\rho a a' = -6\eta \frac{a}{\delta^2} + g \frac{c}{x^\beta}, \quad \left( a + \frac{bc}{x^\beta} \right) g' = -D \frac{6g}{\delta_e^2} \quad (2.1)$$

$$\frac{13}{35} \rho (a^2 \delta)' = \frac{c}{x^\beta} g \delta_e, \quad \left( a + \frac{cb}{x^\beta} \right) g \delta_e = J$$

При выполнении (1.8) задача (2.1) допускает решение в виде

$$a = a_0 x^{1/(1-2\beta)}, \quad \delta = \delta_0 x^{1/(2+\beta)}, \quad g = g_0 x^{1/2(\beta-3)}, \quad (2.2)$$

$$\delta_e = \frac{J}{a_0 g_0} x^{1/2(2+\beta)}, \quad g_0 = \frac{1}{c} \left( \alpha \rho a_0^2 + 6\eta \frac{a_0}{\delta_0^2} \right), \quad \alpha = \frac{1-2\beta}{5}$$

$$\frac{(3-\beta)}{30D} c^2 J^2 = a_0 \left( \alpha \rho a_0^2 + \frac{6\eta a_0^7}{g_1^2} \right)^2, \quad g_1 = \frac{14cJ}{13(1+3\alpha)\rho}, \quad \delta_0 = \frac{g_1}{a_0^3}$$

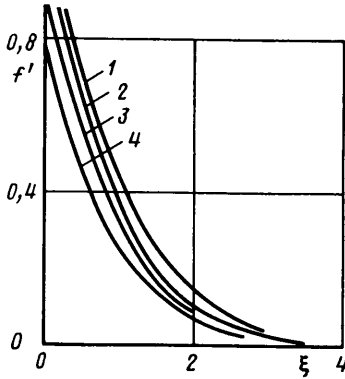
Отметим, что при выполнении (1.8), так же как и в осесимметричном случае, задача (1.1) при  $k=0$  допускает автомодельное решение

$$\begin{aligned} u &= 5v d_0^2 x^{1/5(1-2\beta)} f'(\xi), & q &= \frac{5v}{c} \rho d_0^4 x^{1/5(\beta-3)} h(\xi) \\ v &= v d_0 x^{-1/5(\beta+2)} [(\beta+2)\xi f'(\xi) - (3-\beta)f(\xi)] \\ \xi &= d_0 y x^{-1/5(2+\beta)}, & d_0 &= \left( \frac{cJ}{25\rho v^3} \right)^{1/5} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$f''' + h = (1-2\beta)(f')^2 + (\beta-3)ff'', \quad h' = P_d(\beta-3)(fh)'$$

$$\xi=0: \quad f=f''=h'=0; \quad \xi \rightarrow \infty: \quad h, f' \rightarrow 0; \quad \int_0^{\infty} f' h d\xi = \frac{1}{2}$$

Так же как и в осесимметричном случае,  $c \sim U$ , а параметр  $\beta$  зависит только от



Фиг. 2

угла заострения клина. Например, в случае электродов лезвие — плоскость  $c = \sqrt{2}U/\pi H^{1/2}$ ,  $\beta=0,5$ , где  $H$  — расстояние между электродами.

Используя (15), нетрудно получить

$$\begin{aligned} Q &= \int_{-\infty}^{\infty} u dy = 10v^2 d_0 f(\infty) x^{1/5(3-\beta)}, & \delta &= \xi_0 d_0^{-1} x^{1/5(\beta+2)} \\ I_0 &= A \rho v^2 d_0^3 x^{(4-3\beta)/5}, & A &= 50 \int_0^{\infty} (f')^2 d\xi \end{aligned}$$

Отсюда видно, что в отличие от осесимметричного случая насыщения по напряжению не происходит, а при  $0 < \beta < 0,5$  скорость струи может возрастать с ее длиной.

Анализируя приближенное решение (2.2), нетрудно видеть, что продольная скорость струи слабо зависит от  $P_d$  ( $a_0 \sim P_d^{1/15}$  при  $\beta=0,5$ ). Поэтому в первом приближении можно считать, что в случае  $P_d \gg 1$   $f(\xi) = \lambda \xi$  при  $\xi \rightarrow 0$ , где  $\lambda$  не зависит от  $P_d$ . Учитывая это замечание, можно получить следующую задачу для  $f(\xi)$  в случае  $P_d \gg 1$ :

$$\begin{aligned} f''' + (3-\beta)ff'' - (1-2\beta)(f')^2 &= 0 \\ f''' + (3-\beta)ff'' - (1-2\beta)(f')^2 &= 0 \end{aligned}$$

Плотность зарядов при этом определяется как

$$q = \frac{5\rho v^{5/2} d_0^4}{cD^{1/2}} \sqrt{\frac{3-\beta}{2\pi\lambda}} \exp\left(-\frac{3-\beta}{2} \lambda P_d \xi^2\right) x^{1/5(\beta-3)}$$

Расчеты показывают, что при  $\beta=0,5$   $\lambda=0,77$ . Графики зависимостей  $f'(\xi)$  представлены на фиг. 2. (Здесь кривая 1 соответствует  $P_d=2$ , кривые 3-4 —  $P_d=\infty$ , при этом для кривых 1, 3  $\beta=1$ , а 2-4 —  $\beta=0,5$ .)

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ушаков В. В. Диффузионное приближение уравнения неразрывности тока в электрогидродинамике.— В кн.: Гидроаэромеханика, Вып. 3. Харьков, 1966, с. 9—17.
2. Ватажин А. Б., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шулгин В. И. Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983. 344 с.
3. Янговский Е. И., Апфельбаум М. С. О насосном действии тонкого высоковольтного электрода в слабопроводящей диэлектрической жидкости.— Журн. техн. физики, 1980, т. 50, № 7, с. 1511—1520.
4. Жакин А. И. Редокс-системы в электрогидродинамике и расчет электроконвективных течений.— Магнитная гидродинамика, 1982, № 2, с. 70—78.
5. Нагорный В. С., Краснослободцев В. Я. Исследование режимов течений дроссельных ЭГД-преобразователей с непосредственным преобразованием рода энергии сигналов.— Магнитная гидродинамика, 1982, № 2, с. 126—132.
6. Стишков Ю. К., Остапенко А. А. Зависимость интенсивности и КПД электрогидродинамических течений от низковольтной проводимости жидкости.— Магнитная гидродинамика, 1979, № 1, с. 74—79.
7. Ланбау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
8. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя, М.: Наука, 1974. 711 с.

Харьков

Поступила в редакцию  
28.VII.1982