

УДК 532.529

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ВЗВЕШЕННОГО СЛОЯ

ГУПАЛО Ю. П., РЯЗАНЦЕВ Ю. С., СЕРГЕЕВ Ю. А.

В рамках простейшей одномерной модели однородного взвешенного слоя как среды, состоящей из двух взаимопроникающих взаимодействующих жидкостей, показана возможность возникновения липейных термомеханических колебаний при зависимости вязкости газа от температуры в случае протекания во взвешенном слое неизотермической химической реакции. Определены условия возникновения колебаний, частоты и получена их зависимость от параметров псевдооживления, скорости теплоотвода (теплоподвода), скорости и теплоты реакции и величин, характеризующих зависимости вязкости газа от температуры и силы межфазного взаимодействия от концентрации твердых частиц.

Полученные результаты могут быть непосредственно применены к низким слоям, высоты которых меньше характерных размеров области интенсивного роста пузырей [1]. В низких слоях размеры появляющихся пузырей малы (иногда пузыри даже не могут быть идентифицированы) и слой можно рассматривать как квазиоднородный. Низкие слои часто используются в секционированных аппаратах со взвешенным слоем. Полученные результаты указывают на возможность искусственного возбуждения или подавления колебаний слоя, например при помощи регулирования скорости теплоотвода (теплоподвода); в ряде случаев колебания увеличивают скорость процессов переноса в слое и, следовательно, повышают наблюдаемую скорость химического превращения. Полученные результаты могут также служить для качественного описания термомеханических колебаний неоднородного взвешенного слоя, например, в случае, когда всплывающие пузыри малы.

Впервые термомеханическая устойчивость фильтрации жидкости через стационарный зернистый слой исследовалась в работах [2-4], где показано существование колебательных режимов, возникающих при протекании экзотермической реакции.

Рассмотрим одномерное движение газа и твердых частиц в однородном взвешенном слое. Будем предполагать, что вязкость μ и плотность d_1 газа зависят только от температуры T . Числа Рейнольдса обтекания частиц дисперсной фазы предполагаются малыми. Плотность материала твердых частиц d_2 считается существенно превышающей плотность газа d_1 . На поверхности твердых частиц протекает неизотермическая химическая реакция, которую можно рассматривать как эффективную объемную реакцию первого порядка. Температуры газа и твердых частиц считаются равными, что справедливо в большинстве практических случаев, в частности при псевдооживлении мелких частиц (см., например, [5]).

Рассмотрим сначала модель идеального смешения по теплу и веществу в объеме слоя. В указанных предположениях уравнения сохранения импульсов и массы газа и твердых частиц, концентрации реагента и энергии имеют вид

$$\begin{aligned} \mu(T) \Phi(\varepsilon) (u-v) + \varepsilon P &= 0 \quad \left(P = \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ d_2 \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= -\rho P - d_2 \rho g + \mu(T) \Phi(\varepsilon) (u-v) \\ \frac{\partial (d_1 \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (d_1 \varepsilon u)}{\partial x} &= 0; \quad d_1 = \frac{B}{T} \quad \left(B = \frac{p_a}{R} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial x} = 0; \quad \rho + \varepsilon = 1; \quad \int_0^l \rho dx = \frac{W}{d_2 A \theta}$$

$$\frac{d}{dt} \int_0^l \varepsilon c dx = \varepsilon(t, 0) u(t, 0) - c \varepsilon(t, l) \left[u(t, l) - \frac{dl}{dt} \right] - K^* c f(T)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_0^l C_2 d_2 \rho T dx &= C_1 d_1(t, 0) \varepsilon(t, 0) u(t, 0) T_0 - \\ &- C_1 d_1(t, l) \varepsilon(t, l) u(t, l) T \left[u(t, l) - \frac{dl}{dt} \right] + \alpha' S l (T_w - T) + h K^* c f(T) \end{aligned} \quad (2)$$

$$K^* = \int_0^l \frac{K \rho}{\theta} dx = \frac{K W}{d_2 A \theta^2}; \quad \alpha' = \frac{\alpha}{A}$$

Здесь ε — пористость слоя, ρ — концентрация твердых частиц, u — средняя скорость газа в промежутках между частицами, v — средняя скорость твердых частиц, p — давление газа, c — концентрация реагента (на входе в слой концентрация реагента полагается равной единице), x — вертикальная координата ($x=0$ соответствует нижней границе слоя), $l(t)$ — высота слоя, t — время, p_a — внешнее давление, R — универсальная газовая постоянная, g — ускорение силы тяжести, A — поперечное сечение слоя, θ — объем частицы дисперсной фазы, W — насыпной вес частицы в слое, w — вес одной частицы дисперсной фазы, C_1, C_2 — теплоемкости единицы массы газа и твердых частиц соответственно, α — коэффициент внешнего теплообмена, S — периметр поперечного сечения слоя, T_0 — температура газа на входе слоя, T_w — температура поверхности теплообмена, K, h — константа скорости и теплота эффективной объемной реакции соответственно, $f(T)$ — функция, определяемая конкретным механизмом протекания реакции. Для реакций аррениусовского типа $f(T) = \exp(-E/RT)$, где E — эффективная энергия активации объемной реакции.

Концентрация c° и температура T° стационарного состояния (скорость частиц равна нулю) определяются из решения системы трансцендентных уравнений

$$1 - c^\circ = \frac{K^* A B c^\circ f(T^\circ)}{Q T^\circ}$$

$$C_1 Q (T_0 - T^\circ) + \alpha' S l^\circ (T_w - T^\circ) + h K^* c^\circ f(T^\circ) = 0 \quad (3)$$

Здесь верхний индекс ноль относится к стационарному состоянию слоя; $Q = d_1^\circ \varepsilon^\circ u^\circ$ — заданный массовый расход газа на входе в слой.

Исследование решений системы (3) производится обычными методами (см., например, [2–4]), и приводит к заключению о существовании трех стационарных режимов протекания экзотермической реакции и единственного стационарного режима эндотермической реакции. Давление и скорость газа, пористость и высота слоя в стационарном состоянии находятся из уравнений

$$\begin{aligned} \mu(T^\circ) \Phi(\varepsilon^\circ) u^\circ &= d_2 \varepsilon^\circ (1 - \varepsilon^\circ) g, \quad B \varepsilon^\circ u^\circ = Q T^\circ \\ \rho^\circ l^\circ &= W / (d_2 A \theta), \quad P^\circ = -d_2 \rho^\circ g \end{aligned} \quad (4)$$

Будем исследовать распространение малых возмущений в слое. Предположим, что в начальный момент времени заданы возмущения темпера-

туры, концентрации реагента, концентрации и скорости твердых частиц, т. е.

$$t=0, \quad T=T_i, \quad c=c_i, \quad \rho=\rho_i(x), \quad v=v_i(x) \quad (5)$$

На входе в слой будем считать, что средняя скорость твердых частиц равна нулю, и полагать заданным массовый расход жидкости:

$$x=0, \quad v=0, \quad d_1 \varepsilon u = Q$$

Условия на верхней границе слоя несущественны в связи с быстрым затуханием отраженных от нее волн [6].

В окрестности стационарного состояния представим входящие в (1)–(2) функции в безразмерном виде

$$X = X^\circ (1 + X') \quad (X = \rho, \varepsilon, l, u, v, P, d_1, c, T)$$

Предполагая $X' \ll 1$, выбирая в качестве масштабов длины и времени величины l° и l°/u° соответственно, учитывая соотношения (3), описывающие стационарное состояние, и опуская далее штрихи, получим линеаризованные уравнения для возмущений в безразмерной форме

$$u - v + \varphi_0 \varepsilon + M_0 T = P$$

$$\frac{\partial(\varepsilon - T)}{\partial t} + \frac{\partial(u + \varepsilon)}{\partial x} = 0; \quad -E_0 \frac{\partial v}{\partial t} = \rho + P \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \quad l + \int_0^1 \rho dx = 0; \quad \varepsilon^\circ \varepsilon = -\rho^\circ \rho$$

$$\frac{dc}{dt} = -[c + u(t, 1) + \varepsilon(t, 1)] + \frac{\rho^\circ}{l^\circ} \frac{dl}{dt} - \lambda(c + \beta T) \quad (7)$$

$$\frac{dT}{dt} = -\gamma(l + T) + \kappa(c + \beta T)$$

$$\varphi_0 = \frac{\varepsilon^\circ}{\Phi_0} \frac{d\Phi_0}{d\varepsilon^\circ} - \frac{1}{\rho^\circ}, \quad M_0 = \frac{T^\circ}{\mu_0} \frac{d\mu_0}{dT^\circ}, \quad \beta = \frac{T^\circ}{f_0} \frac{df_0}{dT^\circ}$$

$$(\Phi_0 = \Phi(\varepsilon^\circ), \mu_0 = \mu(T^\circ), f_0 = f(T^\circ)), \quad \lambda = \frac{K^* f_0}{u^\circ \varepsilon^\circ} \quad (8)$$

$$E_0 = \frac{u^{\circ 2}}{l^\circ g}, \quad \gamma = \frac{\alpha' S l^\circ}{C_2 d_2 \rho^\circ u^\circ}$$

$$T_0' = \frac{\alpha' l^\circ S T_w + C_1 d_1^\circ Q T_0'}{\alpha' l^\circ S + C_1 d_1^\circ Q}, \quad \kappa = \gamma \frac{T^\circ - T_0'}{T^\circ}$$

Здесь в уравнении сохранения энергии учтено, что $C_1 d_1^\circ \varepsilon^\circ \ll C_2 d_2 \rho^\circ$. Для функций $\Phi(\varepsilon)$ и $\mu(T)$ обычно справедливы соотношения

$$\Phi(\varepsilon) = \frac{9}{2} a_p^{-2} \varepsilon^{-1/4}, \quad \mu(T) = \mu(T^\circ) \frac{T^\circ + C}{T + C} \left(\frac{T}{T^\circ} \right)^{3/2}$$

где a_p — диаметр частиц дисперсной фазы, C — постоянная Сазерленда (для большинства реальных газов $C = O(10^2)$).

Рассмотрим колебания слоя в предположении, что длина волны возмущения существенно превышает высоту слоя, т. е. в каждый момент времени концентрация дисперсной фазы постоянна по всему объему слоя ($\rho = \rho(t)$, $\varepsilon = \varepsilon(t)$). Как следует из работы [6], влияние верхней границы несущественно, поэтому длина волны возмущения может быть произволь-

ной (согласно результатам работы [6], волны, отраженные от верхней границы слоя, быстро затухают, а достаточно узкая область вблизи верхней границы не оказывает влияния на волны умеренной амплитуды внутри слоя). Тогда из уравнений (6) с учетом предположения об идеальном смещении по теплу следует:

$$\begin{aligned} u &= U(t)x + u_0(t), & v &= V(t)x, & P &= P(t) \\ V(t) &= l' & (l' &\equiv d/dt) \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $u_0(t)$ — возмущение скорости газа на входе в слой.

Учтем далее, что в реальных псевдооживленных системах величина параметра E_0 мала (как правило, $E_0 = O(10^{-3})$), а ускорение движения фаз слоя существенно меньше g . В этом случае член в уравнении (6), содержащий параметр E_0 , может быть опущен (отметим, что опущенный член определяет медленный линейный рост возмущений со скоростью E_0 [6]). Тогда из (6) следует, что $\rho + P = 0$, и с учетом (9) уравнения (6) приводятся к виду

$$\begin{aligned} U - V &= 0, & u_0 + \varphi_0 \varepsilon + M_0 T &= 0, & \varepsilon' - T' + U &= 0 \\ \rho' + V &= 0, & V &= l' & (\varepsilon^\circ \varepsilon &= -\rho^\circ \rho) \end{aligned} \quad (10)$$

Преобразование по Лапласу уравнений (10) с учетом начальных условий (5) и решение полученной системы алгебраических уравнений позволяют выразить лапласовские образы возмущений параметров $\rho(\varepsilon)$, U , V , u_0 через образ T^* возмущения температуры слоя в виде (σ — лапласовская переменная)

$$\begin{aligned} \rho^* &= \frac{\rho_i + \varepsilon^\circ T_i}{\sigma} - \varepsilon^\circ T^*, & U^* &= V^* = -\varepsilon^\circ T_i + \varepsilon^\circ \sigma T^* \\ u_0^* &= \frac{\varphi_0 (\rho^\circ T_i - \varepsilon_i)}{\sigma} - (\varphi_0 \rho^\circ + M_0) T^* \end{aligned} \quad (11)$$

Преобразуя по Лапласу уравнения (7), выражая образы возмущений всех переменных через образ возмущения температуры T^* согласно (11) и решая полученную систему уравнений относительно T^* , найдем

$$\begin{aligned} T^* &= \frac{Y(\sigma)}{\sigma D(\sigma)}, & D(\sigma) &= \sigma^2 + \alpha_1 \sigma + \alpha_0 \\ \alpha_1 &= \gamma(1 + \varepsilon^\circ) + \lambda + 1 + \kappa(2\varepsilon^\circ - 1 - \beta) \\ \alpha_0 &= \gamma(\lambda + 1)(1 + \varepsilon^\circ) + \kappa[\rho^\circ(1 - \varphi_0) - M_0 - \beta] \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь $Y(\sigma)$ — функция, все особенности которой — нули. Выражение для $Y(\sigma)$ громоздко и здесь опущено.

Колебательные движения фаз слоя реализуются в том случае, если функция $D(\sigma)$ имеет два нуля, лежащих на мнимой оси. Тогда условия возникновения малых колебаний слоя имеют вид

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 > 0 \quad (13)$$

Отсюда следует, что при небольших энергиях активации реакции (значениях параметра β) колебания возможны только при достаточно интенсивном внешнем теплообмене и высоких скоростях реакции. С увеличением энергии активации колебания становятся возможными даже в адиабатических условиях и при достаточно медленной химической реакции. Возможность возникновения колебаний возрастает с увеличением теплоты реакции и усилением зависимости вязкости газа от температуры.

Безразмерная частота колебаний определяется соотношением

$$\omega = \{\gamma(\lambda + 1)(1 + \varepsilon^\circ) + \kappa[\rho^\circ(1 - \varphi_0) - M_0 - \beta]\}^{1/2} \quad (14)$$

Отсюда видно, что частота колебаний возрастает с увеличением интенсивности внешнего теплообмена, скорости и теплоты реакции и убывает с ростом энергии активации реакции.

Приведем пример. Рассмотрим псевдоожигение газом частиц плотностью $d_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ в цилиндрическом аппарате, диаметр поперечного сечения которого равен 0,1 м. Теплоемкость частиц примем равной $5,1 \cdot 10^2 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$. Пусть стационарная высота слоя $l^0 = 1 \text{ м}$. Концентрацию твердых частиц и скорость псевдоожигения примем равными $\rho^0 = 0,5$, $u^0 = 0,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Будем считать, что коэффициент внешнего теплообмена $\alpha = 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$ (многочисленные экспериментальные данные показывают, что для большинства реальных слоев $\alpha = 200\text{--}1000 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$).

Пусть теплота реакции такова, что температура стационарного состояния $T^0 = 600 \text{ К}$, эффективная входная температура $T_0' = 400 \text{ К}$. Принимая постоянную Сазерленда $C = 100^\circ$, для M_0 согласно (8) получим $M_0 = 0,64$. Константу скорости реакции примем такой, что $\lambda = 1$. При пористости стационарного состояния $\varepsilon^0 = 1 - \rho^0 = 0,5$ получим значения $\varphi_0 = -5,77$; $\beta = 6,2$; $\gamma = 0,79$. Тогда для безразмерной частоты колебаний найдем $\omega = 0,75$. При указанных значениях скорости псевдоожигения и высоты размерный период колебаний слоя составляет 0,83 с.

Аналогичным образом могут быть исследованы и малые колебания слоя в предположении полного смешения по теплу и идеального вытеснения по веществу. Уравнения сохранения вещества и энергии принимают в этом случае вид

$$\frac{\partial(\varepsilon c)}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u c)}{\partial x} = -\frac{k_0 \rho}{\theta} c f(T) \quad (15)$$

$$C_2 d_2 l \frac{dT}{dt} = C_1 B \left[\varepsilon(t, 0) u(t, 0) - \varepsilon(t, l) u(t, l) + \varepsilon(t, l) \frac{dl}{dt} \right] +$$

$$+ \alpha' S l (T_w - T) + \int_0^l \frac{h k_0 \rho}{\theta} c f(T) dx$$

Здесь k_0 — эффективная константа скорости объемной реакции в пересчете на одну частицу. Уравнения движения фаз (1) остаются неизменными.

Исследование распространения малых возмущений в слое аналогично выполненному для случая идеального вытеснения по веществу в плотном слое в работах [2—4]. Решение уравнений (1), (15) в стационарном случае позволяет определить величины u^0 , ε^0 , T^0 и распределение концентрации $c^0(x)$; для стационарной концентрации реагента имеем

$$c^0 = \exp \left[-\frac{k_0 \rho^0}{\varepsilon^0 u^0 \theta} f(T^0) x \right]$$

Возмущенные концентрацию реагента и температуру запишем в виде $c = c^0 + c'$ и $T = T^0 (1 + T')$ соответственно. Уравнения для возмущений концентрации c' и температуры T' в безразмерных переменных имеют следующий вид (штрихи далее опущены):

$$\frac{\partial}{\partial t} (c^0 \varepsilon + c) + \frac{\partial}{\partial x} (c^0 \varepsilon + c^0 u + c) = -\lambda \left(c + c^0 \beta T - \frac{\varepsilon^0 c^0 \varepsilon}{\rho^0} \right)$$

$$\frac{dT}{dt} = -\gamma (T + l) + \kappa \left\{ \int_0^1 c dx + e^{-\lambda l} + \rho + \beta T \right\}$$

$$\kappa = \frac{h k_0 f(T^0) l^0}{\theta C_2 d_2 u^0 T^0}, \quad \lambda = \frac{k_0 \rho^0 l^0 f(T^0)}{\varepsilon^0 u^0 \theta} \quad (16)$$

Находя лапласовские образы этих уравнений по времени, интегрируя уравнение для лапласовского образа возмущения концентрации по пере-

менной x с учетом того, что возмущение температуры не зависит от x , найдем из системы уравнений (16) величину интеграла

$$J = \int_0^1 c^* dx$$

в виде функции от возмущений температуры, пористости и скорости газа.

Повторяя далее процедуру, приведенную для случая идеального перемешивания по веществу, найдем функцию $D(\sigma)$ в виде

$$D = e^{-\sigma} (a_1 \sigma + a_0) + \sum_{i=0}^{\infty} b_i \sigma^i$$

$$a_0 = \kappa \lambda^2 e^{-\lambda} (\beta + \varphi_0 \rho^0 + M_0 - 1 - \varepsilon^0), \quad a_1 = \kappa \lambda e^{-\lambda} (1 - 2\varepsilon^0)$$

$$b_0 = -a_0, \quad b_1 = \lambda^2 \gamma (1 + \varepsilon^0) - \kappa \lambda (\varphi_0 \rho^0 + M_0 + 1 + \varepsilon^0) + \kappa \lambda e^{-\lambda} (\beta + \varphi_0 \rho^0 + M_0 + 3\varepsilon^0 - \lambda \varepsilon^0 - 2)$$

$$b_2 = \lambda^2 + \lambda [\gamma (1 + \varepsilon^0) + \kappa (\varepsilon^0 - \beta)] + \kappa \varepsilon^0 \lambda e^{-\lambda} (1 - \lambda)$$

$$b_3 = \lambda$$
(17)

Аналогично [2-4] можно показать, что при определенных значениях параметров существуют колебательные режимы, соответствующие чисто мнимым решениям уравнения $D(\sigma) = 0$. Наиболее простыми условия возникновения колебательного движения фаз и выражения для частот колебаний получаются при больших значениях λ , т. е. в случае высоких скоростей эффективной объемной реакции. В этом случае члены уравнения $D(\sigma) = 0$, содержащие множитель $e^{-\lambda}$, могут быть опущены и условия возникновения колебаний следуют из (17) в виде

$$\lambda \gamma (1 + \varepsilon^0) - \kappa (\varphi_0 \rho^0 + M_0 + 1 + \varepsilon^0) > 0$$

$$\kappa \beta = \lambda + \gamma (1 + \varepsilon^0) + \kappa \varepsilon^0$$
(18)

Для безразмерной частоты колебаний из (17) имеем

$$\omega = \{ \lambda \gamma (1 + \varepsilon^0) - \kappa (\varphi_0 \rho^0 + M_0 + 1 + \varepsilon^0) \}^{1/2}$$
(19)

Отметим сходство условий (13) и (18) и выражений (14) и (19) для частот колебаний. Все качественные выводы, сделанные для случая идеального смешения по веществу, сохраняются и для условий идеального вытеснения по веществу и полного перемешивания по теплу.

В заключение подчеркнем, что результаты исследования колебаний слоя при помощи одномерной модели применимы лишь к слабокипящим слоям, когда всплывающие пузыри малы и слой квазиоднороден.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ойгенблик А. А., Железнов А. С., Сливко М. Г., Баранников В. И. Исследование параметров фазы пузырей в развитом кипящем слое. — Докл. АН СССР, 1978, т. 238, № 3, с. 653-656.
2. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. О термомеханической неустойчивости стационарного режима работы проточного химического реактора с неподвижным слоем катализатора. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 2, с. 64-70.
3. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. О режимах работы химического реактора идеального вытеснения с интегральным учетом тепловыделения. — ПМТФ, 1969, № 1, с. 82-89.
4. Бородуля В. А., Гупало Ю. П. Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. — Минск: Наука и техника, 1976. 208 с.
5. Vukur D. B., Amundson N. R. Modelling of fluidized bed reactors — 2. Uniform catalyst temperature and concentration. — Chem. Engng Sci., 1975, v. 30, № 8, p. 847-858.
6. Голо В. Л., Мясников В. П. Дисперсионные явления в кипящем слое. — ПММ, 1975, т. 39, вып. 4, с. 747-751.

Москва

Поступила в редакцию
24.X.1983