

УДК 532.526.4

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПОДВИЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА

ЗУБАРЕВ В. М.

Рассмотрена задача о плоском турбулентном пограничном слое на подвижной поверхности цилиндрического тела (овала Ренкина с относительным удлинением 4), движущегося с постоянной скоростью в несжимаемой жидкости.

При численном моделировании турбулентного течения жидкости пограничный слой разбивается в соответствии с двухслойной моделью на внешнюю и внутреннюю области, для которых используются разные выражения для коэффициентов турбулентного переноса.

Проведено исследование развития пограничного слоя на теле в зависимости от скорости движения поверхности тела и разных чисел Рейнольдса. Численным расчетом определены следующие интегральные характеристики: работа силы трения при перемещении тела, работа, затраченная на движение его поверхности, а для отрывного режима течения — работа силы давления. В этом случае предполагается, что реализуется следующая модель отрывного течения: за особой точкой решения уравнений пограничного слоя, указывающей на появление области возвратного течения, давление и напряжение трения на стенке постоянны и определяются их значениями в особой точке.

Исследования безградиентного плоского и осесимметричного течений в турбулентном пограничном слое на подвижной поверхности плоской пластины или при продольном обтекании круглого цилиндра проводились разными авторами экспериментальными и приближенными аналитическими методами [1–6]. Конечно-разностные методы расчета турбулентного пограничного слоя на подвижной поверхности при наличии продольного градиента давления были использованы в [7–9]. В предположении о монотонности профиля скорости в работе [7] применялась двухслойная модель турбулентной вязкости Себеси — Смита — Мосинскиса с учетом перемежаемости во внешней части слоя. Несколько примеров расчета течений вязкой несжимаемой жидкости с использованием модифицированной формулы Клаузера для определения коэффициента вихревой вязкости во внешней части пограничного слоя содержится в работах [8, 9], где получено удовлетворительное согласование с опытными данными.

В данной работе проведено сравнение интегральных динамических характеристик турбулентного пограничного слоя в несжимаемой жидкости (коэффициентов сил сопротивления, работы, совершаемой над жидкостью подвижной стенкой) с теми же характеристиками, полученными при ламинарном режиме течения, на подвижной поверхности плоской пластины [10] и крыла бесконечного размаха, контуром которого является овал Ренкина [11].

Рассматривается двумерный турбулентный пограничный слой несжимаемой жидкости на подвижной поверхности цилиндрического тела (овала Ренкина), контур которого удовлетворяет уравнению [12]

$$\psi = U_{\infty} y_1 - M \operatorname{arctg} [2a_1 y_1 / (x_1^2 + y_1^2 - a_1^2)] = 0, \quad y_1 \neq 0$$

$$w = \varphi + i\psi = U_{\infty} z_1 - M \ln(z_1 - a_1) + M \ln(z_1 + a_1)$$

$$z_1 = x_1 + iy_1, \quad M = Q / (2\pi)$$

Здесь ψ — функция тока комплексного потенциала w комбинации источника и стока равной мощности Q , расположенных на одинаковом расстоянии a_1 от начала координат на вещественной оси x_1 ($y_1 = 0$), и равномерного поступательного потока со скоростью U_{∞} .

Предполагается, что от передней критической точки до задней критической точки внешнего идеального течения подвижная поверхность цилиндра имеет постоянную скорость стенки, направленную вниз по потоку. Используется система осредненных уравнений квазистационарного турбулентного движения с граничными условиями в безразмерной форме

$$\begin{aligned}
 v_* &= \varphi_0 - \varphi_1 \int_0^\eta F d\eta - \varphi_2 \int_0^\eta \frac{\partial F}{\partial s} d\eta \\
 \varphi_2 F \frac{\partial F}{\partial s} + v_* \frac{\partial F}{\partial \eta} &= \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(1 + \varepsilon_1) \frac{\partial F}{\partial \eta} \right] + \varphi_3 (1 - F^2) \\
 \eta = 0, \quad F &= u_w / u_e; \quad \eta \rightarrow \infty, \quad F \rightarrow 1; \quad s = s_0, \quad F = F_0(\eta) \\
 \eta = 0, \quad v_* &= 0 \\
 s = \frac{x}{L}, \quad y &= \frac{Y}{L} \sqrt{\text{Re}}, \quad \eta = \frac{y}{\delta_e}, \quad \delta_e = \frac{\sqrt{2\xi}}{u_e}, \quad \xi = \int_0^s u_e ds \\
 u = \frac{U}{U_\infty}, \quad u_w &= \frac{U_w}{U_\infty}, \quad u_e = \frac{U_e}{U_\infty}, \quad v = \frac{V}{U_\infty} \sqrt{\text{Re}}, \quad F = \frac{u}{u_e} \\
 v_* &= v \delta_e + \varphi_2 F \frac{\partial \eta}{\partial s} \quad \varepsilon_1 \frac{\partial u}{\partial y} = -\langle u'v' \rangle, \quad \varepsilon_1 = \frac{\nu_t}{\nu} \\
 \varphi_0 &= v_w \delta_e, \quad \varphi_1 = \delta_e \frac{d(\delta_e u_e)}{ds}, \quad \varphi_2 = u_e \delta_e^2, \quad \varphi_3 = \frac{du_e}{ds} \delta_e^2, \quad \text{Re} = \frac{U_\infty L}{\nu}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь x и Y — координаты, а U и V — соответственно составляющие вектора скорости вдоль и по нормали к поверхности тела, координата x отсчитывается от передней критической точки; Re — число Рейнольдса, вычисленное по параметрам набегающего потока и линейному размеру тела; ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости; L — характерная длина овала; ν_t — кинематический коэффициент турбулентной вязкости; штрихом отмечены пульсационные, угловыми скобками — осредненные по времени составляющие параметров; индекс ∞ соответствует набегающему потоку, e — внешней границе пограничного слоя, w — поверхности тела.

Распределение скорости u_e на внешней границе пограничного слоя для овала Ренкина с относительным удлинением 4 найдено из решения соответствующей задачи невязкого обтекания.

В начальном сечении s_0 задается профиль скорости $F_0(\eta)$ аналогично тому, как это сделано в работе [11].

Интегрирование системы (1) прекращалось с появлением особой точки решения уравнений пограничного слоя, в которой одновременно обращаются в нуль трение и продольная составляющая вектора скорости (согласно критерию Мура — Ротта — Сирса) [13]: $\partial u / \partial \eta = 0$, $u = 0$.

Набегающий поток характеризуется большими числами Рейнольдса ($\text{Re} \approx 10^6 - 10^8$), и ламинарный режим течения переходит в турбулентный вблизи передней критической точки, поэтому течение в пограничном слое рассматривается полностью турбулентным.

Турбулентный пограничный слой, согласно двухслойной модели турбулентности, предполагается состоящим из внутренней и внешней областей. Во внутренней области коэффициент турбулентной вязкости находится по теории длины пути смешения Прандтля с демпфирующим множителем Ван Дрифта [14]

$$\nu_t = l^2 \left| \partial U / \partial Y \right|, \quad l = k_1 Y [1 - \exp(-Y/A)]$$

$$k_1=0,41; \quad A=26\nu/U_*, \quad U_*=|\tau_*/\rho|^{1/2} \quad (2)$$

$$\tau_*=\tau_w+(dp/dx)Y, \quad \tau_w=(\mu\partial U/\partial Y)_w, \quad \mu=\nu\rho$$

Здесь A — демпфирующий множитель Ван Дрифта, модифицированный в [15] для течений с продольным градиентом давления; τ_* — локальное напряжение трения (выражение для τ_* справедливо непосредственно вблизи стенки); U_* — динамическая скорость вблизи стенки; μ — динамический коэффициент вязкости жидкости; ρ — плотность; p — давление.

Отметим, что в данной модели турбулентной вязкости динамическая скорость повсюду в пограничном слое предполагается функцией абсолютной величины трения.

Во внешней области коэффициент турбулентного переноса определяется соотношением [8, 9]

$$\nu_t=k_2U_*^\circ\delta, \quad k_2=0,0875; \quad U_*^\circ=|\tau^\circ/\rho|^{1/2} \quad (3)$$

$$\tau^\circ = \int_0^\delta \frac{\tau dY}{\delta}, \quad \tau = \rho(\nu + \nu_t) \frac{\partial U}{\partial Y}$$

Здесь τ° — среднее напряжение трения; U_*° — средняя динамическая скорость; δ — толщина пограничного слоя, определенная как расстояние от стенки, на котором $U/U_c=0,995$. Выражение (3) для турбулентной вязкости во внешней части пограничного слоя было определено в [16] на основе предположения о том, что характерной величиной трения является величина, осредненная по толщине слоя, поскольку турбулентность во внешней области не зависит от течения во внутренней области. Результаты расчетов на основе такой модели достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными [8, 9], что позволяет использовать закон турбулентной вязкости (2)–(3) для моделирования турбулентных течений со знакопеременным градиентом давления на подвижной поверхности.

Точка сопряжения между двумя областями турбулентного пограничного слоя получается из условия непрерывности вихревой вязкости, заданной двумя различными формулами.

Решение системы (1) производилось численно конечно-разностным методом с применением неявной двухшаговой схемы, обладающей хорошими стабилизирующими свойствами [17].

При расчетах использовалась неравномерная сетка по направлению η с числом узлов в сечении ~ 100 . Шаг сетки изменялся по закону геометрической прогрессии

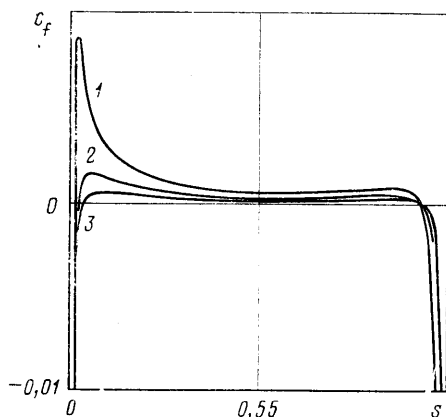
$$h_j = Kh_{j-1}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad K=1,15; \quad h_0=0,005$$

Ниже представлены некоторые результаты исследования, полученные для следующих значений параметров: $M/(U_\infty L)=0,0479$; $a_1/L=0,454$; $L_m/L=0,25$ (L_m — размер мидела тела); $0 \leq u_w \leq 2$; $4,98 \cdot 10^6 \leq Re \leq 4,98 \cdot 10^8$ (что соответствует, например, значениям $U_\infty=5$ м/с; $1 \text{ м} \leq L \leq 100 \text{ м}$; $\nu=1,004 \cdot 10^{-6}$ м²/с — кинематический коэффициент вязкости воды при 20 С [12]).

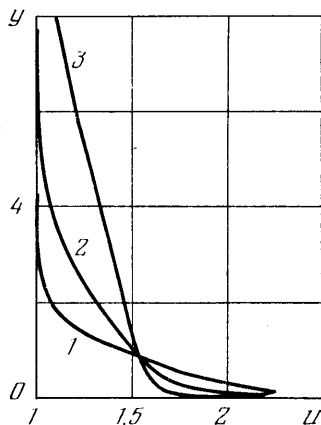
Для случая, когда скорость поверхности тела равна скорости набегающего потока ($u_w=1$), распределения локального коэффициента трения $c_f=2\tau_w/(\rho U_c^2)$ в зависимости от продольной координаты s до особой точки при различных числах Рейнольдса приведены на фиг. 1. Кривые 1–3 на фиг. 1 соответствуют турбулентному режиму течения с $Re=4,98 \cdot 10^6$; $4,98 \cdot 10^7$; $4,98 \cdot 10^8$. Характер поведения кривых в зависимости от s на фиг. 1 сходен. Возрастание числа Re приводит к заметному уменьшению локального коэффициента трения в окрестности передней критической точки. Изменения трения с ростом числа Рейнольдса в области, расположенной ниже по потоку, незначительны. В областях, непосредственно

прилегающих к лобовой и кормовой частям тела, имеются два локальных максимума трения. С увеличением числа Рейнольдса положение максимумов смещается вниз по потоку, а величина их уменьшается.

Как видно из фиг. 2, с увеличением числа Рейнольдса профили продольной составляющей вектора скорости становятся все более полными во внешней части пограничного слоя. Три профиля скорости $u(y)$ на фиг. 2 построены для соответствующих турбулентных режимов течений $Re=4,98 \cdot 10^6$; $4,98 \cdot 10^7$; $4,98 \cdot 10^8$ при скорости стенки, равной удвоенной скорости



Фиг. 1



Фиг. 2

набегающего потока, в сечении с продольной координатой $s=0,057$ ($u_c=1,0019$).

Графики зависимости $c_f(s)$ при турбулентном режиме течения ($Re=4,98 \cdot 10^6$) для различных значений скорости стенки u_w приведены на фиг. 3 (кривые 1–2 соответствуют $u_w=0$; 2). Общий характер влияния параметра u_w такой же, как и в случае ламинарного пограничного слоя [11]. Для сравнения на фиг. 3 показан штриховой линией 1 график зависимости $c_f^{\circ}(s)=10 \cdot c_f(s)$ при возможной реализации обтекания тела с полностью ламинарным пограничным слоем при $Re=4,98 \cdot 10^6$, когда поверхность тела неподвижна [11]. Видно, что турбулизация течения приводит к увеличению локального коэффициента трения примерно на порядок. Координата s_* особой точки решения ($u_w=0$) в случае турбулентного течения ($Re=4,98 \cdot 10^6$) близка к 1,06 при обтекании с ламинарным режимом $s_* \approx 0,99$.

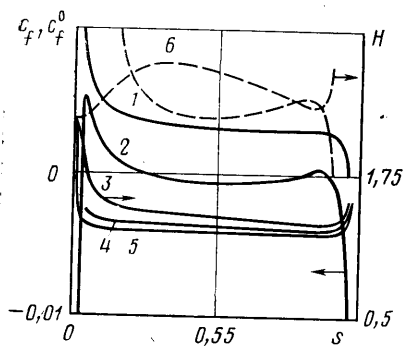
Характер влияния числа Рейнольдса на распределение форм-параметра $H=\delta^*/\theta$ вдоль поверхности тела ($u_w=0$) следует из представленных кривых 3–5 (фиг. 3), соответствующих $Re=4,98 \cdot 10^6$; $4,98 \cdot 10^7$; $4,98 \cdot 10^8$. Из рассмотрения кривых 3–5 и аналогичной зависимости $H(s)$ при ламинарном обтекании (штриховая линия 6) следует вывод: турбулентность ведет к уменьшению величины форм-параметра до значения $\approx 1,4$ при отходе от передней критической точки. За областью резкого падения величины форм-параметра следует относительно пологий участок изменения величины H вдоль тела, который сменяется подъемом вблизи особой точки. Приведенные результаты расчетов показывают незначительное изменение величины форм-параметра с увеличением числа Рейнольдса Re .

Здесь толщина вытеснения δ^* и толщина потери импульса θ вычислялись по формулам, аналогичным [11].

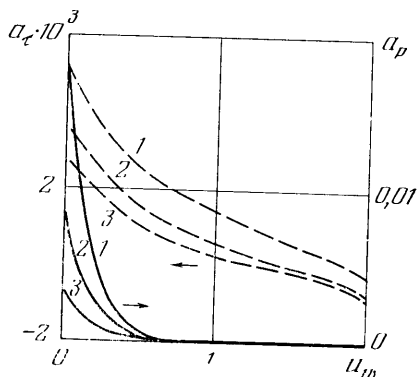
Зависимость элементарной, производимой в единицу времени работы: по преодолению сил сопротивлений трения a_t и давления a_p ; работы a_r , совершаемой над жидкостью подвижной поверхностью тела; полной работы a_v , требуемой для перемещения тела с постоянной скоростью U_{∞}

в неподвижной жидкости, от скорости движения стенки u_w приводится на фиг. 4–5.

Здесь при вычислении интегралов сил, действующих на единицу длины образующей цилиндра и половину поверхности тела, предполагается аналогично [11], что в отрывной области (если она существует) давление и напряжение трения на стенке являются постоянными величинами, определенными соответствующими значениями в особой точке. Выражения для работ a_β ($\beta = \tau, p, r, \sigma$) приведены к безразмерному виду [11] делением соответствующих размерных величин на $1/2 \rho U_\infty^3 L$. Для диапазона



Фиг. 3



Фиг. 4

$0 \leq s \leq s_0 \leq 1$ проводилось экстраполирование подынтегральных функций.

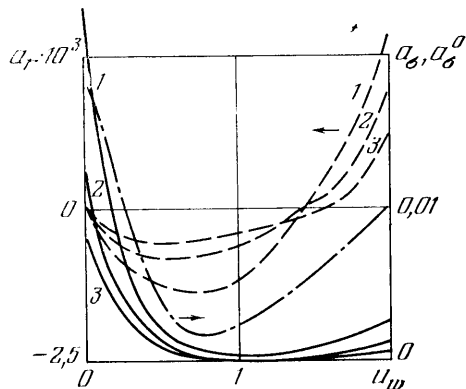
Здесь и далее на фиг. 4–5 кривые 1–3 соответствуют числам Рейнольдса $Re = 4,98 \cdot 10^6; 4,98 \cdot 10^7; 4,98 \cdot 10^8$.

Фигура 4 иллюстрирует зависимости коэффициентов сил сопротивления трения a_τ (штриховые линии) и давления a_p (сплошные кривые) от скорости движения стенки. Из фиг. 4 (кривая 1) видно, что с увеличением скорости стенки сила сопротивления трения монотонно убывает и для скоростей стенки $u_w \geq 1,93$ ($a_\tau \leq 0$) тело испытывает тягу, т. е. подвижная поверхность может служить двигателем, к которому нужно подводить внешнюю энергию. Отметим, что сила сопротивления давления a_p становится пренебрежимо малой для скоростей $u_w > u_w^*$ ($u_w^* \approx 0,8$). В этом случае реализуется схема безотрывного обтекания тела турбулентным потоком, так как с увеличением значений u_w координата особой точки s_* смещается в заднюю критическую точку. На фиг. 4 показано, что рост числа Рейнольдса ведет к уменьшению сил сопротивлений как трения a_τ ($0 \leq u_w \leq 2$), так и давления a_p ($0 \leq u_w \leq 0,8$) при одной и той же скорости движения поверхности.

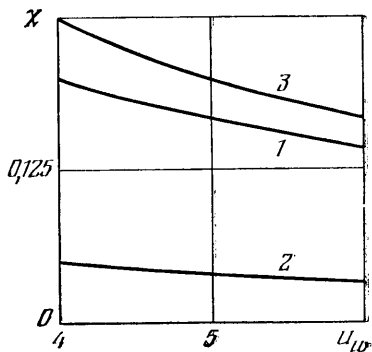
Значение скорости движения поверхности, для которого тело не испытывает сопротивления трения, увеличилось по сравнению с соответствующим значением u_w в случае ламинарного режима течения жидкости [11]. Из графика $a_\tau(u_w)$ для различных Re также видно, что точка, где реализуется равенство a_τ нулю, с ростом числа Рейнольдса достигается при меньшей скорости движения стенки.

На фиг. 5 представлены зависимости работы a_r (штриховые линии), совершаемой над жидкостью подвижной стенкой, и суммарной работы $a_\sigma = a_\tau + a_p + a_r$ (сплошные кривые) от скорости движения поверхности. Численные результаты расчета величины a_r (кривая 1) показывают наличие области отрицательных значений ($a_r \leq 0$) для скоростей движения стенки $0 \leq u_w \leq 1,44$ (в этом случае частицы жидкости около тела совершают работу над подвижной стенкой и увлекают поверхность тела за собой). При скорости движения поверхности u_w больше 1,44 стенка совер-

шает положительную работу над жидкостью (как бы проталкивает частицы жидкости по потоку). Из сравнения кривой 1 на фиг. 5 ($Re = 4,98 \cdot 10^6$) с соответствующим графиком зависимости $a_r(u_w)$ при ламинарном течении жидкости [11], турбулентный режим течения ведет к увеличению области значений скорости движения стенки, где работа отбирается подвижной поверхностью тела от потока жидкости. Кроме того, при увеличении числа Рейнольдса имеющийся локальный минимум у a_r ,



Фиг. 5



Фиг. 6

смещается в сторону меньшего значения параметра u_w , а абсолютная величина локального минимума уменьшается.

Из графика величины внешней энергии $a_\sigma(u_w)$ (сплошная кривая 1 на фиг. 5), расходуемой на перемещение тела со скоростью U_∞ в неподвижной жидкости, видно, что при увеличении скорости движения поверхности u_w от 0 до 1,1 значение энергии a_σ уменьшается в 57 раз. С увеличением числа Рейнольдса Re при фиксированном значении параметра u_w ($0 \leq u_w \leq 2$) суммарная энергия a_σ уменьшается. Локальный минимум внешней энергии a_σ , как и в случае ламинарного режима течения, с увеличением числа Рейнольдса смещается к оси абсцисс и достигается при большей скорости движения стенки. На фиг. 5 для сравнения построена штрихпунктирная кривая 1 по результатам работы [11] аналогичной зависимости $a_\sigma^0(u_w) = 0,25a_\sigma(u_w)$, как если бы был реализован ламинарный режим течения при $Re = 4,98 \cdot 10^6$.

Видно, что влияние турбулентного режима течения ($Re = 4,98 \cdot 10^6$) на сопротивление тела весьма существенно проявляется в уменьшении сопротивления давления (примерно в 4 раза; $u_w \approx 0-0,8$). Величина работы, совершаемой над жидкостью подвижной поверхностью тела ($1,44 \leq u_w \leq 2$), при турбулентном течении жидкости на порядок больше значения работы a_r , вычисленного при осуществлении ламинарного режима течения с тем же числом Рейнольдса.

Пропульсивный коэффициент полезного действия $\chi = |(a_r + a_p)/a_r|$ такого движителя в зависимости от скорости движения стенки u_w ($Re = 4,98 \cdot 10^6$) показан на фиг. 6 (кривая 1). Из сопоставления с результатами [11] аналогичной зависимости в случае ламинарного течения (кривая 2) следует, что к. п. д. в данной области ($4 \leq u_w \leq 6$) увеличился примерно в 4 раза. На фиг. 6 для сравнения приводится также кривая 3, соответствующая зависимости $\chi(u_w)$ к. п. д. движителя, для случая плоской пластины, когда ее подвижная поверхность обладает тягой [10].

В заключение автор благодарит Г. Г. Черного и Ю. Д. Шевелева за полезные обсуждения и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sakiadis B. C.* Boundary-layer behavior on continuous solid surfaces. III. The boundary layer on a continuous cylindrical surface.— *AICHe Journal*, 1961, v. 7, № 3, p. 467–472.
2. *Tsou F. K., Sparrow E. M., Goldstein R. J.* Flow and heat transfer in the boundary layer on a continuous moving surface.— *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 1967, v. 10, № 2, p. 219–235.
3. *Roper A. T., Gentry G. L., Jr.* Analysis of a turbulent boundary-layer over a moving ground plane. NASA TN, 1972, № D-6788. 72 p.
4. *Riabouchinsky D. P.* Etude expérimentale sur le frottement de l'air.— *Bull. Inst. Aérodyn. Koutchino*, 1914, № 5, p. 51–72.
5. Proc. Computation of turbulent boundary layers-1968. AFOSR-IFP-Stanford Conf. V. 2. Stanford, Calif, 1969. 519 p.
6. *Антонюк Р. А.* Экспериментальное исследование профиля скоростей в пограничном слое на частично подвижной поверхности.— *Гидромеханика. Респ. межвед. сб.*, 1975, № 32, с. 87–89.
7. *Гиневский А. С., Емельянова Г. Н., Колесников А. В.* Турбулентный пограничный слой на подвижной поверхности.— *Уч. зап. ЦАГИ*, 1976, т. 7, № 1, с. 40–50.
8. *Теннант, Йонг.* Течение в турбулентном пограничном слое при переходе с неподвижной поверхности на движущуюся.— *Ракетная техника и космонавтика*, 1973, т. 11, № 8, с. 127–131.
9. *Tennant J. S., Johnson W. S., Keaton D. D.* Boundary-layer flows from fixed to moving surfaces including gap effects.— *J. Hydronaut.*, 1978, v. 12, № 2, p. 81–84.
10. *Черный Г. Г.* Пограничный слой на пластине с подвижной поверхностью.— *Докл. АН СССР*, 1973, т. 213, № 4, с. 802–803.
11. *Зубарев В. М.* Ламинарный пограничный слой на подвижной поверхности овала Ренкина.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1984, № 3, с. 175–178.
12. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. М.: Физматгиз, 1963, ч. 1. 583 с; ч. 2. 727 с.
13. *Уильямс Дж.* III. Отрыв пограничного слоя несжимаемой жидкости.— В кн.: *Вихревые движения жидкости*. М.: Мир, 1979, с. 58–100. (Механика. Новое в зарубежной науке. Вып. 21.)
14. *Van Driest E. R.* On turbulent flow near a wall.— *J. Aeronaut. Sci.*, 1956, v. 23, № 11, p. 1007–1011, 1036.
15. *Чебеки, Смит, Мосинскис.* Расчет сжимаемого адиабатического турбулентного пограничного слоя.— *Ракетная техника и космонавтика*, 1970, т. 8, № 11, с. 66–76.
16. *Клаузер Ф.* Турбулентный пограничный слой.— В кн.: *Проблемы механики*. Вып. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1959, с. 297–340.
17. *Громов В. Г., Ларин О. Б.* Численный анализ воспламенения водорода в сверхзвуковом пограничном слое.— В кн.: *Неравновесные течения газа и оптимальные формы тел в сверхзвуковом потоке*. М.: Изд-во МГУ, 1978, с. 74–94.

Москва

Поступила в редакцию
23.XI.1983