

УДК 532.526.4

О СНИЖЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕД

КИРЕЙКО Г. В., ПИЛИПЕНКО В. Н.

Введение полимерных макромолекул в жидкость является эффективным средством управления процессами пристенной турбулентности. Полимерные добавки приводят к значительному уменьшению сопротивления трения (до 80%), снижению интенсивности вынужденного конвективного тепло- и массопереноса, подавлению турбулентной диффузии, снижению уровня турбулентных флуктуаций давления [1, 2]. Разбавленные полимерные растворы являются вязкоупругими жидкостями. В связи с этим механизм влияния полимерных добавок на турбулентность наиболее часто связывается с упругими свойствами жидкости. В то же время конкретный механизм влияния добавок на турбулентность трактуется весьма различно. Известны гипотезы, связывающие механизм снижения турбулентного трения с анизотропной вязкостью, возникающей из-за ориентации макромолекул в пристенной зоне потока, с резонансным поглощением турбулентной энергии макромолекулами, с релаксацией напряжений и повышенной величиной продольной вязкости при течении полимерных растворов [2].

Справедливость выдвинутых гипотез может быть подтверждена на основе проведения прямых численных расчетов нестационарных течений за пределом устойчивости и на основе использования упрощенных моделей движения жидкости, учитывающих наиболее существенные особенности пристенной турбулентности.

Проведенные в [3, 4] расчеты с применением моногармонической модели пристенной турбулентности показали, что при течении вязкоупругой жидкости происходит подавление турбулентности. Ниже рассмотрены особенности пристенной турбулентности в вязкоупругих жидкостях Максвелла и Олдройда с различными операторами дифференцирования по времени. Использование разных производных по времени позволило детально проанализировать влияние на турбулентность таких факторов, как упругость жидкости, ее псевдопластические свойства, разность нормальных напряжений и величина продольной вязкости. Показано, что эффект снижения турбулентного сопротивления трения наблюдается лишь при течении жидкости с повышенной величиной продольной вязкости, обусловленной ориентацией и растяжением макромолекул в потоке. Упругие свойства жидкости, вообще говоря, оказывают дестабилизирующее влияние на турбулентное течение.

1. Уравнение состояния вязкоупругой жидкости Олдройда (и Максвелла при $\gamma_2=0$) имеет вид

$$\sigma_{ij} + \gamma_1 \frac{D\sigma_{ij}}{Dt} = 2\mu \left(e_{ij} + \gamma_2 \frac{De_{ij}}{Dt} \right) \quad (1.1)$$

где σ_{ij} и e_{ij} — компоненты дивергента тензора напряжений и тензора скоростей деформации, μ — коэффициент вязкости, γ_1 и γ_2 — времена релаксации и ретардации.

Оператор дифференцирования компонент тензора B_{ij} по времени запишем следующим образом (в декартовой системе координат):

$$\frac{DB_{ij}}{Dt} = \frac{\partial B_{ij}}{\partial t} + v_k \frac{\partial B_{ij}}{\partial x_k} + m [B_{ik}\omega_{kj} - \omega_{ik}B_{kj} - s(B_{ik}e_{kj} + e_{ik}B_{kj})],$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.2)$$

где v_k — компоненты скорости.

При $m=0$ будем иметь простую конвективную производную по времени, при $m=1$ и $s=0$ — конвективную производную Яуманна, при $m=1$ и $s=\pm 1$ — две различные производные Олдройда.

Жидкость Максвелла с производной (1.2) при течении с поперечным сдвигом ($v_1=kx_2$, $k=\text{const}$) имеет вязкость

$$\mu^* = \frac{\sigma_{12}}{k} = \frac{\mu}{1+m(1-s^2)(k\gamma_1)^2} \quad (1.3)$$

Из (1.3) следует, что среда с производной Яуманна ($s=0$) проявляет псевдопластические свойства (вязкость уменьшается с ростом скорости сдвига). Использование других производных приводит к постоянной вязкости $\mu^*=\mu$. Жидкости с различными производными Олдройда отличаются величиной разности нормальных напряжений при течении с поперечным сдвигом [5].

При течении с продольным растяжением ($e_{11}=-2e_{22}=-2e_{33}=\text{const}$) для величины продольной вязкости λ^* справедливо соотношение

$$\lambda^* = \frac{\sigma_{11}-\sigma_{22}}{e_{11}} = \frac{3\mu}{(1-sm\gamma_1 e_{11})(1+2sm\gamma_1 e_{11})}$$

При $m=0$ и $s=0$ продольная вязкость имеет такое же значение, как и в ньютоновской жидкости: $\lambda^*=3\mu$. При $m=1$ и $s=\pm 1$ величина продольной вязкости увеличивается с ростом скорости растяжения.

В полимерных растворах, как показывают опыты [2, 5], величина продольной вязкости может значительно превышать ньютоновское значение, а величина μ^* уменьшается с ростом скорости сдвига. При выборе значения s в (1.2) в диапазоне от -1 до $+1$ жидкость с уравнением состояния (1.1) имеет повышенную величину продольной вязкости и обладает псевдопластическими свойствами. С теоретической точки зрения, однако, достаточно ограничиться анализом результатов расчетов для предельных значений $m=0$, $s=0$ и $m=1$, $s=\pm 1$ в (1.2), когда происходит разделение влияний упругости, псевдопластических свойств и продольной вязкости на пристенную турбулентность.

2. Рассмотрим задачу о турбулентном течении вязкоупругой жидкости (1.1) вдоль безграничной плоскости в области постоянного напряжения сдвига σ_w .

Уравнения движения и неразрывности, приведенные к безразмерному виду с использованием динамической скорости $v_*=\sqrt{\sigma_w/\rho}$ и длины v/v_* , имеют вид

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

Используя для переменных представление в виде суммы средних и пульсационных величин, получим при осреднении уравнений движения (2.1) и уравнения состояния (1.1) с учетом (1.2) выражения для определения профиля осредненной скорости

$$m(1-s^2)\vartheta_1 \left[\vartheta_2 \left(\frac{dU}{dy} \right)^3 - \vartheta_1 (1 + \langle v_1' v_2' \rangle) \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 + \left\{ 1 - \frac{1}{2} \vartheta_1 m [(1+s) (\vartheta_1 D\sigma_{22} - \vartheta_2 D e_{22}) - (1-s) (\vartheta_1 D\sigma_{11} - \vartheta_2 D e_{11})] \right\} \frac{dU}{dy} - 1 - \langle v_1' v_2' \rangle - (\vartheta_1 D\sigma_{12} - \vartheta_2 D e_{12}) = 0 \right] \quad (2.2)$$

$$DB_{ij} \equiv \frac{\partial \langle B_{ij}' v_k' \rangle}{\partial x_k} + m [\langle B_{ik}' \omega_{kj}' \rangle - \langle \omega_{ik}' B_{kj}' \rangle - s (\langle B_{ik}' e_{kj}' \rangle + \langle e_{ik}' B_{kj}' \rangle)]$$

$$\langle v_i \rangle = \{ U(y), 0, 0 \}, \quad \vartheta_1 = \gamma_1 v_*^2 / \nu, \quad \vartheta_2 = \gamma_2 v_*^2 / \nu$$

Здесь $U(y)$ — скорость осредненного течения. Угловые скобки означают осреднение по времени, штрихом обозначены пульсационные характеристики.

При отбрасывании членов, нелинейных относительно пульсаций, система уравнений для пульсационного движения приводится к линейной

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i'}{\partial t} + U \frac{\partial v_i'}{\partial x_1} + v_2' \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial y} &= - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}'}{\partial x_i} \\ \frac{\partial v_i'}{\partial x_i} &= 0, \quad \sigma_{ij}' + \vartheta_1 \frac{\delta \sigma_{ij}'}{\delta t} = 2 \left(e_{ij}' + \vartheta_2 \frac{\delta e_{ij}'}{\delta t} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta B_{ij}'}{\delta t} &\equiv \frac{\partial B_{ij}'}{\partial t} + U \frac{\partial B_{ij}'}{\partial x_1} + m [\langle B_{ik} \rangle \omega_{kj}' - \omega_{ik}' \langle B_{kj} \rangle + B_{ik}' \langle \omega_{kj} \rangle - \langle \omega_{ik} \rangle B_{kj}' - \\ &- s (\langle B_{ik} \rangle e_{kj}' + e_{ik}' \langle B_{kj} \rangle + B_{ik}' \langle e_{kj} \rangle + \langle e_{ik} \rangle B_{kj}')] \end{aligned}$$

Система уравнений (2.3) допускает решение в виде набора гармоник

$$\begin{aligned} v_1'(x, y, z, t) &= \text{Re}[u(y)T(x, z, t)]; \quad v_2'(x, y, z, t) = \text{Re}[v(y)T(x, z, t)] \\ v_3'(x, y, z, t) &= \text{Re}[w(y)T(x, z, t)]; \quad p'(x, y, z, t) = \text{Re}[q(y)T(x, z, t)] \\ \sigma_{ij}'(x, y, z, t) &= \text{Re}[\sigma_{ij}(y)T(x, z, t)]; \quad T(x, z, t) = \exp[i(\alpha x + \beta z - \alpha c t)] \end{aligned}$$

В [6] с привлечением экспериментальных данных обосновывается возможность моногармонического приближения при описании пристенной турбулентности. Для комплексных амплитуд пульсационных величин получается система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} v^{IV} &= a_1 v + a_2 v' + a_3 v'' + a_4 v''' + a_5 w + a_6 w' \\ w'' &= a_7 v + a_8 v' + a_9 v'' + a_{10} v''' + a_{11} w + a_{12} w' \end{aligned}$$

Здесь величины a_i зависят от $\vartheta_1, \vartheta_2, \alpha, \beta, c, y$.

Амплитуды остальных характеристик выражаются через v и w . Из условий прилипания на стенке и условий отсутствия вязкости и упругости на достаточно большом расстоянии от стенки будем иметь

$$\begin{aligned} v'' - kv = 0, \quad w &= \frac{i\beta}{k^2} \left(v' - \frac{v}{y-c} \right), \quad k^2 = \alpha^2 + \beta^2 \\ y \rightarrow \infty, \quad u = v = w &= 0, \quad y = 0 \end{aligned}$$

Используем также, следуя [6], предположение о гладком сопряжении решения в пристенной области с асимптотическими зависимостями для U и энергий пульсационного движения E вне области влияния вязкости и упругости, где

$$U = \frac{1}{\alpha} \ln y + B, \quad E = E_0 \left(1 + \frac{1}{\alpha_1 y} \right), \quad E = \frac{1}{2} (\langle v_1'^2 \rangle + \langle v_2'^2 \rangle + \langle v_3'^2 \rangle) \quad (2.5)$$

Из условия гладкого сопряжения профиля скорости получим соотношения

$$U' + rU'' = 0, \quad 2U'' + rU''' = 0, \quad 3U''' + rU^{IV} = 0$$

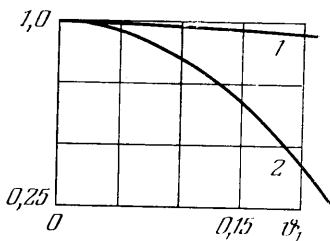
где U определяется из (2.2), r — точка сопряжения, которая находится из условия гладкого сопряжения для энергии $2E' + rE'' = 0$.

Для замыкания задачи необходимо иметь еще одно условие. В [3, 4] предлагается использовать некоторый принцип максимальной устойчивости. Результаты расчетов [3, 4] для вязкоупругой жидкости с производной Олдройда ($s=1$ в (1.2)) показывают, что при этом величина па-

параметров κ и B меньше по сравнению с их значениями в ньютоновской жидкости, когда $\kappa=0,4$ и $B=5,5$. Ниже вместо принципа максимальной устойчивости используем согласующееся с опытными данными предположение о том, что при течении вязкоупругой жидкости величина константы Кармана сохраняет свое значение $\kappa=0,4$ [2]. Это условие согласуется также с используемым допущением об отсутствии влияния как вязкости, так и упругости на турбулентность при больших расстояниях от стенки.

Параметры B , κ , E_0 в соотношениях (2.5) определяются из выражений

$$B=U-\frac{1}{\kappa} \ln r, \quad \kappa_1=\frac{E+rE'}{E'r^2}, \quad E_0=\frac{rE}{r+1/\kappa_1}$$



Фиг. 1

Максвелла с оператором Яуманна для определения величины dU/dy будем иметь квадратное уравнение. Вследствие этого на изменение величины параметра ϕ_1 накладывается ограничение. При $\phi_1 > \phi_1^* \approx 0,23$ уравнение (2.2) не имеет действительных корней. В турбулентном режиме течения можно ввести коэффициент эффективной вязкости при сдвиге по формуле

$$\mu_T^* = \langle \sigma_{12} \rangle / (dU/dy)$$

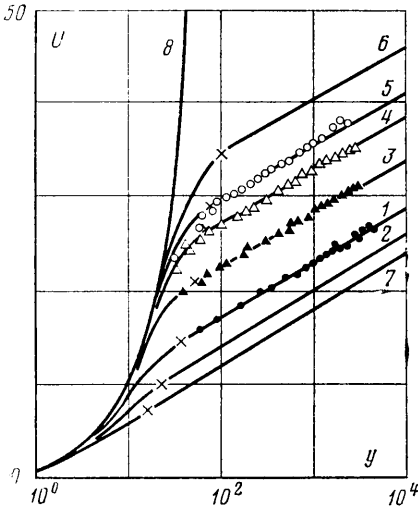
Интересно отметить, что при использовании производной Яуманна значение μ_T^* на стенке (при $y=0$) не совпадает со значением коэффициента вязкости μ^* в ламинарном режиме течения, для которого справедлива зависимость (1.3). Этот результат объясняется тем, что в (2.2) входят члены, содержащие производные от пульсаций скорости по координате y , которые в отличие от самих пульсаций скорости не обращаются в нуль на стенке. На фиг. 1 приведены графики изменения вязкости μ^* (кривая 1) из (1.3) и вязкости $\mu_T^*(0)$ на стенке (кривая 2). Видно, что для псевдопластической жидкости величина эффективной вязкости вблизи стенки при турбулентном режиме течения значительно меньше, чем величина вязкости при ламинарном течении. На фиг. 2 приведены результаты расчета профиля осредненной скорости в жидкости (1.1) с производной Олдройда при $s=-1$ и $\phi_2/\phi_1=0,99$ для значений параметра $\phi_1=0$ (кривая 1), 15,0 (2), 56,2 (3), 95,7 (4), 119 (5), 150 (6) и с простой конвективной производной при $\phi_1=1,9$ (7). Кривая 8 соответствует ламинарному режиму течения ($U=y$).

Результаты расчетов показывают, что при использовании производной Олдройда существует небольшой диапазон значений ϕ_1 , где величина B меньше, чем в ньютоновской жидкости. При $\phi_1 \geq 2$ параметр B логарифмического профиля скорости монотонно возрастает. Толщина пристенной области, где существенно влияние молекулярной вязкости и упругости, при этом увеличивается. Этот результат согласуется с известными экспериментальными данными [1, 2]. На фиг. 2 точками показаны экспериментальные значения [7], полученные при турбулентном течении растворов гуаровой смолы. Результаты вычислений при $m=0$ показывают, что в этом случае наблюдается дестабилизация потока. Параметр B логарифмического профиля скорости и толщина пристенной области монотонно уменьшаются. При $\phi_1 \geq 1,9$ не существует решения, удовлетворяющего данной постановке задачи. Дестабилизирующее влияние упругости жидкости Максвелла при $m=0$ показано также на фиг. 3, где приведены зависимости параметров α , β , c в (2.4) от величины ϕ_1 . Пунктирные кривые — расчет для жидкости Максвелла при $s=-1$.

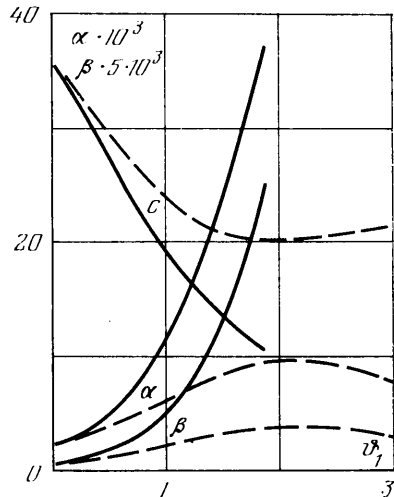
На фиг. 4 приведены кривые коэффициента трения λ при турбулентном течении вязкоупругой жидкости в трубе, зависящие от R , E , ϑ_2/ϑ_1 и типа оператора дифференцирования по времени ($R=2aV/\nu$, $E=\gamma_1\nu/a^2$, V — средняя по сечению трубы скорость, r — радиус трубы). Величина λ рассчитывалась по формуле [8]

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{1}{\kappa} \ln r + B - \frac{3}{2\kappa}$$

Кривые 1–8 получены с использованием оператора дифференцирования Олдройда при следующих значениях параметров E и ϑ_2/ϑ_1 : 1 — (0, 0); 2 — (10^{-5} , 0); 3 — (10^{-6} , 0); 4 — (10^{-6} , 0,8); 5 — (10^{-6} , 0,9); 6 — (10^{-6} , 0,99); 7 — (10^{-6} , 0,999), кривые 8 — (10^{-6} , 0) при $m=0$ в (1.2), 9 — (10^{-6} ,



Фиг. 2



Фиг. 3

0) при $s=0$. Кривые 2, 3, 5–7 получены при значениях $s=1$ в (1.2), кривая 4 — $s=-1$. При построении кривой 9 в качестве вязкости, входящей в число Рейнольдса, использована величина $\mu_T^*(0)$.

Как видно из результатов расчета, при малых значениях R сопротивление при течении вязкоупругой жидкости стремится к ньютоновскому значению. В области средних значений R при течении жидкости с простой конвективной производной по времени и производной Олдройда наблюдается дестабилизирующее влияние упругости. Для вязкоупругой жидкости с оператором дифференцирования Олдройда увеличение продольной вязкости с ростом R подавляет первоначальную тенденцию к росту сопротивления и приводит к эффекту снижения сопротивления трения при увеличении числа Рейнольдса. При увеличении параметра E эффект влияния вязкоупругих свойств жидкости на турбулентность проявляется при меньших значениях R , что соответствует многочисленным экспериментальным данным, которые показывают, что пороговое напряжение трения уменьшается с ростом характерного времени релаксации полимерного раствора и с уменьшением диаметра трубы [1, 2].

Величина разности нормальных напряжений, как показывают расчеты, выполненные при $s=1$ и $s=-1$, практически не влияет на коэффициент сопротивления трения. В вязкоупругой жидкости с производной Яуманна наблюдается слабая тенденция к снижению сопротивления трения с ростом R , обусловленная псевдопластическими свойствами жидкости.

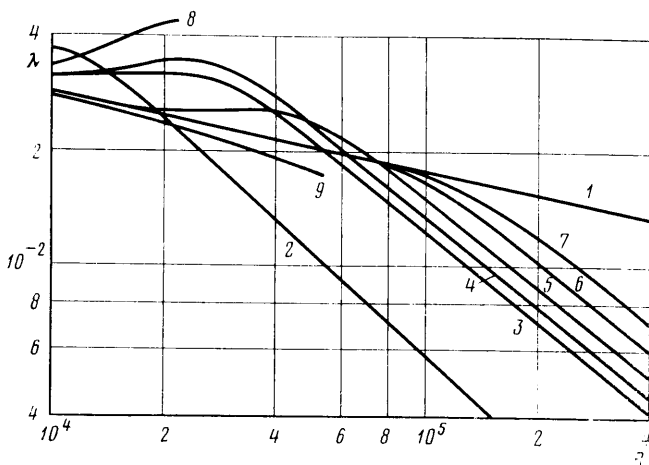
Связь параметров γ_1 и γ_2 в (1.1) при использовании оператора дифференцирования Олдройда ($s=1$) с характеристиками полимерных рас-

творов, в которых макромолекулы моделируются гантелями с линейной упругой связью, установлена в [9, 10]. Девiator тензора напряжений в жидкости с добавками имеет вид

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + \left(\frac{3I_{ij}}{a^2} - \delta_{ij} \right) \frac{\mu\Phi[\eta]}{\gamma_1} \quad (3.1)$$

$$I_{ij} = \int G dx_i dx_j$$

где I_{ij} — тензор, характеризующий среднеквадратичные размеры макромолекулы, G — функция распределения, Φ — объемная концентрация рас-



Фиг. 4

твора, $[\eta]$ — характеристическая вязкость раствора, γ_1 — характерное время релаксации раствора, $\gamma_2 = \gamma_1 / (1 + \Phi[\eta])$ — время ретардации, a^2 — среднеквадратичные размеры макромолекул в равновесном состоянии.

Из (3.1) следует, что увеличение ϑ_2/ϑ_1 соответствует уменьшению концентрации раствора. Кривые на фиг. 4 качественно согласуются с экспериментальными данными, которые показывают, что при снижении концентрации раствора уменьшается угол отхода кривой сопротивления от кривой, соответствующей течению ньютоновской жидкости, и степень влияния полимеров на подавление турбулентности уменьшается.

Отметим также некоторые расхождения между теоретическими и экспериментальными результатами. Опытные данные не подтверждают существование области повышенного сопротивления трения. Расхождение, возможно, связано с полидисперсностью полимеров, которая не учитывается в расчетах. Отметим также, что заметное повышение сопротивления проявляется при малых значениях отношения ϑ_2/ϑ_1 , и, следовательно, при больших концентрациях раствора. При малых же значениях концентрации (или при ϑ_2/ϑ_1 , близких к 1), повышение сопротивления незначительно и может не наблюдаться в экспериментах. Опытные данные свидетельствуют также о том, что с ростом числа Рейнольдса реализуется эффект насыщения, в то же время расчеты показывают, что степень подавления турбулентности неограниченно возрастает с ростом величины R . В полимерных растворах степень растяжения макромолекул ограничена и существует предельная величина продольной вязкости [2]. Этот факт, однако, нельзя учесть на основе модели гантелей с линейной упругой связью.

Результаты расчетов пульсаций скорости качественно согласуются с

данными опытов [10, 11] и показывают, что с ростом параметра Φ_1 происходит увеличение интенсивности продольной составляющей пульсаций скорости и резкое уменьшение поперечной составляющей. Трансверсальная составляющая пульсаций скорости уменьшается при малых значениях y и увеличивается на больших расстояниях от стенки.

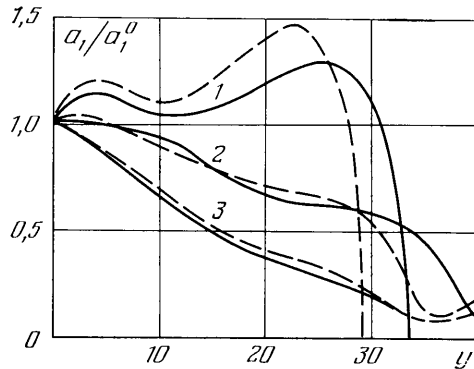
Выражение (3.1) позволяет исследовать поведение макромолекул в пристенной области турбулентного потока. Из (3.1) следует выражение для компонент $\langle I_{ij} \rangle / a^2$, осредненных по времени

$$\frac{3\langle I_{ij} \rangle}{a^2} = \frac{(\langle \sigma_{ij} \rangle - 2\mu \langle e_{ij} \rangle) \gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} + \delta_{ij}$$

Тензор $\langle I_{ij} \rangle$ можно привести к главным осям, что позволяет определить средние размеры частиц (макромолекул) в потоке и их ориентацию в пространстве.

Как показали расчеты, при увеличении параметра Φ_1 или R происходит значительное растяжение макромолекул в направлении течения в пристенной области.

Если рассмотреть отношение размеров частиц по главным осям $a_1 : 1 : a_3$, где $a_1 = \sqrt{I_1/I_2}$, $a_3 = \sqrt{I_3/I_2}$, I_1, I_2, I_3 — собственные значения матрицы $\langle I_{ij} \rangle$, то a_1 увеличивается от 1 при $\Phi_1=0$ до 300 при $\Phi_1=150$, в то время как a_3 изменяется от 1 до 6. При этом главная ось, соответствующая I_1 , незначительно отклоняется от оси x , а ось, соответствующая I_2 , совпадает с осью y . Изменение концентрации частиц или Φ_2/Φ_1 не приводит к существенным изменениям степени растяжения макромолекул при $y=0$.



Фиг. 5

С другой стороны, поведение макромолекул при увеличении расстояния от стенки существенно зависит от концентрации макромолекул в потоке. На фиг. 5 приведены кривые изменения отношения a_1/a_1^0 в пристенной области (a_1^0 — значение a_1 на стенке). Кривые 1, 2, 3 отвечают значениям $\Phi_2/\Phi_1=0,99, 0,95$ и $0,8$. Сплошные линии соответствуют набору параметров Φ_1 и a_1 : 1 — (30; 35,8), 2 — (33; 45,2), 3 — (20; 28,4). Пунктирные линии построены при значениях Φ_1 и a_1 : 1 — (100; 115,4), 2 — (103; 140,8), 3 — (82; 117,8).

Для пунктирных кривых все значения y уменьшены в 2 раза. Из фиг. 5 видно, что при малых значениях концентрации частиц, когда они слабо воздействуют на турбулентность, увеличение расстояния от стенки и, следовательно, увеличение интенсивности турбулентности приводит к дальнейшему растяжению частиц в направлении течения с резким уменьшением растяжения при больших значениях y . Исследование направления главных осей тензора $\langle I_{ij} \rangle$ показало, что это резкое уменьшение a_1 соответствует повороту частиц в плоскости xz к оси z . Увеличение параметра Φ_1 (пунктирная кривая) и соответственно R приводит к более интенсивному растяжению частиц в пристенной области. При уменьшении отношения Φ_2/Φ_1 количество макромолекул в потоке увеличивается и возрастает их воздействие на турбулентность. Размеры макромолекул при этом монотонно уменьшаются при удалении от стенки. Направление главной оси, соответствующей I_2 , при всех значениях y незначительно отклоняется от оси y и растяжение макромолекул по оси y практически отсутствует.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hoijt J. W.* The effect of additives on fluid friction.—Trans. ASME, J. Basic Eng., 1972, v. 94, № 2, p. 258—285.
2. *Пилипенко В. Н.* Влияние добавок на пристенные турбулентные течения.— В кн.: Механика жидкости и газа. Т. 15. М., 1980, с. 156—257. (Итоги науки и техники).
3. *Гольдштик М. А., Заметалин В. В.* О снижении турбулентного трения в вязкоупругих жидкостях.— Докл. АН СССР, 1978, т. 241, № 4, с. 785—788.
4. *Заметалин В. В.* Снижение турбулентного трения в жидкости с релаксацией напряжений и последствием. Препринт № 68, 1980.
5. *Астарита Дж., Марруччи Дж.* Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М., Мир, 1978, с. 242.
6. *Гольдштик М. А., Штерн В. Н.* Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1977. 366 с.
7. *Иванюга Ю. Ф., Чекалова Л. А.* Экспериментальное исследование турбулентного течения в трубе слабых растворов полимеров.— Инж.-физ. журн., 1970, т. 18, № 6, с. 1089—1093.
8. *Пилипенко В. Н.* Трение и теплообмен при турбулентном течении слабых полимерных растворов в гладких трубах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 53—59.
9. *Giesekus H.* Die Elastizität von Flüssigkeiten.— Rheol. Acta, 1966, v. 5, № 1, 29—35.
10. *Lumley J. L.* Applicability of the Oldroyd constitutive equation to flow of dilute polymer solutions.— Phys. Fluids, 1971, v. 14, № 11, p. 2282—2284.
11. *Хабашпашева Е. М.* Особенности пристенной турбулентности при течении воды с малыми добавками высокополимеров. Минск, 1975. 24 с.

Москва

Поступила в редакцию
28.XI.1983